

# Sztochasztikus lökэшullámmmodell leveze- tése és alkalmazási lehetőségei

Forgalmas városi útvonalakon a jelzőlámpaciklusok alapvetően meghatározzák a forgalom lebonyolódását. A jelzőlámpás útkereszteződésekben a kialakuló sorhosszak pontos ismerete elengedhetetlen az intelligens beavatkozó rendszerek működtetése esetén. Fő eredmény, hogy a sztochasztikus lökэшullámmmodell jól alkalmazható a városi forgalom modellezésére.

DOI 10.24228/KTSZ.2019.6.4

---

## Varga Balázs – Tettamanti Tamás

BME Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék  
e-mail: varga.balazs@mail.bme.hu, tettamanti@mail.bme.hu

---

### 1. BEVEZETŐ

A városi közúti forgalom pontos leírásához elengedhetetlen a jelzőlámpás csomópontokban kialakuló sorhosszak modellezése. Az elmúlt években több intelligens alkalmazás jelent meg, amelyek a sorhosszak ismeretére épülnek.

Számos adaptív jelzőlámpavezérlési stratégia került kidolgozásra [1], [2], [3], amelyek egy része már jelenleg a tényleges forgalomban működik. A jelzőlámpa előtti sorban várakozó járművek számának valós idejű ismerete ezen rendszerek egyik alapvető bemenete. Ezt a vezetéstámogató rendszerek is fel tudják használni, pl. járművek energiafogyasztásának minimalizálása céljából [4].

A sorhossz becslésére több megoldás létezik, ám ezek az eljárások vagy pontatlanok, vagy nagyon költségesek. Általában hurokdetektorok mérési adataiból becsülhetők [5], videokamerák alapján [6] vagy mérőkocsik [7] segítségével már pontosan meghatározhatók. A sorhosszak becsülhetők továbbá modellek, például a lökэшullámmmodell segítségével [8]. Idő függvényében jelezhetők a sorhosszak a túltelítődött<sup>1</sup> útszakaszokon is. A sorhosszak sztochasztikus voltát több szerző is próbálta modellezni. A [9] a sorhosszak statisztikai paramétereit és a késéseket vizsgálta jelzőlámpás csomópontokban. A [10] a sorhosszak eloszlásfüggvényeit becsülte. [11] Gauss folyamattal becsülte a járművek érkezését.

A fenti cikkek sztochasztikus modelljei nehezen implementálhatók intelligens forgalmi alkalmazásokba vagy túl sok adatot igényelnek. Ebben a cikkben egy az irodalomban létező egyszerű forgalmi modell, a lökэшullámmmodell [12] felhasználásával történik a sorhosszak becslése.

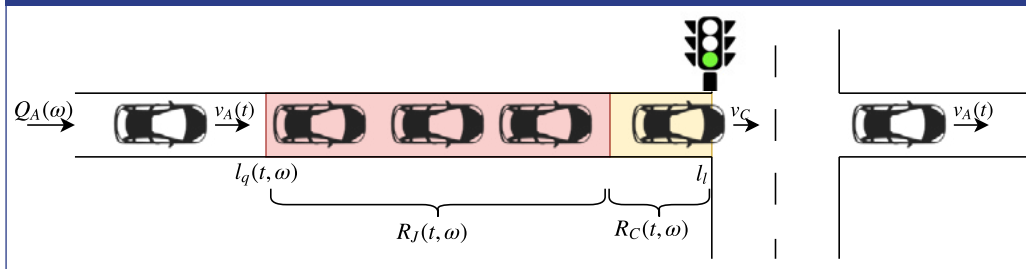
---

1 **Nem telítődött forgalom** (angol nyelvű szakirodalomban: undersaturated) esetén a forgalom a jelzőlámpánál nem telítődött, ha a csomópont mindig kiürül egy zöld jelzés alatt.

**Telített forgalomnál** (angol nyelvű szakirodalomban: saturated) annyi jármű jelenik meg a csomópontban, mint amire a jelzőlámpa program tervezve van. A csomópont kiürülésének ideje pontosan egy zöld jelzésnyi idő. Ez az eset jelenti azt, amikor a csomópont kapacitásmaximumon üzemel.

