

NÖVEKEDÉSI FÜGGVÉNYEK, TÁRSADALMI DIFFÚZIÓ, TÁRSADALMI VÁLTOZÁS*

FOKASZ Nikosz

egyetemi docens, ELTE TáTK Társadalmi Kapcsolatok Intézet
H-1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a.; e-mail: fokata.bt@chello.hu

Összefoglaló: Az infokommunikációs technológiák látványos elterjedése jóvoltából az innovációk diffúziójának vizsgálata az utóbbi évtized egyik legizgalmasabb társadalomtudományi kutatási témájává vált. A jelen tanulmányban először a növekedési függvények legalapvetőbb típusaival ismerkedünk meg, majd végigjárjuk a technológiai innovációk diffúziójának legkülönbébb területeire kiterjedő alkalmazásait. A tanulmány második felében bemutatjuk azokat a kísérleteket, amelyek a növekedési függvények alkalmazását, a logisztikus helyettesítési folyamatokon, és a gazdasági fejlődés hosszú hullámain keresztül a társadalmi változás legkülönbébb területeire terjesztik ki.

Kulcsszavak: logisztikus függvény, növekedési függvények, innovációk diffúziója, bi-logisztikus növekedés, logisztikus helyettesítési folyamatok

BEVEZETÉS

Társadalomelméleti relevancia és gyakorlati hasznosíthatóság. Sok évtizede már annak, hogy ez a kettősség az innovációk diffúziójának vizsgálatát az egyik legizgalmasabb társadalomtudományi kutatási téma rangjára emelte. Kétségtelen továbbá, hogy az infokommunikációs technológiák látványos elterjedése napjainkban, további lendületet adott ezen kutatói érdeklődésnek.

A szakirodalom nemcsak könyvtárnyi, hanem rendkívül szerteágazó is. Ennek ellenére a publikációk jelentős részében megfigyelhető bizonyos fokú módszertani és tematikai egyoldalúság. A diffúziós folyamatok időbeli dinamikájának leírásában például, igen gyakran magától értetődő természetességgel alkalmazzák az „S-görbét”. Szerepe ilyenkor nem is mindig empirikus, inkább csak ikonográfiai, szimbolikus. Ráadásul számos esetben egész egyszerűen a logisztikus függvény szinonimájaként kezelik. Pedig az irodalomból tulajdonképpen tudható, hogy egy diffúziós folyamat nem feltétlenül szolgáltat S-görbét, az pedig már igazán régóta ismert, hogy nem minden S-görbe feleltethető meg valamilyen logisztikus függvénynek.

Ami a kutatók témaválasztását illeti, abban jó ideje dominál a legkülönbébb technológiai innovációk diffúziójának gyakorlatorientált elemzése. Kevesen élnek azzal a lehetőséggel, hogy az úgynevezett növekedési függvények, ide sorolhatjuk a

* A tanulmány a TO43655 számú OTKA kutatás keretében készült.

logisztikus leképezést is, sokkal szélesebb körű, a technológiai, sőt a társadalmi diffúzió területén is messze túlmutató alkalmazásokra adnak módot.

A jelen tanulmány egyfajta szakirodalmi rekonstrukciónak tekinthető. Az első részben néhány bevezető jellegű, elemi példából kiindulva fokozatosan ismerkedünk meg a növekedési függvények legalapvetőbb típusaival. Arra törekedtem, hogy a matematikában viszonylag járatlanokat se riasszam el remélve, hogy a tanulmányban később megtalálható alkalmazások kellő motivációt szolgáltatnak a matematikai apparátus elsajátításához. A második részben ezen eszköztár alkalmazási lehetőségeit mutatom be a technológiai innovációk diffúziójának területén. Egy az elméleti továbblépést megalapozó harmadik rész után, a tanulmány záró részében a szakirodalmat követve fokozatosan elhagyjuk a technológiai, sőt a társadalmi diffúzió területét is, s bemutatjuk azokat a kísérleteket, amelyek a növekedési függvények alkalmazását a társadalmi változás elemzésének legkülönbözőbb területeire terjesztik ki.

NÖVEKEDÉSI FÜGGVÉNYEK

Korai kezdetek, a logisztikus leképezés

Ha minden hónapban fix összegű zsebpénzt adunk gyermekünknek, aki ezt gondosan félre is teszi, akkor megtakarítása egy idő után már igazán szép summát tehet ki. Megtakarításának havi gyarapodása azonban egyáltalán nem függ attól, hogy éppen sok vagy kevés pénze van-e. Félre tett pénze a folyamat kezdetén éppúgy, mint bármely későbbi szakaszában ugyanazzal az általunk biztosított fix összeggel, következőképpen *lineárisan* fog növekedni. Más a helyzet akkor, ha pénzünket, mondjuk valamilyen meghatározott összeget, tartósan egy bankban helyezzük el. A kamat révén ott a pénz, pénzt *fial* ezért a mindenkori növekmény függ attól, hogy mekkora a bankban éppen kamatozó, azaz ennyiben ott „szaporodó” pénz.

Általában is elmondható, hogy egy önreprodukciós folyamat esetében valamely „populáció” pillanatnyi növekménye függ valamiképp attól, hogy éppen mekkora a populáció pillanatnyi létszáma. Ez a gondolat már a társadalomtudományok terén is több mint kétszáz éves múltra tekint vissza. Malthus 1798-ban állt elő azzal az ötlettel, hogy az emberi populáció létszámában bekövetkező változás arányos a populáció mindenkori létszámával, azaz fennáll az

$$\dot{N} = rN \quad (1)$$

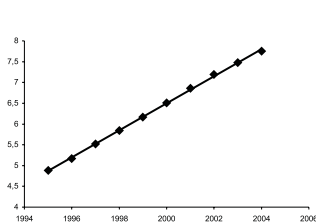
összefüggés. Ha r konstans, akkor a kérdéses emberi populáció

$$N(t) = N_0 e^{rt} \quad (2)$$

alakú *exponenciális* függvény szerint növekszik, s tulajdonképpen minden önreprodukciós folyamat ezt a szabályt igyekszik követni.

Már ameddig teheti. Az (1) szabály által leírt növekedési modell ugyanis leginkább olyan populációk esetében érvényesülhet, amelyek kellően nagy „térsekben” szaporodnak. Új, egyelőre tehát még üres terek napjainkban leginkább az infokommunikációs technológiák megszületése jóvoltából keletkeztek. Ennek megfe-

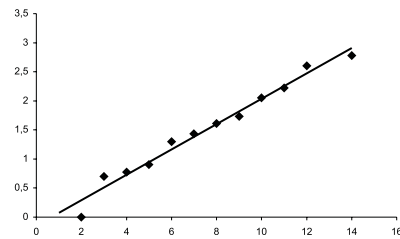
lelően exponenciális növekedés figyelhető meg a merevlemezek kapacitásának, a számítógép processzorok teljesítményének, illetve a hazai Internet felhasználók számának alakulásában (1–3. ábra).



1. ábra

Merevlemez kapacitás alakulása
a világban 1995–2004

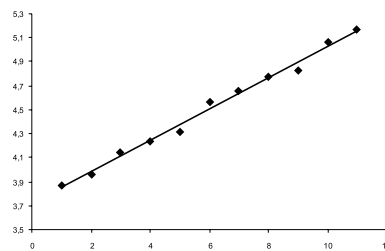
Forrás: Coffman 2001: logaritmikus skála.



2. ábra

Intel processzorok kapacitásának alakulása

Forrás: Coffman 2001: logaritmikus skála.

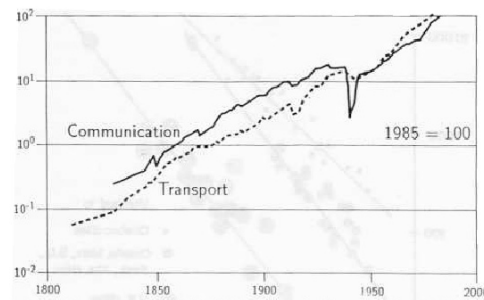


3. ábra

Szélessávú Internet előfizetések száma Magyarországon
2000 negyedik és 2003 második negyedéve között logaritmikus skála

Forrás: IHM

Napjainkban igen sok szó esik arról, hogy a kommunikációs technológiák fentebb illusztrált robbanásszerű elterjedése sok tekintetben kiválthatja, helyettesítheti az emberek fizikai mozgását. Hogy így lesz-e vagy sem az egyelőre nyitott kérdés. Ennek esélyét mindenesetre csökkenti az a rendkívül figyelemre méltó tény, hogy a közlekedési és kommunikációs teljesítmény az elmúlt mintegy másfél évszázadban egymással párhuzamosan, tehát egymást kiegészítve és nem helyettesítve rendkívül hasonló exponenciális növekedési pályát követett. Hajlamosak vagyunk azt feltételezni, hogy a 4. ábra diagramjai nagy tehetetlenségű, következésképpen nehezen megváltoztatható társadalmi folyamatokra utalnak.

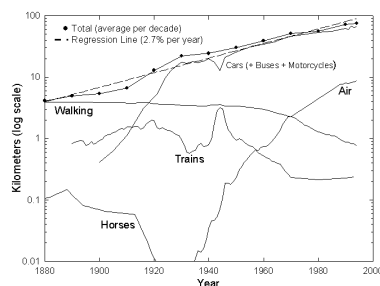


4. ábra

Az utaskilométerben mért közlekedési, és az üzenetek váltások
számával mért kommunikációs teljesítmény alakulása Franciaországban

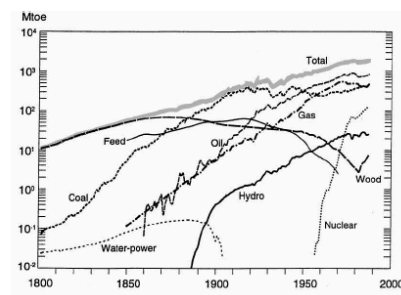
Forrás: Ausubel et. al. 1998.

Persze ahhoz, hogy az exponenciális növekedés ilyen hosszú időn keresztül fennmaradhasson az kell, hogy a rendelkezésre álló tér rendkívül nagy legyen, vagy legalábbis menetközben bővüljön. Ez utóbbira mutat példát az 5. ábra, amelyen jól látható, hogy az új közlekedési eszközök egymást követő megjelenése hogyan növeli a közlekedés „terét”. Az új eszközöknek köszönhetően olyan utakra is elindulhatunk, amelyeket korábban egyáltalán nem tettünk volna meg, s ebből adódóan egy ember által naponta az összes lehetséges közlekedési eszközzel megtett teljes távolság, több mint száz éven keresztül figyelemre méltó stabilitással exponenciálisan növekedhetett. A 6. és 7. ábrák hasonló „térbővítő” mechanizmus létéről tanúskodnak a különböző energiaforrások felhasználása terén is.