**Túltelített forgalom** (angol nyelvű szakirodalomban: oversaturated) esetén adott ágban a csomópont nem tud kiürülni egy zöld jelzés alatt.

1. ábra: Forgalmi állapotok egy jelzőlámpa előtt



A forgalombecslés bizonytalanságának figyelembevételére ez a modell kiegészítésre kerül: determinisztikus lökeshullámok és sorhossz helyett azok eloszlásfüggvényei kerülnek levezetésre. A modellhez a szakaszonkénti pillanatnyi bemenő forgalomnagyság, illetve annak valamilyen eloszlással való közelítése, valamint az útszakaszra vonatkozó makroszkopikus fundamentális diagram ismerete szükséges.

A 2. fejezetben a lökeshullámmodell kerül bemutatásra, a 3. fejezet ezt egészíti ki a járműforgalom sztochasztikus folyamatként történő figyelembevételével, a 4. fejezetben a modell egy szimulációs példán keresztül validálásra kerül, az 5. fejezetben összefoglaljuk az eredményeket és kitekintést adunk a modell alkalmazási lehetőségeire.

## 2. A VÁROSI LÖKÉSHULLÁMMODELL

A lökeshullámmodellt először [1] írta le városi jelzőlámpás kereszteződéshez kapcsolódóan, amely tartalmazza a forgalom állapotait jelzőlámpás kereszteződések környezetében. A modell három állapotot különböztet meg:

1. a forgalom szabadon áramlik a jelzőlámpánál várakozó sor előtt, a járművezetők maguk választják meg a sebességüket  $v_A(t)$  [m/s].
2. A járművek a sorban várakoznak, sebességük  $v_f = 0$  [m/s].
3. A lámpa zöld jelzésére a járművek egy kritikus sebességgel  $v_C$  [m/s] hajtanak át a jelzőlámpás csomóponton. A csomóponton való áthaladás után a járművezetők ismét egy általuk megválasztott sebességgel közlekednek.

A különböző forgalmi állapotokat az 1. ábra szemlélteti, ahol  $Q_A(t)$  [jármű/h] a bemenő forgalom nagysága.  $R_J(t)$  [m] állapotban a járművek sorban állnak.  $R_C(t)$  [m] pedig a sorból kihajtó járműveket jelöli. A sor hossza a jelzőlámpa pozíciójától  $l_i$  [m] számítva  $l_q(t)$  [m].

A modell szükséges bemenetei a bemenő forgalomnagyság  $Q_A(t)$  [jármű/h] és a jelzőlámpa előtti szakaszra értelmezett makroszkopikus fundamentális diagram. A bemenő forgalomnagyság mérhető pl. hurokdetektor segítségével az adott szakasz bemeneténél, vagy becsülhető historikus adatokból [5]. A fundamentális diagram korábbi mérések eredményeként felvehető. Ezek ismeretében a sorhossz és a kialakuló lökeshullámsebességek meghatározhatók (2. ábra). A fundamentális diagram kapcsolatot teremt a forgalomnagyság  $Q(t)$  [jármű/h], forgalomsűrűség  $\rho(t)$  [jármű/km] és makroszkopikus (térbeli) átlagsebesség  $v(t)$  [km/h] között:  $Q(t) = \rho(t) \cdot v(t)$ . A fundamentális diagram nevezetes pontja a  $\rho_C$  [jármű/km] kritikus forgalomsűrűségnél az útszakaszon áthaladó maximális forgalomnagyság  $Q_C$  [jármű/h]. A maximális  $\rho_f$  [jármű/km] forgalomsűrűségnél a járművek a fizikailag lehetséges legkisebb követési távolságot tartják egy-

máshoz képest, itt a járművek állnak, a forgalom nagyság  $Q_j$  [jármű/h] = 0 [13]. A fundamentális diagramon a lökeshullámok is feltüntethetők: a forgalmi lökeshullámok két forgalmi állapot határvonalaként értelmezhetők, a lökeshullámok terjedési sebessége pedig arányos a forgalom-nagysággal. A lökeshullámmodellben négy lökeshullám különböztethető meg.