5. ábra

A különböző közlekedési eszközökkel
naponta megtett, egy főre jutó utaskilométerek
száma az Egyesült Államokban

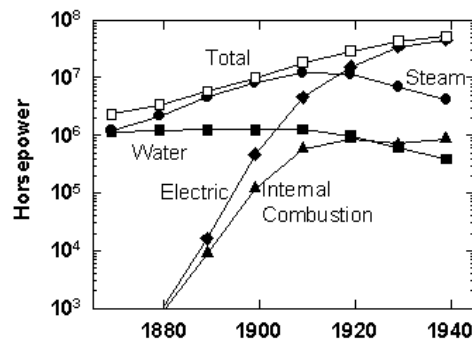


6. ábra

Elsődleges energiaforrások
felhasználása
az Egyesült Államokban

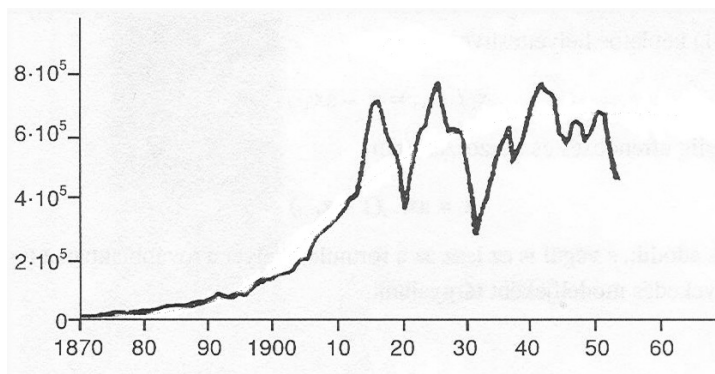
Akárhogy is, a tér lehet eleve nagy, még növekedhet is, igazán tartós exponenciális növekedés mellett azonban előbb-utóbb mindenképpen elfogy. Lényegében erre a forgatókönyvre építettek a Római Klub felkérésére 1972-ben írt jelentésükben Dennis Meadows és szerzőtársai, akik a régi malthusi állítást azzal egészítették ki, hogy saját belső tulajdonságai miatt az ipar is exponenciális növekedést követ. Könyvük harminc

évvel későbbi, átdogozott és bővített kiadásában már tényként kezelik, hogy a Föld, mint az emberi aktivitás tere szűk lett, a folyamat „*túllőtt*” a növekedés szükségképpen meglévő határain, így tovább nem folytatható. Hogy az ökológiai tér és a gazdasági aktivitás viszonya a jövőben miként alakulhat, bár sok jóval nem biztathatjuk magunkat, pontosan nem tudhatjuk. A 8. ábrán mindenesetre, egy nagyon egyszerű példa, a cinktermelés alakulásának segítségével illusztráljuk, hogy az erősödő külső kényszerek milyen szabálytalan visszaesésekkel, sőt válságokkal tarkított pályára kényszeríthetnek egy eredetileg exponenciálisnak indult növekedést.



7. ábra

Elektromos energiaforrások felhasználása az Egyesült Államokban



8. ábra

A túlfutás lehetséges forgatókönyve

Forrás: Price 1979

Hogy az exponenciális növekedés hosszabb távon folytathatatlan egyáltalán nem új felismerés. Voltak, akik ezt már a 19. században is tudták. Az igazi kérdés azonban az volt, hogyan lehet az exponenciális növekedés modelljét úgy módosítani, hogy abba már beépüljenek a növekedés határai. Francois Verhulst belga matematikus 1838 és

1847 között publikált három cikkében mutatta be később óriási karriert befutott megoldását (Cramer 2004).

Verhulst abból indulva ki, hogy minden stabil populáció rendelkezik egy rá jellemző K saturációs szinttel, egy $\left(1 - \frac{N}{K}\right)$ korrekciós taggal egészítette ki az exponenciális növekedés (1)-ben megadott modelljét:

$$\dot{N} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (3)$$

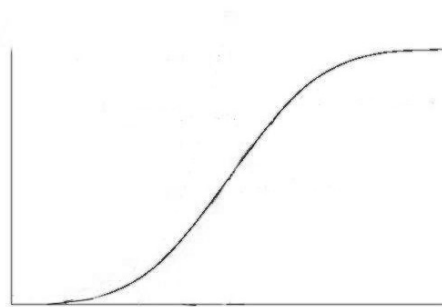
Verhulst a modellt már a legelső cikkében is konkrét alkalmazásokkal, Franciaország, Belgium és Oroszország népességére vonatkozó előrejelzésekkel tesztelte, 1845-ben publikált második cikkében pedig bevezette a ma már közismert *logisztikus* növekedés elnevezést is. A társadalomtudósok azonban hamar elfelejtették a modellt és megalkotóját is. A függvény a 19. század végén a kémikusoknak köszönhetően élt tovább autokatalitikus függvény néven. Mint ilyet fedezi fel újra 1920-ban a demográfia számára az amerikai R. Pearl és L.J. Reed. Verhulst nevét és elsőségét csak egy 1922-es következő cikkükben említik meg, s akkor is csak egy lábjegyzet erejéig. G. U. Yule az, aki 1925-ben feleleveníti a logisztikus növekedés elnevezést, s a modell végül is ezen a néven kezdi meg társadalomtudományi diadalmenetét.

A logisztikus leképezés matematikája

Mivel ez a siker egyáltalán nem független a modell és a belőle adódó függvény matematikájától, a továbbiakban ezt vesszük egy kicsit közelebbről szemügyre. A (3) modell megoldása az

$$N(t) = \frac{K}{1 + e^{-n-b}} \quad (4)$$

háromparaméteres függvény, amelynek grafikonja a mindenki által jól ismert szabályos S-görbe (9. ábra).



9. ábra
A logisztikus függvény

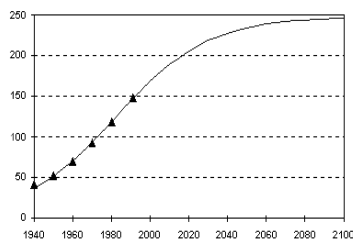
A (4) formulában az egyedüli újdonság a b paraméter lehet, amely egyfajta helyzet-paraméterként a függvénynek a t időtengely mentén való elhelyezkedését határozza meg. A fenti paraméterek azonban könnyen újakkal helyettesíthetők. Jelölje Δt azt az időtartamot, amely alatt a folyamat a saturáció 10%-át kitevő szintről 90%-ra jut, t_m pedig az inflexiós pont bekövetkezésének idejét. Ekkor fennállnak az

$$r = \frac{\ln 81}{\Delta t} \quad t_m = -\frac{b}{r} \quad (5)$$

összefüggések, vagyis a (4) formula az

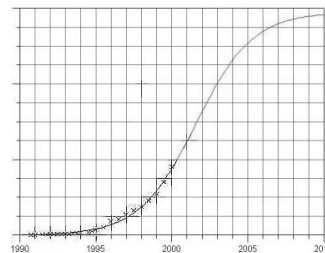
$$N(t) = \frac{K}{1 + e^{-\frac{\ln 81}{\Delta t}(t - t_m)}} \quad (6)$$

alakot ölti. Az új formula előnye, hogy a benne szereplő három paraméter könnyen értelmezhető, s hogy nagyságuk az adatokból már jóval a folyamat teljes lefutása előtt megsejthető. Emiatt lehet Brazília alig néhány népességi adatára vagy az Internet host-ok számának alakulására – annak ellenére, hogy a folyamatok még alig-alig jutottak túl a középpontjukon – olyan nagy biztonsággal logisztikus függvényt illeszteni (10–11. ábra).



10. ábra

Brazília népességének alakulása, millió fő
Forrás: Ferreira 1998.



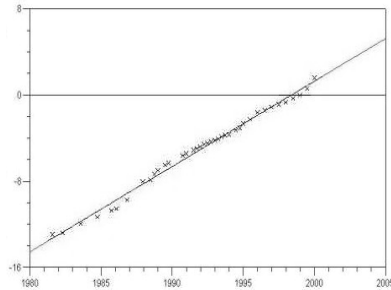
11. ábra

Az Internet host-ok számának alakulása,
Forrás: Santos–Devezas 1999.

Az empirikus alkalmazásokat egy egyszerű trükk, a logisztikus függvény linearizálása révén tovább könnyíthetjük. A Fisher-Pry transzformációként ismert eljárás lényege, hogy ha $F = \frac{N}{K}$, akkor fennáll az

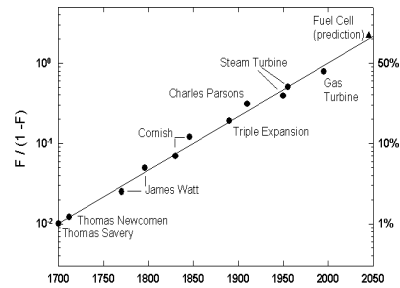
$$\ln \frac{F}{1-F} = rt + b \quad (7)$$

összefüggés, vagyis ha N logisztikus függvény akkor az $\frac{F}{1-F}$ kifejezést logaritmus skálán ábrázolva egyenest kell kapjunk. A módszer működését a 12–13. ábrákon illusztráljuk.



12. ábra

Az Internet host-ok számának alakulása,
Fischer-Pry transzformációval



13. ábra

A gőzgépek hatékonyságának
alakulása az USA-ban

Forrás: Ausubell et al. 1998.

A fentiekből látható, hogy a logisztikus függvény megejtően egyszerű, sőt elegáns formában oldja meg a valamilyen saturációhoz tartó folyamatok megragadásának problémáját. Éppen ez lehet azonban a hátránya is. A világ a tudósok szemében sokszor bizonyult alapvetően egyszerűnek, néha tán még elegánsnak is, de ugyan miért is lenne ez mindig így? Itt az ideje ezért, hogy olyan kísérletek után nézzünk, amelyek más úton közelítik meg a telítődési szinthez tartó növekedési folyamatok megragadásának kérdését.

Egyéb korai kísérletek

Időben kétségtelenül egy brit autodidakta biztosítási matematikus Benjamin Gompertz próbálkozása tekinthető a legelsőnek. A kiindulópont a malthusi (1) formulához kísértetiesen hasonló

$$\dot{N} = -rN \quad (8)$$

összefüggés, azzal a különbséggel, hogy az r paramétert ezúttal valamilyen, az egyes egyedek túlélését befolyásoló kockázati tényezőként, a „*halandóság erejeként*” interpretálhatjuk. Gompertz 1825-ben írt tanulmányában abból indult ki, hogy, az r az életkorral exponenciálisan nő, azaz

$$r = ke^{at} \quad (9)$$

Ezt behelyettesítve a (8) formulába,

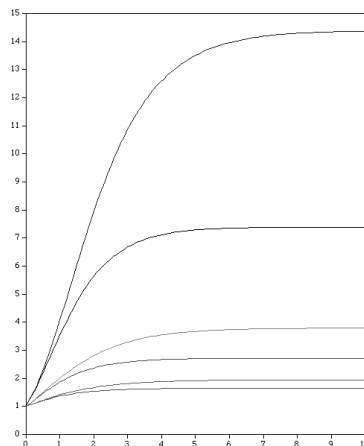
$$\dot{N} = -ke^{at} N \quad (10)$$

adódik, aminek megoldása az

$$N(t) = Ke^{-be^{-at}} \quad (11)$$

függvény lesz (Formoso 2005). Belátható, hogy a (11) formula révén is egy S-görbét formázó függvényhez jutottunk (14. ábra). A logisztikus függvénytől eltérően

azonban, ez a görbe nem szimmetrikus. Az inflexiós pontja előrébb van, s mintegy a saturáció egyharmadánál következik be.



14. ábra

A Gompertz függvény alakja különböző paraméterértékek mellett

Korai megalkotása ellenére a Gompertz-függvény társadalomtudományi alkalmazásai messze elmaradtak a logisztikus függvény mögött. Talán mert maga a görbe kevésbé elegáns, a matematika egy fokkal bonyolultabb, valamint a mögöttes mechanizmus társadalomtudományi interpretációja is nehezkesebb (Kozuko et al. 2003). Talán mert maga a görbe kevésbé elegáns, a matematika egy fokkal bonyolultabb, valamint a mögöttes mechanizmus társadalomtudományi interpretációja is nehezkesebb. Ezzel együtt a Gompertz-függvényt kiterjedten használják a demográfia folyamatok, különösen a termékenység vagy például a belső vándorlás korszpecifikus arányszámainak modellezésében (Valkovics 2000).