1. **Sorbanállási lökeshullám:** a járművek a várakozó sorba érkezésükkor az aktuális  $v_A(t)$  sebességükről 0-ra fékeznek és belépnek a sorba. A fundamentális diagramot tekintve ez azt jelenti, hogy a sor végén a forgalmi állapot  $[\rho_A(t), Q_A(t)]$ -ből  $[\rho_j, Q_j]$ -be megy át. A lökeshullám terjedési sebessége:

$$W_1(t) = -\frac{Q_A(t)}{\rho_A(t) - \rho_j}$$

2. **Áthaladási lökeshullám:** a jelzőlámpánál megállt járművek elindulnak és megpróbálnak áthajtani a jelzőlámpás csomóponton. A lökeshullámmodellben ebben az állapotban a járművek a kritikus sebességgel haladnak. A lökeshullám a maximális forgalomsűrűségről a kritikus sűrűségre történő ugrást jelenti:

$$W_2 = \frac{Q_c}{\rho_c - \rho_j}$$

3. **Disszipációs lökeshullám:** ez a lökeshullám a sor csökkenési sebességét adja meg. Ekkor a szabadon áramló forgalom  $[\rho_A(t), Q_A(t)]$  a maximális átbocsátóképességhez tartozó  $[\rho_c(t), Q_c(t)]$  állapotba megy át. Ebben az esetben a sor végéhez érkező járművek egy mozgó sorba érkeznek meg.

$$W_3(t) = \frac{Q_A(t) - Q_c}{\rho_A(t) - \rho_c}$$

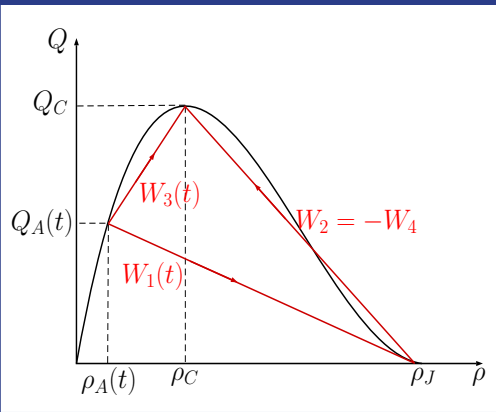
4. **Maradvány lökeshullám:** telített hálózat esetén, ha az összes jármű nem tudott kihajtani a zöldidő alatt, a kihaladó járművek ismét megállásra kényszerülnek.

$$W_4 = -\frac{Q_c}{\rho_j - \rho_c}$$

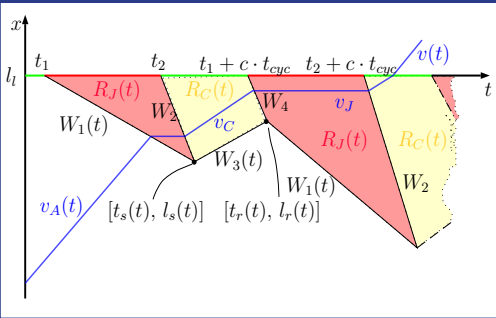
A modell ugyancsak szemléltethető tér-idő diagramon (3. ábra), ahol egy jármű trajektóriája látható, megjelenítve a sebességviszonyokat az egyes forgalmi állapotokban ( $R_j(t)$ ,  $R_c(t)$ ). A sor vége megegyezik a lökeshullámprofilal.

A lökeshullámok a sorhossz felépülését és disszipálódását jelölik. A sorbanállási és a disszipációs lökeshullámok geometriai metszéspontja  $[t_{s,c}, l_{s,c}]$  az alábbi módon írható fel (az időfüggés jelölésének elhagyása mellett):

2. ábra: Makroszkopikus fundamentális diagram a lökeshullám-terjedési sebességekkel