Az eddig megismertekkel ellentétben nincs közvetlen társadalomtudományi vonatkozása a következő S-görbe, az úgynevezett Bertalanffy-függvény megszületésének. Annak előrejelzésére alkották meg, hogy miként alakul a cápák testhossza az életkoruk függvényében (Bertalanffy 1938). Ha feltételezzük, hogy a születési illetve a K felnőtt testhossz közötti különbség időben exponenciálisan, cseng le, akkor a Bertalanffy-függvényre

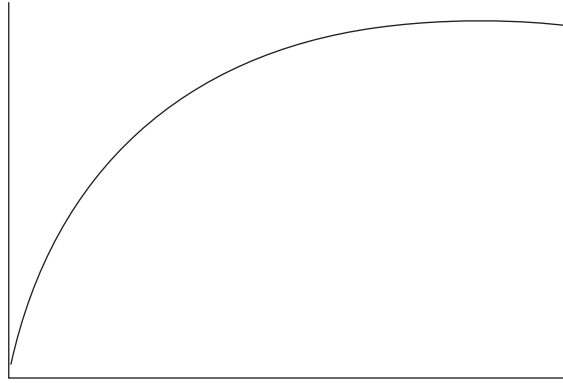
$$N(t) = K(1 - be^{-rt}) \quad (12)$$

adódik. A függvény alkalmazási területe igen széleskörű, születési körülményei azonban annyiban ma is hatnak, hogy különös előszeretettel alkalmazzák a populáció biológiában.

A Bertalanffy-függvény közvetítésével még speciálisabb növekedési függvényhez juthatunk el, ha feltételezzük, hogy a folyamat nulláról indul. Ekkor

$$N(t) = K(1 - e^{-rt}) \quad (13)$$

formula adódik. Ez is egy saturációs szinthez tartó, lassuló ütemű növekedési folyamat, de ezúttal nem S-görbe, mivel a függvénynek nincs inflexiós pontja (15. ábra).



15. ábra
Mitscherlich-függvény

A függvény grafikonja nem véletlenül emlékeztet a csökkenő hozamnövekedés törvényére. A Mitscherlich által fölállított összefüggést ma gyakran alkalmazzák az agrárgazdaságban annak leírására, hogy mekkora termésnövekedés érhető el valamely növekedési tényező, például műtrágya adagolásának növelésével.

Könnyen belátható, hogy a Bertalanffy- és Mitscherlich-féle függvényt az

$$\dot{N} = r(K - N) \quad (14)$$

differenciálegyenlet adja meg. Megjegyezzük, hogy ha nem a „testhossz”, hanem a „testtömeg” növekedési szabályát akarjuk előállítani, akkor (14) módosul, és a „tömeg a testhossz köbével arányos” szabály miatt az

$$\dot{N} = rN^{\frac{2}{3}} \left(1 - \left(\frac{N}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \quad (15)$$

alakot ölti.

Növekedési modellek

Miután már a negyedik növekedési függvényen is túljutottunk, érdemes egy kis rendet teremteni közöttük. A logisztikus modell

$$\dot{N} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right)$$

alakú differenciálegyenletének egy lehetséges általánosítása lehet az

$$\dot{N} = rN^{\alpha} \left(1 - \left(\frac{N}{K} \right)^{\beta} \right)^{\gamma} \quad (16)$$

formula. Ez persze így teljesen formális eljárás, aminek célszerűsége annál is inkább kétséges mivel tetszőleges pozitív α , β , γ értékre a fenti egyenletnek nincs is megoldása (Tsoularis et al.). Világos ugyanakkor, hogy ezúttal mégiscsak valamiféle általánosabb modellhez jutottunk el, hiszen (16)-ból könnyen visszakaphatjuk az exponenciális növekedés formuláját, valamint a logisztikus növekedés egyenletét. Ráadásul a (16) differenciálegyenlet lehetővé teszi, hogy újabb modelleket is legyárthassunk. Külön figyelmet érdemel (16)-nak az α , β , γ mellett előálló

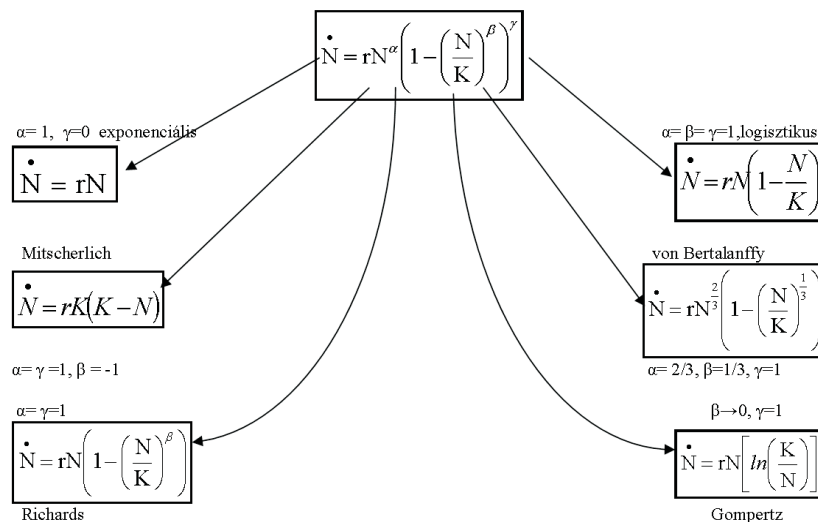
$$\dot{N} = rN \left(1 - \left(\frac{N}{K} \right)^{\beta} \right) \quad (17)$$

alakú speciális esete. Ennek a Richards által 1959-ben vizsgált modellnek a megoldása az

$$N(t) = H + \frac{A - H}{\left[1 + T e^{-r(t-t_m)} \right]^{\frac{1}{T}}} \quad (18)$$

függvény, egy olyan S-görbét határoz meg, amely pályáját a H alsó korlát és az A felső telítődési szint között futja be. Ezt az úgynevezett Richards-függvényt szokás általános logisztikus függvénynek is nevezni.

A fentiekben bemutatott eljárással még számos más modell is előállítható lenne. A legalapvetőbbeket azonban már így is „legyártottuk”, egymáshoz való viszonyukat pedig a 16. ábrában foglaljuk leltárszerűen össze.



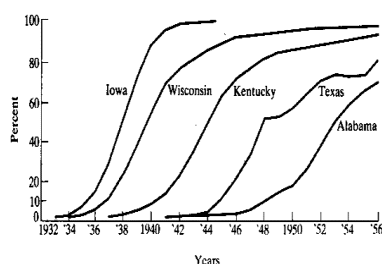
16. ábra Néhány növekedési modell, és az általános modell kapcsolata

TECHNOLÓGIAI INNOVÁCIÓK DIFFÚZIÓJA

Az eddig megismert mintegy féltucatnyi növekedési függvény alkalmazási területe a populációbiológiától, az orvostudományon, valamint a demográfián keresztül egészen a szociológiáig terjed. A logisztikus függvény monopol helyzete már a társadalomtudományi alkalmazásokban is megszűnt, hegemón pozícióját azonban továbbra is megtartotta. Mindez talán annak öröksége, hogy a technológiai innovációk diffúziójának kutatói, már a kezdeti próbálkozások során is megkülönböztetett figyelemmel tűntették ki a logisztikus függvényt (Nieto et al. 1998).

Korai előzmények

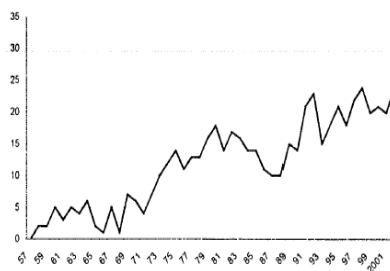
Az első valódi empirikus kutatások az agrárinnovációk terjedését elemezték. Úttörő jellegűnek tekinthető Ryan és Gross 1943-as kutatása a kukorica hibridek terjedéséről Iowa államban. Későbbi hatását tekintve azonban igazán korszakos jelentőségűnek Zvi Griliches egy 1957-ben hasonló témában írt műve bizonyult. A tanulmányából átvett és a 17. ábrán bemutatott szimmetrikus S-görbék azóta a logisztikus növekedés társadalomtudományi alkalmazásának szimbolikus ikonjaivá, maga az írás pedig állandó hivatkozási alappá vált. (18. ábra)



17. ábra

A hibrid kukorica termőterületének
százalékos részaránya
az USA különböző államaiban

Forrás: Zvi Griliches 1957.



18. ábra

Zvi Griliches tanulmányának idézettsége

Forrás: David 2003.

Néhány évvel később Mansfield (1961) már tizenkét ipari technológiai eljárás esetében vizsgálta meg, hogy azok miként terjednek az érintett vállalatok körében. A diffúziót egyfajta vállalatok közötti mintakövetési folyamatnak tekintette, s egy sor kísérletezés után a logisztikus függvéynél kötött ki, ahol magát az r paramétert imitációs rátaként interpretálta. Ezek a korai kutatások tehát az innovációk diffúziója terén mind valamiféle S-görbét detektáltak, s azt szinte automatikusan a logisztikus függvénynel azonosították.

Mivel a korai kutatások közös előfeltevése volt, hogy az innovációk diffúziója nem csak kívánatos, hanem lehetőség szerint minél gyorsabbnak is kell lennie, az S-görbe felbukkanása némi gondot okozott. Egy ilyen görbe jelenléte ugyanis éppen a diffúzió terjedésének viszonylagos lassúságát illusztrálja. Azt a váratlan fejleményt, hogy a dolgok néha meglepően hosszú ideig tarthatnak, s hogy egy új technológiát megjelenésekor még azok között is meglepően kevesen fogadnak el, akiknek egyébként nyilvánvaló hasznuk származik belőle. Szembesülve ezzel a problémával, Rogers (1962) feltételezte, hogy az emberek „innovációra való hajlandósága” az emberi populációkban normális eloszlást követ. Erre alapozta híres és a hazai irodalomban egy kicsit túlértékelt kategorizálását a 2,5 százaléknyi újítóról, a 13,5 százaléknyra taksált korai adoptálókról, az egyaránt 34-34%-os csoportot alkotó korai illetve kései többségről, valamint a 16 százaléknyi lemaradóról.

Úgy vélem, célszerű óvatossággal kezelnünk elméletének ezt a részét. Nyilvánvaló ugyanis, hogy koncepciója nem empirikus, hanem apriori jellegű. Először is az egyes kategóriákra adott fenti százalékok úgy álltak elő, hogy a standard normális eloszlás egyszeres illetve kétszeres szórásnyi távolságát tekintette a kategóriákat elválasztó küszöbnek. Nem magától értetődő, hogy miért kellene ennek éppen így lennie. Ráadásul egyáltalán nem biztos, hogy az emberi populációban valamilyen szociológiaiailag releváns tulajdonság tényleg normális eloszlást követ. Elég, ha ez ügyben az úgynevezett skálamentes hálózatokra, és az azokat jellemző hatványfüggvény eloszlásra utalunk.

Rogers tipológiája mindenesetre egyféle magyarázatot adott az S-görbék felbukkanására. Nála ugyanis valamilyen S-görbe megjelenése abból fakad, hogy a populáció különböző kategóriái eltérő időpontokban adoptálják az új technológiát. Ha Rogersnek ezt a magyarázatát fenntartással fogadjuk, akkor továbbra is nyitott marad a kérdés, *hogy miért éppen S-görbe?* S ha netán tényleg az, akkor pontosan milyen is?

A diffúzió, mint információterjedési folyamat

A probléma tehát a következő. Ha egy új technológia adoptálása, más régebbi technológiák alkalmazásához viszonyítva nyilvánvaló relatív előnyökkel jár, mondjuk bizonyos vállalatok számára, akkor ezen a körön belül egyes vállalatok miért alkalmazzák jóval lassabban ezt a technológiát, mint mások?

Tán, mert nem tudnak róla! Világos, hogy az információ hiánya már önmagában is magyarázhatja az adoptálás elmaradását, ennyiben tehát ez a legegyszerűbb válasz a kérdésre. Ennél azonban egy lépéssel tovább mennénk. Feltesszük, hogy a potenciális felhasználók mindegyike azonnal adoptálja az új technológiát, amint hall felőle. A technológia diffúzió kérdését ettől a pillanattól kezdve információterjedési problémává alakítottuk át. Következésképpen most már csak az információterjedés mikéntjét vagy mikéntjeit kellene megértenünk (Geroski 2000).

Tömegkommunikációs információterjedés

Tegyük fel először, hogy az információ egy központi forrásból terjed, és hogy egy időegység alatt a K létszámú populáció α százalékát éri el. Világos, hogy ha $\alpha=1$, akkor az információáramlás azonnali lesz. Ha $\alpha<1$ akkor az információ terjedésére az

$$\dot{N} = \alpha(K - N) \quad (19)$$

differentiálegyenlet adódik, ami formailag tökéletesen megegyezik a (14) formulában megismert Mitscherlich-féle modellel.

Ezen a módon azonban valószínűleg inkább az innováció létezésére vonatkozó információ, mint maga az innováció terjedhet. Ráadásul az ilyen típusú információterjedésre alapozott diffúzió nyilvánvalóan nem S-görbét állít elő (lásd megint a 15. ábrát), márpedig empirikus vizsgálatok sokasága mutatta ki az S-görbék jelenlétét a diffúziós folyamatokban. Itt ezért még nem állhatunk meg, az információterjedésnek más útjait is fel kell tárnunk.

Személyközi kommunikációs információs folyamat

A diffúzió jellege szempontjából már Rogers is megkülönböztette a technológia hardver, illetve szoftver részét (Rogers 1994, 2002). Az új technológiát megtestesítő hardver *létezésére* vonatkozó információ valószínűleg jelentős részben tényleg úgy terjed, ahogy azt a (19) formula írta le. A technológia tényleges *alkalmazásához* szükséges információval azonban más a helyzet. Ennek jelentős része csak a használat során megszerezhető tudás, ami a legritkábban terjed műszaki leírások, vagy felhasználói kézikönyvek segítségével. „Minél bonyolultabb a gép és a technológia, minél nagyobb a technológia tudományos háttere és megalapozottsága, annál több a személyes, a szokászerű és az intuitív, tehát az írásban, utasításban nem rögzített elem is a munkafolyamatokban.” A gépek mellett hosszabb ideje dolgozó „munkás egész sor le nem írt trükköt, eljárást ismer, amelyek nélkül a gép biztonságos és gazdaságos működtetése lehetetlen. Ezeket a trükköket és eljárásokat a munkások szóban adják át egymásnak, vagy ellesik őket egymástól” (Kemény 1990).

Hasonlóképpen az innováció potenciális felhasználói számára az információ legfőbb forrása nem valamiféle központ, hanem a már megfelelő tapasztalatot felhalmozott korábbi felhasználó. James Coleman és társai (1966), akik az antibiotikumok terjedési folyamatait vizsgálva szintén S-görbére bukkantak, úgy találták, hogy a kereskedők és hirdetések hatása igencsak korlátozott az ismerős orvosok személyes tapasztalatához képest.

Az S-görbének megfelelő lassú indulás azzal is összefügghet, hogy egy innováció kezdetben ellentmondhat bizonyos bevett gyakorlatnak, szokásnak, társadalmi normának. A korai alkalmazók ezért akár deviánsnak is minősülhetnek. Az attitűdök megváltoztatásában illetve újak kialakításában azonban a személyközi kommunikáció jóval hatékonyabb, mint az egyetlen központból kiinduló információáramlás. Az innováció adoptálásával kapcsolatos döntés során ugyanis döntő lehet az információ releváns jellege, ami a forrás hitelességének kérdését veti fel.

Világos, hogy ennek a személyről személyre terjedő úgynevezett élőszavas diffúzióknak más lesz a dinamikája, mint az egyetlen központból terjedőnek. Legyen most β annak valószínűsége, hogy egy kurrens felhasználó kapcsolatba lép egy potenciális felhasználóval. Belátható, hogy kurrens felhasználók időbeli változása az

$$\dot{N} = \beta N(K - N)$$

szabályt követi, ahonnan K -t kiemelve

$$\dot{N} = \beta KN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

majd $r = \beta K$ jelöléssel a jól ismert

$$\dot{N} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (20)$$

logisztikus modellhez jutunk.

A személyközi kommunikáció révén rábukkantunk tehát a diffúzió olyan mechanizmusára, amely nem egyszerűen valamilyen S-görbét, hanem magát a logisztikus függvényt állítja elő. Az alkalmazott egyszerűsítő feltevések miatt ez persze még korántsem lehet e téren az utolsó szó, a pillanat mégis alkalmas arra, hogy ezen a ponton néhány konkrét diffúziós vizsgálatot is alaposabban szemügyre vehessünk.

Egy mai alkalmazás

Kézenfekvő, hogy figyelmünket érdemes a munka-, és hétköznapijainkat, magán-, és közsféránkat egyaránt átalakító információs technológiák diffúziójára irányítanunk. (Bewley et al. 2003) A legérdekesebb természetesen az Internet diffúziójának elemzése lenne, erre azonban az eszköz multifunkcionális, sokarcú jellege, tehát tulajdonképpen éppen kiemelkedő fontossága miatt pillanatnyilag nem érzem felkészültnek magam.

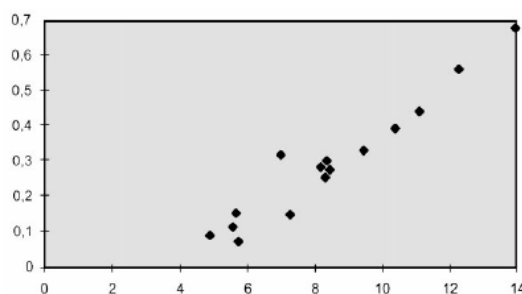
Mobil telekommunikációs szolgáltatások diffúziója

Jobban körülhatárolható, s ennyiben egyszerűbb feladatnak tűnik a mobil szolgáltatások terjedésének elemzése. Ismert, hogy a mobil diffúzió terén az OECD országok nagy részében olyan S-görbét találunk, amely egy lassú, és viszonylag hosszú bevezető szakasz után 1997 körül gyors növekedési, majd 2002 táján máris saturációs szakaszba lépett. Ezzel együtt az éllovas és a lemaradó országok között jelentős az eltérés. A mobil telefonok elterjedtsége Luxemburg és Tajvan esetében 2001-ben már 96%-os, míg az USA illetve Kanada esetében csupán 44% illetve 32%-os volt.

E különbségekkel is számot vető modellt tesztelt Gruber és Verboven (2001a) a mobil telekommunikációs szolgáltatások európai uniós diffúziójának elemzésére. Közismert, hogy a mobilszolgáltatások elterjedését a technológia első bevezetését követő további újítások, valamint állami szabályozási akciók egyaránt befolyásolták.

Gruberéknek a logisztikus modell segítségével sikerült tesztelniük az analóg/digitális technológiai váltásnak, illetve a sugárzási engedélyek kiadási időpontjának, s ezzel a piaci verseny kialakulásának a diffúzió sebességére gyakorolt hatását. Úgy találták, hogy a 15-ök esetében a diffúzió a lakosság 60%-nál fog stabilizálódni.

A technológiaváltás és az állami szabályozás hatásától megtisztított, s ennyiben autonóm diffúzió sebessége az inflexiós pontban jelentős, évi mintegy 15%-os növekedésnek felelt meg. A digitális technológiára való áttérésnek a diffúzió felgyorsításában játszott szerepe is igen jelentősnek mondható, bár az eredmények hirtelen ugrás létét nem erősítették meg. A második szolgáltató belépésével megkezdődő verseny hatása azonban több mint egy nagyságrenddel kisebb a korábban bemutatott tényezőkénél. Ez utóbbi eredmény összhangban van Parker és Römer (1997) kutatási eredményével, akik úgy találták, hogy a kialakult duopóliumoknak az USA esetében is csak kis hatásuk volt a diffúzió sebességére. Figyelemre méltó ugyanakkor, hogy minél később adoptált egy ország annál nagyobb diffúziósebességre volt képes (19. ábra). Ennyiben tehát megfigyelhető valamiféle utolérési, felzárkózási tendencia.



19. ábra

Diffúziós sebesség a belépési időpont függvényében

Forrás: GruberVerboven 2001b.

A logisztikus modell rugalmasságát jelzi, hogy a specifikáció megfelelő módosításával, az Európai Unióba legutóbb felvett közép-, és kelet-európai országok egészen sajátos körülményei között lezajlott mobiltelefon diffúzióra is alkalmazhatónak bizonyult (Gruber 2001).

A saturációs szintre ebben az esetben mindössze 17% adódott, ami sokkal alacsonyabb, mint a 15-ök esetében kapott 60%. Figyelemre méltó regionális sajátosság, hogy az Európai Unió régebbi tagjaitól eltérően ezekben az országokban a digitális technológiára való áttérés hatása nem bizonyult szignifikánsnak. A piaci szereplők számának alakulása, illetve a sugárzási engedélyek együttes kiadása azonban jelentős pozitív hatást fejtett ki. Egyáltalán nem meglepő, hogy a vezetékes telefonfővonalra való várakozás ideje pozitívan befolyásolta a diffúzió sebességét. Figyelemre méltó ugyanakkor, hogy az egy főre jutó vezetékes telefonfővonalak számának hatása is pozitív, ami arra utal, hogy a tizenötökkel ellentétben az induláskor itt még nem helyettesítésről, hanem inkább kiegészítésről beszélhetünk. A kutatók várakozásával ellentétben az adott ország urbanizációs szintje, és a piacgazdaság kiépülésének foka nem játszott a diffúzióban szignifikáns szerepet. Ezen országok körében is megfigyel-

hető, a később indulókra jellemző utolérési tendencia. A felzárkózás idejére 15 év adódott. Tekintettel arra, hogy a diffúziós folyamat itt 1990-ben kezdődött, a konvergencia évének adódott 2005-ös év nagyon közel van a tizenötökre kapott 2006-os évhez. A két ország csoport diffúziója tehát lassan összehangolódik.

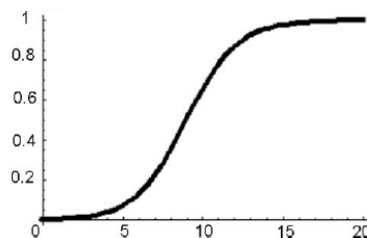
Kevert modell

Úgy tűnik minden okunk meglehet az elégedettségre. A személyközi, élőlászavas kommunikációt feltételező diffúziós modellel elméletileg megalapoztuk a logisztikus függvény használatát. Az így elővezetett matematikai eszköz segítségével pedig, figyelemre méltóan kifinomult alkalmazásokra voltunk képesek.

Csak hogy mindennek van egy alapvető gyengesége. Egy imitációs folyamat ugyanis csak akkor indulhat be, ha már van kitől tanulni! Kik lennének akkor az elsők? Talán a Rogers által emlegetett korai felhasználók. Nekik ugyanis nincs szükségük arra, hogy másoktól tanuljanak, vagy másoktól kapjanak kedvet a felhasználáshoz. Ez azt sugallja, hogy egy pontosabb modell legalább az újítók, és imitálók között különbséget kell, hogy tegyen. A korai felhasználókról például feltételezhetjük, hogy fogékonyabbak a központi forrásból érkező információra, mint a követő felhasználók. Frank M. Bass a tartós fogyasztási cikkek diffúziójára vonatkozó úgynevezett fertőzési modelljében már 1969-ben javasolta a Rogers féle elképzelés ilyen módosítását. Rogers kategóriáiból csak az újítókat őrizte meg, a többieket egyesítette az imitálók kategóriájába.

Az innovációt még nem alkalmazók tehát, két információforrással rendelkeznek. A központi forrásból érkező információ esetében az abszorpció ráta független a felhasználók aktuális számától, míg az élőlászavas információáramlás természetesen függ az aktuális felhasználók számától.