3. ábra: Lökeshullámok egy jelzőlámpa előtt (a kék vonal egy jármű trajektóriáját jelöli az egyes forgalmi állapotokban)



$$t_{s,c} = \frac{-W_1 t_{r,c-1} + W_2 (t_2 + c \cdot t_{cyc}) + l_{r,c-1} - l_l}{W_2 - W_1},$$

$$l_{s,c} = W_1 (t_{s,c} - t_{r,c}) + l_{r,c},$$

ahol  $c = \text{floor}(t/t_{cyc})$  index a  $c$ . lámpaciklust jelöli,  $[t_{r,c}, l_{r,c}]$  pedig a maradvány lökeshullám végpontját jelöli. Ezek a pontok az alábbi módon számíthatók:

$$t_{r,c} = \max(t_1 + c \cdot t_{cyc}, \frac{-W_3 t_{s,c} + W_4 (t_1 + c \cdot t_{cyc}) + l_{s,c} -}{W_4 - W_3})$$

$$l_{r,c} = \min(l_l, W_3 (t_{r,c} - t_{s,c}) + l_{s,c}).$$

A  $\min(\cdot)$ ,  $\max(\cdot)$  függvények azt az esetet hivatottak kezelni, ha nincs maradványsor.

Az egyes forgalmi állapotok  $R_j(t)$ ,  $R_c(t)$  határai ezek alapján a következő módon foglalhatók össze:

$$R_c(t): \{ [t_2 + t_{cyc}, l_l], [t_{s,c}, l_{s,c}], [t_{r,c}, l_{r,c}], [t_1 + (c + 1)t_{cyc}$$

$$R_j(t): \{ [t_1 + c \cdot t_{cyc}, l_l], [t_{r,c-1}, l_{r,c-1}], [t_{s,c}, l_{s,c}], [t_2 + c \cdot t_{cyc}$$

A sorhossz az idő függvényében pedig:

$$l_q(t) = \begin{cases} W_1 (t - t_{r,c-1}) + l_{r,c-1}, & \text{ha } t_{r,c-1} < t < t_{s,c} \\ \max(l_l, W_3 (t - t_{s,c}) + l_{s,c}), & \text{ha } t_{s,c} < t < t_{r,c} \end{cases}$$

Ez alapján a sorban álló járművek darabszáma, illetve az egy ciklus alatt  $n_{d,c}$  a kereszteződésen áthaladó járművek száma is meghatározható egységjárműben. Az áthaladó járművek száma arányos a sor hosszának csökkenésével egy zöld intervallum alatt, mínusz az ez idő alatt érkezett járművek száma.

$$n_{d,c} = \frac{l_{s,c} - l_{r,c} - W_1 (t_{r,c} - t_{s,c})}{l_{PCE}} = \frac{W_2 t_{zöld}}{l_{PCE}},$$

ahol  $l_{PCE}$  egy egységjármű hossza (biztonsági távolsággal együtt). A sorhossz megváltozása egy ciklus alatt:

$$n(c + 1) = n(c) + \frac{W_1 t_{cyc}}{l_{PCE}} - \min\left(\frac{W_2 t_{zöld}}{l_{PCE}}, n(c) + \frac{W_1 t_{cyc}}{l_{PCE}}\right),$$

ahol  $n(c)$  az előző jelzőlámpaciklusban kiszámolt sorhossz. Ez az eredmény egy diszkrét idejű forgalmi modell, hasonlóan a Store-and-Forward modellhez [14]. A lökeshullámmódel előnye a Store-and-Forward-hoz képest, hogy kezelhetők vele nem telítődött forgalmi állapotú csomópontok is (nincs maradó sor), valamint képes modellezni forgalomfüggő jelzéseképet. A következő fejezetben a forgalom véletlenszerű alakulásának figyelembevétele érdekében a modell sztochasztikus megfontolásokkal kerül kibővítésre.

### 3. SZTOCHASZTIKUS LÖKÉSHULLÁMMODELL

A makroszkopikus megközelítésben a bemenő járműforgalom  $[jármű/h]$  mértékegységgel adott. Ennek egy jelzőlámpaciklus csak töredéke. Ez alatt az egy óra alatt a jármű-

vek eloszlása nem egyenletes, így nem mondható, hogy pl.  $Q_A = 600$  [jármű/h] és  $t_{cyc} = 60$  [s] esetén 10 db jármű érkezik egy ciklus alatt. A sorhossz becslése ezáltal bizonytalan. Ez a bizonytalanság kezelhetővé válik a bemenő forgalom eloszlásfüggvényének ismeretében:  $F_{Q_A}(t, \varphi) = P(\omega: Q_A(t, \omega) \leq \varphi)$ , ahol  $\omega \in \Omega$  a véletlentől való függést jelenti  $\Omega$  eseménytéren. A valószínűségi mező  $P(\cdot)$  az  $\omega$  esemény bekövetkezési valószínűségének mértéke [15].  $\varphi$  egy kitüntetett forgalomnagyságot jelöl. Amennyiben a járművek zavartalanul érkeznek a jelzőlámpás útszakaszra, az érkezések eloszlása Poisson vagy binomiális eloszlással modellezhető [16]. Ellenkező esetben egy általános eloszlásfüggvénnyel írható le. A bizonytalan beérkező forgalom hatását a lökéshullámsebességekre a fundamentális diagramon keresztül a 4. ábra szemlélteti.

A 4. ábra alapján a forgalomsűrűség és a sorban állási lökéshullám is véletlentől függő lesz. Megjegyzés: a háromszög alakú fundamentális diagram miatt a disszipációs lökéshullám determinisztikus marad. A következőkben ezen változók eloszlásfüggvényei kerülnek levezetésre a forgalomnagyság eloszlásfüggvényének ismeretében az alábbi tétel segítségével:

**Tétel:** Adott egy  $\xi(\omega)$  valószínűségi változó ismert  $F_\xi(\varphi)$  eloszlásfüggvénnyel. Legyen  $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$  függvény szerinti valószínűségi változó. Ekkor az  $F_\eta(\varphi)$  eloszlásfüggvény az alábbi módon számítható:

$$F_\eta(\varphi) = \begin{cases} F_\xi(g^{-1}(\varphi)), & \text{ha } g(\varphi) \text{ mon. növekvő} \\ 1 - F_\xi(g^{-1}(\varphi)), & \text{ha } g(\varphi) \text{ mon. csökkenő} \end{cases}$$

és  $g(\varphi)$  invertálható [15].

Háromszög alakú fundamentális diagramra és a kritikus sűrűségnél kisebb forgalomsűrűségekre (ahol a diagram növekvő), a sűrűség az alábbi módon határozható meg:

$$\rho_A(\omega, t) = \frac{1}{v_f} Q_A(t, \omega),$$

ahol  $v_f$  a szabad áramlás sebessége. Továbbá feltételezett, hogy  $0 < Q_A(t, \omega) < Q_C$  sztochasztikus folyamat. Ekkor a tétel alapján:

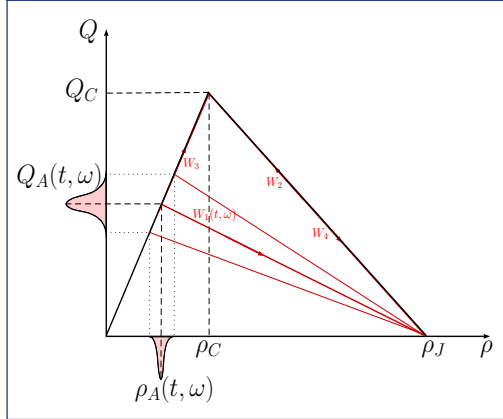
$$F_{\rho_A}(t, \varphi) = F_{Q_A}(t, v_f \varphi).$$

A sorbanállási lökéshullám  $Q_A(t, \omega)$  függvényeként:

$$W_1(t, \omega) = -\frac{Q_A(t, \omega)}{\rho_J - \frac{1}{v_f} Q_A(t, \omega)}$$

Mivel a fenti egyenlet egy monoton csökkenő függvényt ír le, ezért az eloszlásfüggvény:

4. ábra: (Háromszög) fundamentális diagram sztochasztikus járműforgalomnagyság és lökéshullámokkal



$$F_{W_1}(t, \varphi) = 1 - F_{Q_A}\left(t, -\frac{\rho_j - \frac{1}{v_f} \varphi}{\varphi}\right).$$

A hasonló elgondolások alapján a sorhossz eloszlásfüggvénye  $F_{l_q}(t, \varphi)$  is meghatározható. A sorhosszra adódó sztochasztikus folyamat ugyancsak  $Q_A(t, \omega)$  függő lesz. Az eloszlásfüggvény analitikus számítása általános esetben túl hosszadalmas, ezért a következőkben numerikus szimuláció segítségével kerül validálásra a felírt sztochasztikus modell.