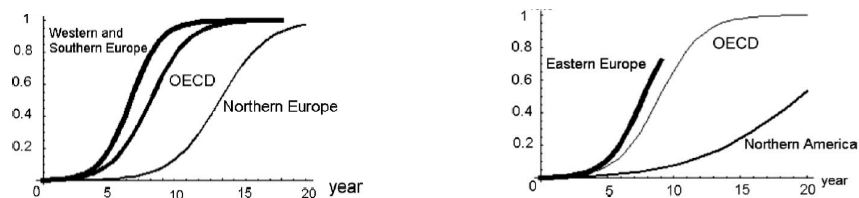
Jang, Show-Ling és munkatársai (Jang et al. 2005) egy ilyen kevert modell tesztelésére tettek kísérletet a 29 OECD ország, valamint Tajvan esetében az 1980 és 2001 közötti időszakban. Úgy találták, hogy a vizsgált harminc országban a központi forrás hatása nem szignifikáns, így a diffúzió döntően személyközi kommunikációs hálózaton keresztül zajlott. Kiderült az is, hogy az olyan társadalmi tényezők, mint a populáció sűrűség vagy az egy főre jutó GDP nem befolyásolják a diffúzió sebességét. Az összes ország átlagából adódó, s mintegy húsz évet átfogó S-görbe azt mutatta, hogy az első öt év tekinthető a lassú növekedésű bevezető szakasznak, ezután kezdődött a take-off, és a folyamat a tizenötödik év táján kezdte megközelíteni a saturációs szintet (20. ábra).



20. ábra Mobil diffúzió az OECD országokban és Tajvanon

Forrás: Jang et al. 2005.

Ha külön-külön is megvizsgáljuk a kérdéses országokban a diffúzió alakulását, akkor három alapvető típust figyelhetünk meg (21. ábra).



21. ábra

Mobil diffúzió az egyes ország-csoportokban

Forrás: Jang et al. 2005.

Teljes S-görbét mutatnak az észak-, nyugat valamint dél-európai országok, igaz a diffúzióban úttörő szerepet játszó észak-európai ország csoport esetében a diffúzió lényegesen lassúbb volt. A Kelet-Európai országok még a gyors növekedési szakaszban vannak, míg az Észak-Amerikai ország csoport kifejezetten alacsony penetrációt mutat.

TÁRSADALMI DIFFÚZIÓ

A továbbiakban megpróbálunk túllépni a technológiai innovációk diffúziójának elemzésén. Feloldunk ezért néhány eddig hallgatólagosan elfogadott korlátozó feltevést, s bemutatunk két új az eddigiektől bizonyos fokig eltérő elméleti megközelítést is.

A populáció jellege

Eddig a diffúzió szempontjából homogén, azaz olyan populáció létét feltételeztük, amelyben bármely egyed ugyanolyan eséllyel találkozhatott bármely másik egyeddel. Világos, hogy a valóságban ez egyáltalán nincs így. A diffúziót nyilvánvalóan erősen befolyásolja a network struktúra, ennek feltárása azonban messze meghaladja a tanulmány kereteit. Egy jóval egyszerűbb módon azonban mégiscsak megkíséreljük a populációs hatást valahogy megragadni.

Tegyük fel, hogy a teljes populáción belül két K_1 illetve K_2 létszámú alpopulációnk van. Ha ezek nincsenek semmilyen interakcióban egymással, akkor az innováció kurrens alkalmazóinak teljes létszáma két személyközi kommunikációs információterjedési folyamat összegeként áll elő. A kurrens alkalmazók időegységre eső megváltozására ezért az

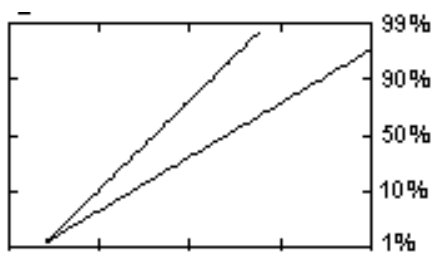
$$\dot{N} = [\beta_1 N_1 (K_1 - N_1) + \beta_2 N_2 (K_2 - N_2)] \quad (21)$$

egyenlet adódik. Ezt a formulát relatíve könnyű kiterjeszteni arra az esetre is, amikor van interakció a két populáció között. Tegyük fel, hogy az első populáció felhasználói η_{12} valószínűséggel találkoznak a második populáció potenciális felhasználóival, és η_{21} a valószínűsége a fordított találkozásonak. Ekkor az

$$\dot{N} = [\beta_1 N_1 + \eta_{12} N_2 (K_1 - N_1) + \beta_2 N_2 + \eta_{21} N_1 (K_2 - N_2)] \quad (22)$$

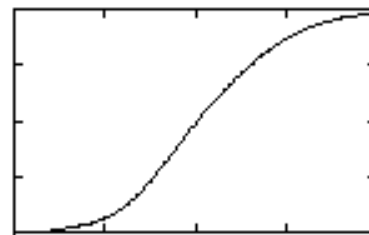
modell adódik.

Ebben a modellben igazán érdekes helyzet akkor áll elő, ha feltesszük, hogy az egyik alpopuláció korábban és gyorsabban adoptál, mint a másik, mert ekkor ez az alpopuláció az élőlészavas kommunikációt elkezdő második populáció számára információforrásként funkcionál. A diffúzió emiatt két olyan logisztikus növekedés eredője lesz, amelyek egyszerre indulnak, de amelyek közül az egyiknek a diffúziós ideje rövidebb, mint a másiké, gyorsabban éri el a saturációs szintjét (22. ábra). Az aggregált diffúziós görbe, egy többé-kevésbé gyors felfutással és hosszú telítődési szakasszal rendelkező *aszimmetrikus S-görbe* lesz (23. ábra).



22. ábra

Két egyszerre induló logisztikus növekedés (Fisher-Pry transzformáció)



23. ábra

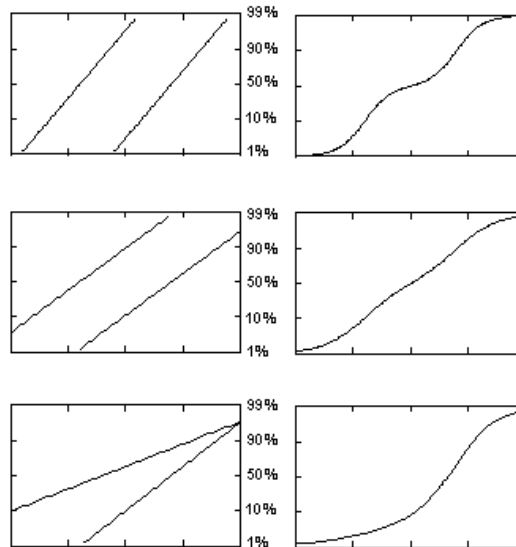
A 22. ábra két egyszerre induló logisztikus növekedésének eredője

A növekedés határai

A 22–23. ábrákkal olyan pulzáló folyamatra bukkantunk (Perrin 1994), amelyben egy növekedési folyamat bázisán egy újabb kezdődik. Ez az úgynevezett bi-logisztikus növekedés jelentősen kitágítja a logisztikus függvény alkalmazási körét.

Bi-logisztikus növekedés

Aszerint, hogy a növekedési időtartamok mennyire fedik át egymást, illetve, hogy a diffúziós sebességek miként viszonyulnak egymáshoz, a bi-logisztikus növekedés nagyon változatos formájú növekedési folyamatokat eredményezhet. Kiegészítendő a 22–23. ábrákon már látottakat, a 24. ábrán bemutatunk három további alaptípust.

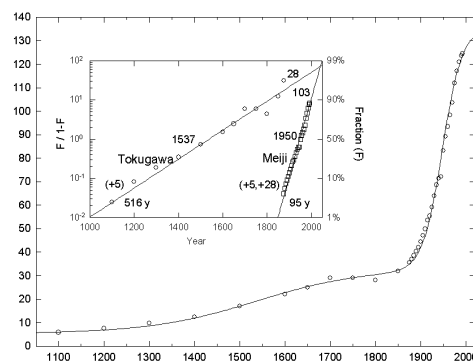


24. ábra

Variációk a bi-logisztikus növekedésre

Az itt ábrázolt utolsó típus mintegy megfordítása annak, amit a 22–23. ábrákon láthattunk. Itt is két egymást átfedő, s eltérő sebességű logisztikus növekedéssel van dolgunk, csak hogy ezúttal nem a kezdőpontok, hanem a végpontok esnek egybe. Rendkívül eltérő területekről, hozhatunk példákat ilyen típusú folyamatokra.

Japán népességének alakulását például az elmúlt évezredben egy a Tokugawák korszakához köthető csaknem nyolcszáz éves, valamint egy az 1868-as meiji-forradalomtól elinduló logisztikus növekedés formálta. Az egyiknek 1537-ben a másiknak 1950-ben volt az inflexió pontja és láthatóan körülbelül egyszerre fogják elérni a saturációs szintjüket (25. ábra).

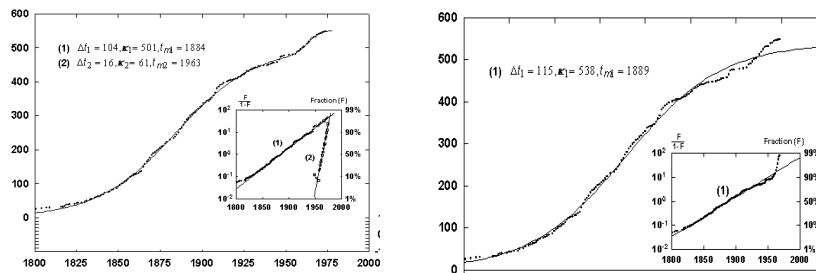


25. ábra

Japán népessége az 1100–1992 közti időszakban

Forrás: Marchetti et al. 1996.

Ugyanebben a típusba látszik tartozni az egyetemek számának alakulása az Egyesült Államokban. Mindez megerősíteni látszik azt, amit a hatvanas évek elején bekövetkezett új egyetemalapítási hullám beindulásáról eddig is tudni véltünk. Az összehasonlítás kedvéért bemutatjuk, hogy az egyszerű logisztikus függvény ebben az esetben láthatóan rosszabb illesztést ad (26. ábra).

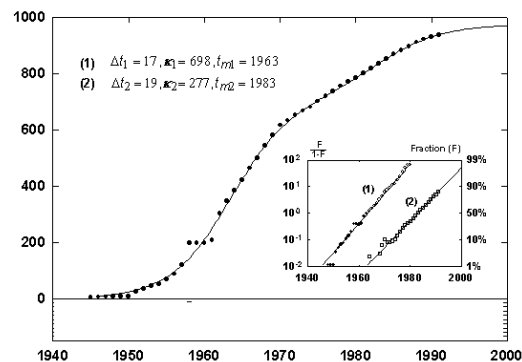


26. ábra

Egyetemek kumulatív száma az USA-ban
 bi-logisztikus illetve logisztikus illesztés

Forrás: Perrin 1994.

Érdekes, s a fentiekhez kissé eltérő bi-logisztikus növekedést mutat az Egyesült Államok nukleáris kísérleteinek alakulása (27. ábra). Az újdonság itt az, hogy a két folyamat kis késleltetéssel ugyan, de egymást jelentősen átfedve és lényegében azonos sebességgel haladt előre.

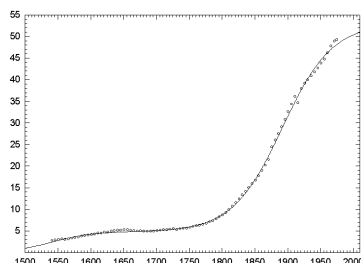


27. ábra

Nukleáris kísérletek száma az Egyesült Államokban

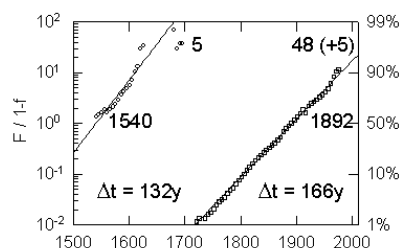
Forrás: Perrin 1994.

Az eddigiekhez is szokatlanabb, talán kétszer is nekifutó, s ezért aztán furcsán kigyózó S-görbét követ a 28. ábrán Anglia népességének alakulása.