## 4. NUMERIKUS PÉLDA

Tekintsünk egy 300 m hosszú útszakaszt, amely egy jelzőlámpás kereszteződésben végződik. Az útszakasz fundamentális diagramja és a jelzőlámpa fázisai ismertek: a ciklusidő 60 s, a zöldidő 30 s. Legyen a belépő járműforgalom Poisson eloszlású, állandó  $\lambda = E[Q_A(\omega)] = 500$  [jármű/h] érkezési rátával. A Poisson folyamat lineáris tulajdonságát kihasználva az érkezési ráta skálázható (pl.  $500$  [jármű/h]  $\rightarrow 0,139$  [jármű/s]).

A sorhossz időbeli alakulása (1 ciklusra) Poisson folyamat esetén az alábbi differenciálegyenlet rendszerrel adható meg:

$$\frac{d}{dt} p_j(t) = -\lambda [p_j(t) - p_{j-1}(t)]$$

ahol  $j = 0, 1, 2, \dots$  a sorban várakozó járművek számát jelöli. A kezdeti értékek:

$$p_{-1}(0) = 0, \quad p_0(0) = 1, \quad p_{(j>0)}(0) = 0.$$

$p_j(t)$  annak a valószínűségét jelöli, hogy  $j$  jármű várakozik a sorban egy  $t$  időpillanatban. A sorhossz várható értéke és szórása:

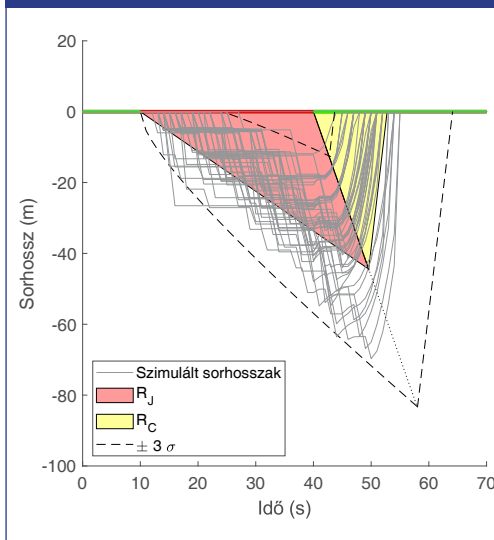
$$E[p(t)] = \lambda t, \quad \text{Var}[p(t)] = \lambda t.$$

Megjegyzés: a sorhosszra adódó sztochasztikus folyamat egy homogén Markov-lánc [17]. A lökéshullámmodell azonban különbözik egy M/M/1 kiszolgáló folyamattól, mivel az érkezések és a kiszolgálások időben szétválasztva történnek (tilos és szabad jelzés), megkülönböztetve sorbanállási és disszipációs fázisokat.

A modell validációjára VISSIM [18] mikro-szkopikus forgalomszimulátorban került sor Monte Carlo szimuláció segítségével. A szimuláció hossza 15 000 s volt, így 250 ciklus volt vizsgálható. A szimulált sorhosszak egymásra illesztésével összehasonlíthatók a szimulált és a modellezett eredmények (5. ábra).

A szimulációs eredmények azt mutatják, hogy a sztochasztikus modell a sorhossz várható értékét és szórását jól közelíti. A szimulált sor-

5. ábra: VISSIM-ben szimulált sorhosszak egy jelzőlámpaciklusra vetítve, ahol az  $R_p$ ,  $R_C$  (modell szerinti) forgalmi állapotok a sorhossz várható értékéhez tartoznak, a szaggatott vonalak pedig a szórást jelölik



hosszak a várható érték körül szóródnak, és csaknem mindig a  $\pm 3\sigma$  ( $\pm 99.7\%$ ) határon belül maradnak. A sorhossz felépülése és disszipációja a lökeshullámmoddellnek megfelelően alakul.