28. ábra

Anglia népessége 1541–1975



29. ábra

Anglia népessége 1541–1975 (Fisher-Pry)

Forrás: Perrin 1994.

A jelenségre a 29. ábrán nyerhetünk magyarázatot, amelyből világosan kiderül, hogy két egymásra épülő, azonos sebességű, de ezúttal egymást követő, egymást át nem fedő logisztikus folyamattal van dolgunk.

Változó határok

A világ végső soron mégiscsak egyszerű lenne? A fentiek során világossá vált, hogy igen egyszerű esetekre igazán bonyolult növekedési mintázatokat is vissza tudunk vezetni. A bi-logisztikus növekedés fogalmának bevezetésével nyilvánvalóan sikerült átlépnünk azt a korlátot, amit a logisztikus függvény alkalmazásában a grafikon szimmetrikus jellege jelentett. Közben azonban akaratlanul átléptünk a K saturációs szint képviselte korlátot is. Egy adott logisztikus növekedésnek persze továbbra is rögzített marad a felső határa, a körülmények megváltozása azonban lehetővé teszi új, más logisztikus folyamatok, ezzel új határok megjelenését, s a régiek átlépését.

A fix határok problémáját azonban nem csak újabbak megjelenésével haladhatjuk meg. Elképzelhető, hogy valamilyen meghatározott szabály szerint maga a saturációs szint is változzék. Ebben az esetben a logisztikus leképezés formulájában szereplő K már nem fix paraméter, hanem állapotváltozó. Erre is állapotegyenletet kell ezért találnunk. A többféle lehetséges megoldás közül kettőt mutatunk be. Perrin S. Meyer és Jesse H. Ausubel (1999) a saturációs szintre is egy

$$\dot{K} = \alpha K \left(1 - \frac{K}{K_K} \right) \quad (23)$$

alakú logisztikus, ezzel szemben Thornley John H. M. és James France (2005) egy

$$\dot{K} = -D(K - N) \quad (24)$$

alakú exponenciálisan lecsengő növekedést javasoltak.

Újabb elméleti megközelítések

Eddigi elméleti megfontolásaink során feltételeztük, hogy a diffúziót valamiféle információterjedési folyamat vezérli. Ez gyakran így is van, de fontos különbséget tenni aközött, hogy hallottunk valamiről vagy, hogy aszerint is cselekszünk, amit hallottunk. Megérteni valamit vagy meggyőzve lenni valamiről nagyon eltérő állapotok lehetnek. Minél komolyabban vesszük ezeket a kérdéseket, annál messzebb kerülhetünk a szokásos fertőzési folyamatoktól. Mindez persze nem feltétlenül jelenti azt, hogy a logisztikus függvényt is fel kellene adnunk. Sok más, az információáramlással nem feltétlenül kapcsolatba hozható modell is eredményezhet S-görbét. Az alábbiakban két lehetséges változatot mutatunk be.

Egyéni döntések

A fertőzési modellek, annak érdekében, hogy a diffúziót információterjedési folyamatként kezelhessék, elvonatkoztatnak az individuális szinttől. Nem feledkezhetünk meg azonban arról, hogy megbetegedni általában nem valamiféle tudatos döntés eredményeként szoktunk. Ezzel szemben egy innováció alkalmazása végső soron mindig az individuumok, a populáció egyedeinek szintjén meghozott adoptálási döntés eredménye.

Ha a diffúziós folyamatot egyéni döntésekre szeretnénk visszavezetni, akkor a legegyszerűbb azt feltételeznünk, hogy az egyedek különböznek egymástól valamilyen az adoptációs döntést befolyásoló jellegzetességben. Granovetter (1978) nyomán feltételezhetjük, hogy döntésük attól függ vajon ez a kérdéses jellemző meghalad-e vagy sem, egy bizonyos küszöbértéket. Világos, hogy bármilyen makro-dinamikának az egyéni döntésektől való függése aszerint alakul, hogy milyen ennek a jellemzőnek a populációbeli eloszlása. Ha normális eloszlású, a küszöbérték pedig időben állandó ütemben csökken, akkor az adoptálók számának időbeli alakulása S-görbét követ.

A küszöbérték, vagy más szóval *kritikus tömeg* megléte bármilyen innováció diffúzióját befolyásolhatja. Hatása azonban különösen erős lehet az úgynevezett *interaktív* innovációk esetében (Mahler–Rogers 1999). Jól ismert példa, hogy ha valaki a világon egyedül birtokol telefont, ez a kiválasztottság felemelő érzésével töltheti ugyan el, arra azonban amire a készüléket kitalálták, telefonálásra biztos, hogy nem használhatja. *Hálózati hatásról* beszélünk, ha egy jószág vagy szolgáltatás már önmagában a felhasználók számának növekedésétől értékesebbé válik alkalmazói számára. Egy ilyen innováció esetében fontos lehet, hogy éppen hányan használják. Ebből következik, hogy a kezdeti szakaszban a diffúzió rendkívül lassú. Világos azonban, hogy ugyanazok a tényezők, amelyek a kritikus tömeg elérése előtt lassítják, utána már gyorsítják a diffúzió sebességét. A hálózati hatás tehát erősen befolyásolja az S-görbe pontos alakját.

Populációsűrűség-függő modellek

Fertőzési-, illetve kritikustömeg-modellek. Ez a két alapvető modelles család nyújtott eddig elméleti hátteret az S-görbék bevezetéséhez. Legalábbis explicit módon. Impli-

cit módon ugyanis már a második fejezetben a logisztikus függvény bevezetése során is egy széles körben használatos elméleti elképzelésre támaszkodtunk. Azzal ugyanis, hogy a logisztikus függvényt valamely „szaporodási folyamat” rendelkezésére álló tér korlátozott jellegéből vezettük le, a logisztikus modellt a populáció ökológiában széles körben használatos *sűrűségfüggő* növekedési modellek egyikeként vezettük be (Vladar–Harold 2005).

Ezekben a modellekben valamely populáció létszámának növekedése a populáció-sűrűség függvényeként alakul. A modell matematikai formáját tekintve pontosan meg- egyezik az információterjedési modellel. Fontos különbség azonban, hogy itt a növekedés sebességét nem egy információterjedési folyamat, hanem a születési és hal- lálózási rátákon keresztül a populációsűrűség szabályozza.

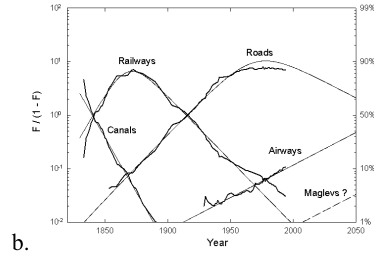
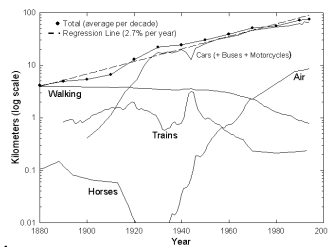
A sűrűségfüggő növekedési modelleknek figyelemre méltó kiterjesztését képviseli a szervezetökológiában megjelent új elképzelések (Hannan–Caroll 1992). Az elmélet a szervezetek szaporodási mechanizmusának megragadására két fogalommal, a versennyel és a legitimációval operál. Korlátozott erőforrások mellett a verseny mindig fellép. Másfelől a legitimáció az a folyamat, amelynek során egy új típusú szervezet elfogadást nyer, intézményesül. A legitimáció folyamatosan lebontja az új szervezetek előtt álló akadályokat, megemeli „születési rátáikat”, és javítja túlélési esélyeiket. Ezzel párhuzamosan azonban a szervezetek számának növekedésével erősödik az erőforrásokért folytatott verseny, ami a születési ráták csökkenését és a halál- lózási ráták növekedését eredményezheti. Heurisztikusan így belátható, hogy ezek a sűrűségfüggő növekedési modellek is valamiféle S-görbéhez vezetnek.

TÁRSADALMI DIFFÚZIÓ, TÁRSADALMI VÁLTOZÁS

Az utóbbi fejezetekben lassan, fokozatosan kezdtük elhagyni a *technológiai* inno- vációk terjedési folyamatainak vizsgálatát. Egy innováció ugyanis nyilvánvalóan nem csak valamilyen tárgyban megtestesülő technika, hanem gondolat, sőt cselekvés is le- het. Most tovább lépünk ezen az úton. Belátható, hogy a növekedési függvények a *tár- sadalmi változás* megértésének is igen hatékony eszközt nyújthatják (Grübler et al. 1996, 1999). A magunk részéről ennek bizonyításához tanulmányunk befejező részé- ben egy átfogó, de ami a konkrét példákat illeti mégiscsak *illusztratív* jellegű tabló be- mutatásával kívánunk hozzájárulni. Ami most következik nem elemzés, inkább csak egyfajta képtár, amely, mint látni fogjuk döntően a logisztikus függvény változatos al- kalmazási területein próbál végigkalauzolni bennünket.

Logisztikus helyettesítési folyamatok

A 30–32. ábrák baloldali részében szereplő diagramokat az 5–7. ábrákban már kö- zöltük. Akkor azt kívántuk bemutatni velük, hogy az egymást követő innovációs lö- késhullámok hatása miként képes fokozatosan úgy kitágítani a teret, hogy helyet csináljon egy állandó ütemű exponenciális növekedés számára.

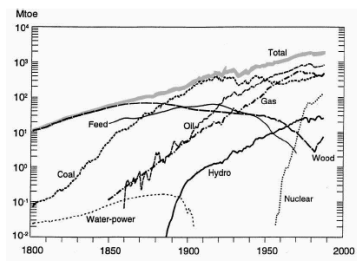


b.

30. ábra

Közlekedés: Exponenciális burkoló és logisztikus helyettesítés

Forrás: Ausubel et al. 1998.

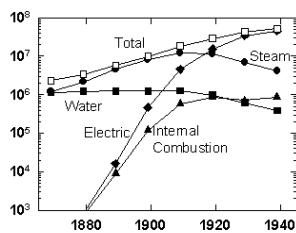


b.

31. ábra

Elsődleges energiaforrások: Exponenciális burkoló és logisztikus helyettesítés

Forrás: Grubler et al. 1999.



b.

32. ábra

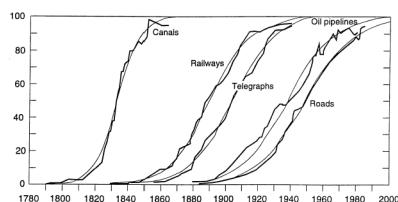
Elektromos energia források: Exponenciális burkoló és logisztikus helyettesítés

Forrás: Ausubel-Marchetti 1996.

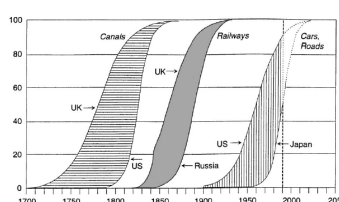
Az újdonságot ezúttal a fenti ábrák jobboldala képviseli. Ezekben ugyanazokat a folyamatokat ábrázoltuk, mint baloldalt, csak már nem abszolút számokban. A 30.b–32.b ábrákon az egyes közlekedési eszközöknek és energiaforrásoknak a teljes közlekedési- vagy energia-kínálathoz viszonyított *részesedését* vetettük alá a

Fisher-Pry transzformációnak. Mivel ebben az ábrázolásban az emelkedő illetve csökkenő egyenesek logisztikus növekedést, illetve logisztikus csökkenést képviselnek, az ábrákon látható változatos domborzat úgynevezett *logisztikus helyettesítési folyamatok* egymást átfedő, illetve követő sorozatát mutatja be (Marchetti–Nakicenovic 1979; Perrin et al. 1999). A 31.b ábrán például jól látható, hogy a szén valamikor a múlt század húszas éveiben, a kőolaj és a földgáz pedig, a hetvenes években jutott túl részese-dése csúcspontjára. Ezeknek a fordulópontoknak a huszadik század két legjelentősebb gazdasági válságával, valamint a Kondratieff-ciklusok fordulópontjaival való meglepő egybeesése azt sugallja, hogy a logisztikus helyettesítési folyamatok eredeti szempontokkal járulhatnak hozzá a „hosszú hullámok” megértéséhez.

A 33. ábrán a három legfontosabb közlekedési hálózat a csatornák, a vasút, és a szilárd burkolatú utak innovációs hullámainak időbeli alakulását ábrázoltuk, az Egyesült Államok esetében. Figyelemre méltó, hogy az innovációs hullámok a Kondratieff ciklusoknak megfelelő, mintegy félévszázados késleltetéssel követték egymást. Az előbbiekhöz hasonló S-görbékre, és szabályokra bukkanhatunk más országok esetében is, miközben néhány későn induló ország esetében e téren igen sikeres felzárkózás figyelhető meg (34. ábra).



33. ábra
Közlekedési infrastruktúrák
diffúziója az USA-ban
Forrás:Grübler et al. 1999.



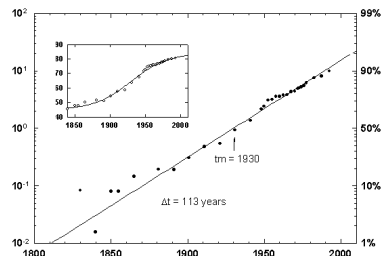
34. ábra
A későn indulók felzárkózása
Forrás:Grübler et al. 1999.

A kutatások a hosszú hullámok terén jelenleg is intenzíven folynak. Legutóbb például a Schumpeter-féle teremtő rombolás fogalmkörére és Marchetti illetve Nakicenovic empirikus munkáira (Marchetti 1986) támaszkodva álltak elő egy evolúciós gazdasági növekedési modellel (Silverberg–Lehnert 2003). Mindez azonban túlságosan is fontos témakör ahhoz, hogy akárcsak néhány mondat erejéig belevágjunk az elemzésébe, inkább maradunk a logisztikus növekedés alkalmazásainak általunk beígért illusztrálásánál.

Produktivitás mindenütt

Mivel, az emberi populáció dinamikájára vonatkozó példák az exponenciális és a logisztikus növekedés társadalomtudományi alkalmazásaiban történetileg is komoly

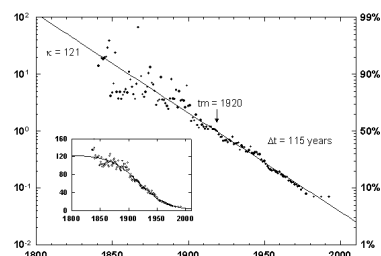
szerepet játszottak (Marchetti 1997a), érdemes ezeket most néhány újabb eredménnyel kiegészítenünk.



35. ábra

Norvégia, a születéskor várható
élettartam alakulása 1840–1990

Forrás: Marchetti et al 1996.



36. ábra

Norvégia, a csecsemőhalandóság
alakulása 1850–1990

Forrás: Marchetti et al 1996.

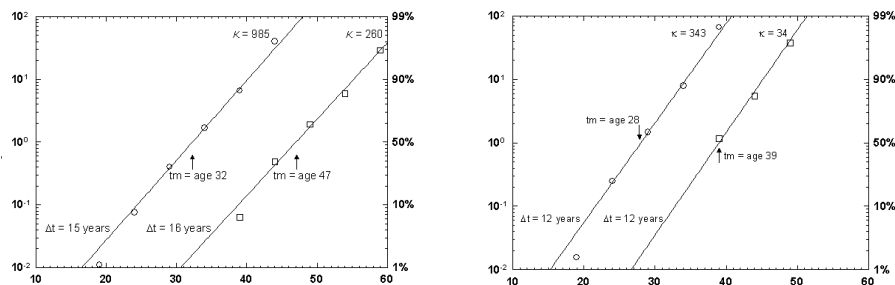
A 35. ábráról leolvasható, hogy a születéskor várható élettartam Norvégiában egy olyan 113 évig tartó logisztikus növekedést követett, amely 1930-ban jutott túl a középpontján, s amely napjainkra érkezett el a 84 éves saturációs szint közelébe. Az itt látható alkalmazás egyik figyelemre méltó tanulsága, hogy a logisztikus függvény pontos illesztéséhez a diagramot a függőleges tengely mentén 39 egységgel feljebb kellett tolni. Az ok nyilvánvaló. Ez a több mint százéves folyamat ugyanis nem a nulláról indult. A folyamat kezdetén, a 19. század első harmadában a születéskor várható élettartam Norvégiában 39 év volt, s a logisztikus növekedés jóvoltából ehhez adódott hozzá még további 45 év.

Demográfusok között általában közmegegyezés van a tekintetben, hogy a születéskor várható élettartamok számos országban megfigyelhető növekedése nagyrészt a csecsemőhalandóság tartós és jelentős csökkenésének köszönhető. A 36. ábra azt mutatja, hogy Norvégiában, ebben az esetben egy 115 éves logisztikus csökkenéssel van dolgunk, amely napjainkra szintén a saturációs szint közelébe érkezett.

Különösen érdekes eredményekre jutunk, ha a gyermekek számának alakulását, a szokástól eltérően nem az anya, hanem az apa életkora szerint vizsgáljuk. A 37. ábráról kiderül, hogy akár Egyiptomot, akár Kanadát vesszük szemügyre mindkét esetben nagyon hasonló bi-logisztikus növekedésre bukkanunk. Érteni véljük, hogy Egyiptomban a muzulmán férfiak csak egy bizonyos kor után engedhetik meg maguknak, hogy második feleséget hozzanak a házhoz, s a gyermekek második hulláma már ettől az új feleségtől származó gyermekeket jelenti. Rendkívül figyelemre méltó, hogy a többnejűség mellett, egy egészen más jogi intézmény a szabad válás lehetősége is teljesen hasonló demográfiai eredménnyel járhat. Feltételezhető ugyanis, hogy Kanadában a válás után újrահázasodó férfiak második feleségének gyermekvállalása eredményezi a produktivitás ott is megfigyelhető bi-logisztikus formáját.

A produktivitás és a logisztikus növekedés kapcsolatát egyébként Marchetti 2002-ben írt *Productivity versus Age* című művében már-már metafizikai szintre emelte. Mintegy száz oldalon keresztül Nobel díjas fizikusok, kémikusok, orvos biológusok

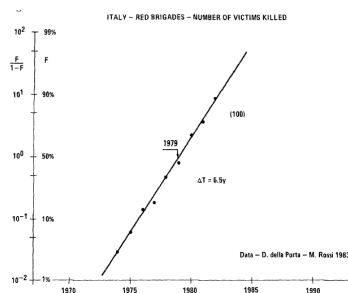
gusok, a legkülönbélebb filmrendezők és producerek, híres bűnözők illetve bűnszervezetek, futó- és dobóatléták valamint, zenészek, festők, írók sokaságának a – műveik kumulatív számán keresztül mért – teljesítményéről állítja, hogy logisztikus növekedés követ. Igazság szerint némely esetben Marchetti vizsgálódása inkább csak kvázi-empirikusnak vagy heurisztikusnak tekinthető. A rendelkezésére álló adatok száma nem ritkán nyugtalanítóan kevés. Sokszor teljesen figyelmen kívül hagyja, hogy az általunk megismert egyéb növekedési függvények sokkal jobb illeszkedést adhatnak. Minden esetben szinte apriori jelleggel ragaszkodik a logisztikus függvényhez. Diagramjai sokaságából mi most csak ízelítőként közöljük a terrrorszervezetek „produktivitására” vonatkozókat, amelyekben az olaszországi Vörös Brigádok aktivitását logisztikus, az Izraelben elkövetett terrortámadások alakulását pedig, bi-logisztikus függvénnyel írta le (38–39. ábrák).



37. ábra

Gyermekek száma az apa életkora szerint Egyiptomban és Kanadában

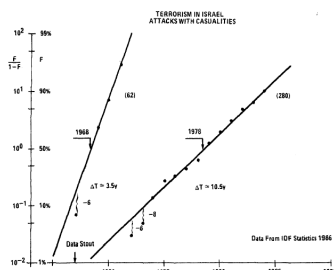
Forrás: Marchetti et al. 1996.



38. ábra

A Vörös Brigádok halálos áldozatainak száma

Forrás: Marchetti 2002.



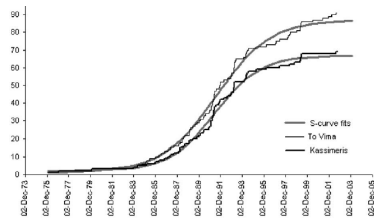
39. ábra

Terrortámadások száma Izraelben

Forrás: Marchetti 2002.

A fenti példák azonban átvezetnek bennünket egy a 2004-es athéni olimpia előkészületei idején a görög és a nemzetközi sajtóban is széles körben tárgyalt kérdéskör-

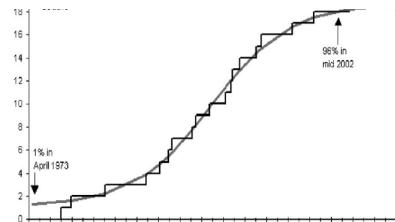
höz. Ismert, hogy Görögországban a hetvenes évek közepe óta létezett egy baloldali gyökerű, *November 17* nevű városi terrorszervezet, amelynek tagjait 2002 nyarán egy véletlen baleset játszotta a bűnüldöző szervek kezére. A terrorszervezet akcióit bemutató 40–41. ábrákról azonban világosan kiderül, hogy lebukásukig a szervezet aktivitása gyakorlatilag már véget is ért.



40. ábra

A November 17 terrorszervezet akcióinak száma görög sajtótermékek tudósításai szerint

Forrás: Konstandopoulos–Modis 2003.

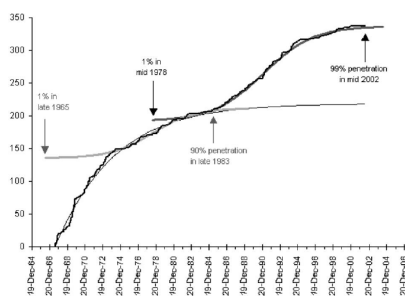


41. ábra

A November 17 terrorszervezet halálos áldozatokkal járó akciói különböző

Forrás: Konstandopoulos–Modis 2003.

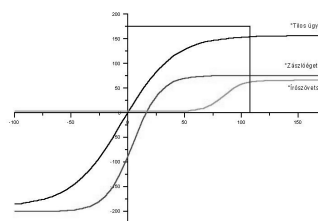
Konstandopoulos és Modis feltételezték, hogy az 1974-ben létrejött, baloldali színvonalú terrorszervezet tevékenységének múltbeli gyökerei az 1967–1974 között regnált jobboldali katonai diktatúra elleni városi gerilla akciókban lelhetők fel. Amikor ezeket az akciókat összekapcsolták a November 17 terrorszervezet tevékenységével, akkor az így meghosszabbított idősort tri-logisztikus függvényt tudtak illeszteni (42. ábra). Ez érdekes, de semmiképpen sem szemléletformáló eredmény. Ennél sokkal figyelemre méltóbb, hogy az első terrorhullámot jelképező logisztikus függvény kezdetét a szerzők a rendelkezésre álló legelső adatokhoz képest is fél évszázaddal „visszatolták” a múltba. A vizsgált folyamat gyökereit végeredményben a görög kommunista mozgalom 1919 körüli formálódásában találták meg.



42. ábra

Városi gerilla akciók Görögországban

Forrás: Konstandopoulos–Modis 2003.



43. ábra

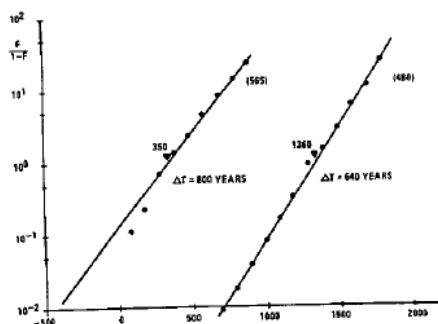
„Tilos ügy”, „Zászlóégetés”, „Írószövetség” témák dinamikája a Magyar Nemzetben, logisztikus illesztés

Forrás: Fokasz–Fokasz 2004.