## 5. KONKLÚZIÓK, ALKALMAZHATÓSÁG

A cikkben egy sztochasztikus forgalmi modellt ismertettünk, amely kifejezetten alkalmas jelzőlámpás csomópontokkal vezérelt városi útszakaszok modellezésére. A modell figyelembe veszi a járműforgalom bizonytalanságát is a beérkező forgalom eloszlásfüggvényén keresztül. Egy numerikus szimuláció segítségével a modell validálásra került.

A modell jól alkalmazható olyan esetben is, amikor a forgalom nem telítődött állapotú (ellentétben a Store-and-Forward modellel), illetve kiterjeszhető akár egy teljes hálózatra is több útszakasz és több jelzőlámpa figyelembevételével. A modell alkalmazásához szükséges bemenetek: a szakaszonkénti fundamentális diagram (vagy annak nevezetes pontjai), a jelzőlámpaciklusok ismerete – akár statikus, akár változtatható jelzéseképp. Ezen felül a bemenő forgalom nagyság ismerete szükséges eloszlásfüggvényben. A lökeshullámmoddell, mivel jól leírja a sorhosszakat, modern forgalomirányítási rendszerek vagy útvonaltervezési algoritmusok bemeneteként alkalmazható a gyakorlatban. Például zöldhullám-technológiák esetén a bemutatott modellel jól becsülhetők a jövőbeli forgalmi állapotok a csomópontokban. Adaptív jelzőlámpa esetén ez úgy képzelhető el, hogy egy központi irányítórendszer az aktuális, mért forgalmi állapotok és a lökeshullámmoddell ismeretében előre megbecsüli a várható sorhosszakokat és eszerint kapcsolja a jelzőlámpákat (például minimális várakozási idő vagy autóbusz prioritás érdekében). Zöld „cruise control” esetén a várható sorhosszak alapján egy ideális sebességtartomány javasolható a járművezetőnek például egy mobilalkalmazáson keresztül (ez a közeljövőben természetesen inkább már a gépjármű automata/autonóm üzemmódjaként képzelhető el). A bemutatott sztochasztikus forgalmi modellt továbbá felhasználható útvonalkeresési eljáráshoz is, hiszen az adott útvonal útszakaszainak sorhosszai és ezáltal utazási idői becsülhetők. Ennél az alkalmazási lehetőségnél kiemelendő, hogy a lökeshullámmoddell a jelzőlámpák programjait és azok hatását is figyelembe veszi, ellentétben a jelenlegi útvonaltervezők algoritmusaiival, amelyek alapvetően mérnöki közelítéssel kezelik a csomóponti jelzőlámpák hatását.

## 6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A cikk a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj támogatásával készült.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] P. B. Hunt, D. I. Robertson, R.D. Bretherton, and R. I. Winton, “SCOOT - A traffic responsive method of coordinating signals,” TRL Lab., Wokingham, U.K., Tech. Rep. 1014, 1981
- [2] V. Mauro and C. D. Taranto, “UTOPIA,” in Control, Computers, Communications in Transportation Research, J. P. Perrin, Ed. Oxford, U.K.: Pergamon, 1990, pp. 245–252. DOI: <http://doi.org/ddn9>
- [3] A. A. Zaidi, B. Kulcsár, H. Wymeersch, Back-pressure traffic signal control with fixed and adaptive urban vehicular networks, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems 17 (8) (2016) 2134–2143. 10.1109/TITS.2016.2521424 DOI: <http://doi.org/f3scmz>
- [4] H. Yang, H. Rakha, M. V. Ala, Eco-cooperative adaptive cruise control at signalized intersections considering queue effects, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems 18 (6) (2017) 1575–1585. DOI: <http://doi.org/ddpb>
- [5] A. Sharma, D. Bullock, J. Bonneson, Input-output and hybrid techniques for real-time prediction of delay and maximum queue length at signalized intersections, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board 8 (2035) (2007) 69–80. DOI: <http://doi.org/fw429q>
- [6] M. Fathy, M. Siyal, A window-based image processing technique for quantitative and qualitative