Hasonlóval próbálkoztunk mi is a Tilos Rádió kapcsán kialakult botrányok (43. ábra), sajtódinamikájának elemzésekor (Fokasz et al. 2004). A 43. ábrán bejelölt téglalap tartalmazza az adott témában megjelent cikkek kumulatív számát. Látható, hogy ha ezekre az adatokra logisztikus függvényt próbálunk illeszteni, akkor a „Tilos ügy” illetve a „Zászlóégetés” ügy esetében mintegy száz nappal vissza kell tolnunk a múltba függvényünket.

Világos, hogy ez a „visszahátrálás” a múltba csak szigorú feltételek mellett alkalmazható. Egyrészt biztosak kell legyünk abban, hogy az adott kérdésben tényleg csak a logisztikus függvény jöhet szóba, másrészt meggyőző bizonyítékokat kell találnunk a vizsgált folyamat múltbeli gyökereire is. Addig a fentiek csak kutatási hipotézisnek tekinthetők.

Mint Marchetti eljárása is aki, egy két évezredes folyamat megragadására tett kísérletet azzal, hogy születési idejük szerint számba vette a katolikus egyházi szentek számának időbeli alakulását. A kumulatív adatokból összeállított idősorokban Marchetti egy nyolcszáz illetve egy hatszáz éves növekedési idejű logisztikus függvényből álló bi-logisztikus növekedést talált, de az első hullám illesztéséhez a logisztikus függvényt neki is mintegy ötszáz(!) évvel kellett a múltba visszatolnia (44. ábra). A szerző ennek – persze utólag – magyarázatát is adja, amennyiben egy akkor tevékenykedett Jehova Szolgái elnevezésű szektában Jézus szellemi elődeit is megtalálni vélte.



44. ábra

A katolikus egyház szentjeinek száma

Forrás: Marchetti 1994.

Nem tudom, hogy követhetjük-e szerzőnket ezen az úton. Itt ugyanis a logisztikus függvény iránti olyan feltétlen, szinte apriori bizalommal van dolgunk, amelyet csak nagyon nyomós érvek mellett lennének hajlandók elfogadni. Egyáltalán nem magától értetődő, hogy lehet-e, vagy érdemes-e kétezer év bármiféle folyamatát néhány egyszerű függvénybe belesűriteni. A gond az, hogy e példa esetében nem igazán tudjuk eldönteni, hogy tényleg látunk, vagy csak módszerünk fénytörésében belelátunk a jelenségbe valamit?

Ez a kérdés azonban visszarepít bennünket tanulmányunk legalapvetőbb problémájához. – *Telítődési folyamat?* – *Igen.* – *S-görbe?* – *Talán.* – *Rendben, de akkor melyik!? Ez az ára annak, hogy a módszertani apparátus használatát a társadalmi változás újabb és újabb területeire igyekeztünk kiterjeszteni. A mobiltelefonok diffúziója, jó néhány demográfiai folyamat, az egyetemek vagy a nukleáris kísérletek számának alakulása, valamint az energiaforrások helyettesítési folyamatai esetében választ találunk a fenti kérdésekre. Az újabban bemutatott területek, ahogy más a tanulmányban helyszüke miatt nem tárgyalt esetek még további kutatást érdemelnek.*

IRODALOM

- Ausubel, J.H.–Marchetti C. (1996): Electron: Electrical System. *Daedalus*, 125(3): 139–169.
- Ausubel, J.H.–Marchetti, C.–Perrin, S.M. (1998): Toward Green Mobility: the Evolution of Transport. *European Review*, 6(2): 137156.
- Bass, M.F. (1969): A New Product Growth for Model Consumer Durables. *Management Science*, 15: January.
- Bertalanffy, L. von (1938. A Quantitative Theory Of Organic Growth (Inquiries on Growth Laws. II). *Human Biol.* 10: 181–213.
- Bewley, R.–Griffiths, W.E (2003): The Penetration Of Cds in the Sound Recording Market: Issues in Specification, Model Selection and Forecasting. *International Journal of Forecasting*, 19: 111–121.
- Coffman, K.G.–Odlyzko, A.M. (1998): The size and growth rate of the Internet. *First Monday*, 3: 10, Oct.
- Coleman, S.J.–Menzel, H.–Katz, E. (1966): *Medical Innovation: A Diffusion Study*. Indianapolis: Bobbs-Merill.
- Cramer, J.S. (2004): The Early Origins of the Logit Model. *Studies in History and Philosophy of Biological and Biomedical Sciences*, 35: 613–626.
- David, P.A. (2003): Zvi Griliches on Diffusion, Lags and Productivity Growth Connecting the Dots. Conference on R&D, Education and Productivity Held in Memory of Zvi Griliches (1930-1999), 25–27th, August.
- Ferreira O.C. (1998): Futurology. *Economia & Energia*, 6. (12), <http://www.ecen.com/content/eee00/futurre.htm>.
- Fisher, J.C.–Pry, R.H. (1971): A Simple Substitution Model of Technological Change. *Technological Forecasting and Social Change*, 3: 75–88.
- Fokasz N.–Fokasz O. (2004): Hullámverés. Terjedési folyamatok a médiában. *Szociológia Szemle*, 4.
- Formoso, C. (2005): Hazard Rates from Competing/Repeated Risk Survival Analysis. *Technological Forecasting and Social Change*, 72(1): January.
- Geroski, P.A. (2000): Models of Technology Diffusion. *Research Policy*, 29: 603–625.
- Griliches, Z. (1957): Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change. *Econometrica*, 25: October.
- Grandcourt, E.M.–Abdessaam, T.Z.Al.–Francic, F.– Shamsi, AT.Al. (2005): Population Biology and Assessment of the Orange-Spotted Grouper. *Epinephelus Coioides* in the Southern Arabian Gulf. *Fisheries Research*, 74: 55–68.
- Granovetter, M. (1978): Threshold Models of Collective Behavior. *American Journal of Sociology*, 83:6, May, 1420–1443.
- Gruber, H.–Verboven, F. (2001a): The Diffusion of Mobile Telecommunications Services in The European Union. *European Economic Review*, 45: 577–588.

- Gruber, H.–Verboven, F. (2001b): The Evolution of Markets Under Entry and Standards Regulation – The Case of Global Mobile Telecommunications. *International Journal of Industrial Organization*, 19: 1189–1212.
- Gruber, H. (2001): Competition and Innovation. The Diffusion of Mobile Telecommunications in Central and Eastern Europe. *Information Economics and Policy*, 13: 19–34.
- Grübler, A.–Nakicenovic, N. (1996): Decarbonizing the Global Energy System. *Technological Forecasting and Social Change*, 53: 97–110.
- Grübler, A.–Nakicenovic, N.–Viktor, D.G. (1999): Dynamics of Energy Technologies and Global Change. *Energy Policy*, 27: 247–280.
- Hannan, M.–Caroll, G. (1992): *Dynamics of Organizational Populations*. Oxford: Oxford University Press.
- Jang, S.-L.–Dai S.-C.–Sung S. (2005): The Pattern and Externality Effect of Diffusion of Mobile Telecommunications: The Case of OECD and Taiwan. *Information Economics and Policy*, 17: 133–148.
- Kemény I. (1990): Munkakultúra és életforma. In Kemény I.: *Velük nevelkedett a gép*. Budapest: VITA.
- Konstandopoulos, A.G.–Modis, Th. (2003): Urban Guerilla Activities in Greece. *Technological Forecasting and Social Change*, 10 May.
- Kozuko, F.–Bajzer Z. (2003): Combining Gompertzian Growth and Cell Population Dynamics. *Mathematical Biosciences*, 185: 153–167.
- Lei, Y.C.–Zhang, S. Y. (2004): Features and Partial Derivatives of Bertalanffy-Richards Growth Model in Forestry. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 9(1): 65–73.
- Mahler, A.–Rogers, E.M. (1999): The Diffusion of Interactive Communication Innovations and the Critical Mass: The Adoption of Telecommunications Services By German Banks. *Telecommunication Policy*, 23: 719–740.
- Mansfield, E. (1961): Technical change and the rate of imitation. *Econometrica*, 29: October 14.
- Marchetti, C.–Nakicenovic, N. (1979): *The Dynamics of Energy Systems and the Logistic Substitution Model*. Laxenburg: International Institute for Applied Systems Analysis.
- Marchetti, C.–Perrin, S.M.–Ausubel J.H. (1996): Human Population Dynamics Revisited with the Logistic Model: how much can be modeled and predicted? *Technological Forecasting and Social Change*, 52: 10–302.
- Marchetti, C. (1994): Anthropological Invariants is Travel Behavior. *Technological Forecasting and Social Change*, 47: 75–88.
- Marchetti, C. (1986): Fifty-year Pulsation in Human Affairs. Analysis of Some Physical Indicators. *Futures*, 17(3): 376–388.
- Marchetti, C. (1997a): Longevity and Life Expectancy. *Technological Forecasting and Social Change*, 55: 281–299.
- Marchetti, C. (1997b): Millenarian Cycles in the Dynamics of the Catholic Church. *Technological Forecasting and Social Change*, 55: 281–299.
- Marchetti, C. (2002): Productivity versus Age. Final Report for Richard Lounsbery Foundation, June.
- Nieto, M.–López, F.–Cruz, F. (1998): Performance Analysis of Technology Using S Curve Model: the Case of Digital Signal Processing (DSP) Technologies. *Technovation*, 18(6/7): 439–457.
- Perrin, S.M. (1994): Bi-Logistic Growth. *Technological Forecasting and Social Change*, 47: 89–102.
- Perrin, S.M.–Ausubel, J.H. (1999): Carrying Capacity. A Model with Logistically Varying Limits. *Technological Forecasting and Social Change*, 61(3): 209–214.

- Perrin, S.M.–Yung, J.W.–Ausubel, J.H. (1999): A Primer on Logistic Growth and Substitution: The Mathematics of the Loglet lab Software. *Technological Forecasting and Social Change*, 61(3): 247–271.
- Price, S. (1979): *Kis tudomány – Nagy tudomány*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Rogers, E.M. (1962): *Diffusion of Innovations*. New York: Free Press.
- Rogers E.M. (1995): *Diffusion of Innovations*. 4th ed. New York: Free Press.
- Rogers E.M. (1994): Diffusion of Innovations and the Mega-Cities Project. The Mega-Cities Project Publication MCP-011.
- Rogers, E.M. (2002): Diffusion of Preventive Innovations. *Addictive Behaviors*, 27: 989–993.
- Ryan, B.–Gross, N.C. (1943): The Diffusion of Hybrid Seed Corn in two Iowa Communities. *Rural Sociology*, 8: 15–24.
- Santos H.–Devezas T. (1999): The Growth of the Internet. *Estiem Magazine*, 1.
- Silverberg, G.–Lehnert, D. (2003): Evolúciós káosz: növekedés és fluktuációk az „alkotó rombolás” Schumpeter-féle modelljében. In: Fokasz N. szerk.: *Káosz és nemlineáris dinamika a társadalomtudományokban*. Budapest: Typotex.
- Thornley, J.H.M.–France, J. (2005): An Open-Ended Logistic-Based Growth Function. *Ecological Modelling*, 184: 257–261.
- Tsoularis, A.–Wallas, J. (2002): Analysis of Logistic Growth Models. *Mathematical Biosciences*, 179: 21–55.
- Valkovics, E. (2000): A Gompertz-függvény felhasználási lehetőségei a demográfiai modellezésben. *Statisztikai Szemle* 79(2).
- Vladar, D.E.–Harold, P. (2005): Density-Dependence as a Size-Independent Regulatory Mechanism. *Journal of Theoretical Biology*, May.