- analysis of road traffic parameters, IEEE Transactions on Vehicular Technology 47 (4) (1998) 1342-1349. DOI: <http://doi.org/czdn5t>
- [7] G. Comert, M. Cetin, Queue length estimation from probe vehicle location and the impacts of sample size, European Journal of Operational Research 197 (1) (2009) 196-202. DOI: <http://doi.org/dj5z45>
- [8] H. X. Liu, X. Wu, W. Ma, H. Hu, Real-time queue length estimation for congested signalized intersections, Transportation Research part C: Emerging Technologies 17 (4) (2009) 412-427. DOI: <http://doi.org/dprtn9>
- [9] D. Heidemann, Queue length and delay distributions at traffic signals, Transportation Research Part B: Methodological 28 (5) (1994) 377-389. DOI: <http://doi.org/d6rt6h>
- [10] G. K. Mung, A. C. Poon, W. H. Lam, Distributions of queue lengths at fixed time traffic signals, Transportation Research Part B: Methodological 30 (6) (1996) 421-439. DOI: <http://doi.org/bfdhmz>
- [11] F. Zheng, S. E. Jabari, H. X. Liu, D. Lin, Traffic state estimation using stochastic Lagrangian dynamics, Transportation Research Part B: Methodological 115 (2018) 143-165. DOI: <http://doi.org/gd7zrc>
- [12] X. Wu, H. X. Liu, A shockwave profile model for traffic flow on congested urban arterials, Transportation Research Part B: Methodological 45 (10) (2011) 1768-1786. DOI: <http://doi.org/dpjxqx>
- [13] Luspay T., Tettamanti T., Varga I.: Forgalomirányítás, Közúti járműforgalom modellezése és irányítása, ISBN 978-963-279-665-9, Typotex Kiadó, Budapest, 2011
- [14] K Aboudolas, M. Papageorgiou, E. Kosmatopoulos, Store-and-Forward based methods for the signal control problem in large-scale congested urban road networks, Transportation Research Part C: Emerging Technologies 17 (2) (2009) 163-174. DOI: <http://doi.org/dv7df6>
- [15] L. Arnold, Random dynamical systems, Springer Science and Business Media, 2013.
- [16] D. Heidemann, Queue length and delay distributions at traffic signals, Transportation Research Part B: Methodological 28 (5) (1994) 377-389. DOI: <http://doi.org/d6rt6h>
- [17] S. Karlin, A first course in stochastic processes, 2nd Edition, Academic Press, 1957, DOI: <http://doi.org/ddpd>
- [18] Leyn, U. and Vortisch, P, Calibrating VISSIM for the German Highway Capacity Manual. Karlsruhe Institute of Technology: Institute for Transport Studies, (2014) 1-11. DOI: <http://doi.org/ddpf>



### The derivation and application possibilities of a stochastic shock wave model

On busy city routes, traffic light cycles fundamentally determine the flow of traffic. An accurate knowledge of queue lengths forming at intersections with traffic lights is essential when operating intelligent intervention systems. Starting from the macroscopic fundamental diagram, this article introduces a shock wave model that incorporates the stochastic behaviour of vehicle traffic to derive the shock wave and queue length distribution functions. The model is validated using microscopic traffic simulation software and Monte Carlo simulation. The main conclusion is that the stochastic shock wave model can be effectively applied for modelling urban traffic.



### Die Ableitung des stochastischen Stoßwellenmodells und die Möglichkeiten seiner Anwendung

Auf städtischen Strassenstrecken mit einer hohen Verkehrsbelastung wird der Verkehrsfluss grundsätzlich durch die Ampelzyklen bestimmt. Eine genaue Kenntnis der Längen der sich in den Kreuzungen entwickelnden Fahrzeugschlangen ist unerlässlich für den Betrieb intelligenter Interventionssysteme. In dem vorliegenden Artikel es wird vom makroskopischen Fundamentaldiagramm ausgehend ein Stoßwellenmodell vorgestellt, das – bei Einbeziehung des stochastischen Verhaltens vom Fahrzeugverkehr – die Ableitung der Stoßwellen- und Reihenverteilungsfunktionen ermöglicht. Das Modell wird mithilfe von einer mikroskopischen Verkehrssimulationssoftware und der Monte-Carlo-Simulation validiert. Es wird als Hauptergebnis gezeigt, dass sich das stochastische Stoßwellenmodell gut zur Modellierung des Stadtverkehrs eignet.