

Közgazdasági Szemle

LXXIII. ÉVFOLYAM

2026. FEBRUÁR



MIHÁLYI PÉTER

Miért nem lehet a hozzáadott érték a fejlesztéspolitika iránytűje?

VÖRÖS JÓZSEF-KEHL DÁNIEL-RAPPAI GÁBOR

A Sharpe-hányados-függvény és becslése neves portfóliókon

SIMONOVITS ANDRÁS

Még egyszer az optimális jelzáloghitel-törlesztési pályákról

FAUSZT JUDIT

Érzelmek a döntések hátterében

Módszertani lehetőségek a viselkedés-gazdaságtani kutatások területén



KÖZGAZDASÁGI SZEMLE ALAPÍTVÁNY

Szerkesztőbizottság

Ábel István, Balaton Károly, Bélyácz Iván, Benczes István, Berács József, Chikán Attila, Csaba László (elnök), Demeter Krisztina, Dobos Imre, Halmai Péter, Kádár Béla, Koltai Tamás, Mihályi Péter, Palánkai Tibor, Palotai Dániel, Rappai Gábor, Simai Mihály, Simonovits András, Spéder Zsolt, Szanyi Miklós, Szentes Tamás, Szerb László, Takáts Előd, Tasnádi Attila, Török Ádám, Vincze János, Voszka Éva, Vörös József

Tanácsadó testület

Berács József, Bod Péter Ákos, Csaba László, Halmai Péter, Kocziszky György, Simonovits András, Vörös József

Közgazdasági Szemle, LXXIII. évfolyam, 2026. február**T A R T A L O M**

<i>Mihályi Péter</i> : Miért nem lehet a hozzáadott érték a fejlesztéspolitika iránytűje?	125
<i>Vörös József–Kehl Dániel–Rappai Gábor</i> : A Sharpe-hányados-függvény és becslése neves portfóliókon	148
MŰHELY	
<i>Simonovits András</i> : Még egyszer az optimális jelzáloghitel-törlesztési pályákról	174
SZEMLE	
<i>Fauszt Judit</i> : Érzelmek a döntések hátterében. Módszertani lehetőségek a viselkedés-gazdaságtani kutatások területén	190
TUDOMÁNYOS TÁJÉKOZTATÓ	
A közgazdasági Nobel-emlékdíj 2025. évi nyertesei (<i>Kónya István</i>)	225
KÖNYVISMERTETÉS	
Összeillő különbségek: új utakon az egyenlőtlenség vizsgálatában Anna Naszódi: New Methods for Measuring Inequality by Analyzing Assortative Mating (<i>Kovács Emese</i>)	236

A Közgazdasági Szemle Alapítvány támogatói

Magyar Nemzeti Bank, MTA Könyv- és Folyóirat-kiadó Bizottsága, Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kara, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapesti Gazdasági Egyetem,
Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kara

CONTENTS

<i>Péter Mihályi</i> : Why value added is not an appropriate compass for industrial policy	125
<i>József Vörös, Dániel Kehl and Gábor Rappai</i> : The Sharpe-ratio function and its shape for some renowned portfolios	148

WORKSHOP

<i>András Simonovits</i> : Revisiting the optimal repayment path for mortgages	174
--	-----

REVIEW

<i>Judit Fauszt</i> : Emotions behind decisions. Methodological opportunities in the field of behavioural economics research	190
--	-----

ACADEMIC BULLETIN

Winners of the 2025 Nobel Memorial Prize in Economic Sciences (<i>István Kónya</i>)	225
---	-----

BOOK REVIEW

Complementary differences: new approaches to the study of inequality <i>Anna Naszódi</i> : New Methods for Measuring Inequality by Analyzing Assortative Mating (<i>Emese Kovács</i>)	236
--	-----



Főszerkesztő: Halm Tamás

Rovatvezetők: Balatoni András (makroökonómia), Habis Helga (mikroökonómia),

Kehl Dániel (ökonometria), Rosta Miklós (intézményi és közösségi gazdaságtan)

Tipográfia: Kempfner Zsófia

Kiadja a Közgazdasági Szemle Alapítvány

Székhely: 1053 Budapest, Kecskeméti utca 10–12.

A kiadásért és a szerkesztésért felel: Halm Tamás, a kuratórium elnöke

Honlap: www.kozgazdasagiszemle.hu • A folyóiratot az MTMT indexeli és a REAL archiválja

A nyomtatást és a kötetzeti munkálatokat a Prime Rate Zrt. végzi • Felelős vezető: Nagy László

HU ISSN 0023-4346 (nyomtatott) • HU ISSN 1588-113x (online) • Indexszám: 25 452

Előfizetésben terjeszti a Magyar Posta Zrt. Postacím: 1900 Budapest. Előfizetésben megrendelhető az ország bármely postáján, a hírlapot kézbesítőknél, valamint belföldre és külföldre a következő elérhetőségeken: www.posta.hu WEBSHOP-ban (<https://eshop.posta.hu/storefront/hirlapok/szakmai-lap/kozgazdasagi-szemle/prodB051453.html>), e-mailben a hirlapelofizetes@posta.hu címen, telefonon a +36-1-767-8262 számon, levélben az MP Zrt. 1900 Budapest címen. Előfizetési díj egy évre: 26 400 forint.

MIHÁLYI PÉTER

Miért nem lehet a hozzáadott érték a fejlesztéspolitika iránytűje?

A hozzáadott érték a modern közgazdaságtan egyik alapfogalma, amely annak számszerűsítésére szolgál, hogy egy vállalat vagy valamely ország egy év alatt mennyivel növeli meg az inputként felhasznált javak értékét. A nemzeti számlák rendszere – köztük a GDP-számítás – is erre a fogalomra épül. Mindazonáltal az iparpolitikai döntéshozatal során a hozzáadott értékre történő hivatkozás nemritkán módszertani és értelmezési problémákhoz vezet, és bizonyos esetekben nyilvánvalóan téves következtetések alapjául szolgálhat. Már magával a fogalommal is van baj, de még inkább azzal, ahogyan az iparpolitikai diskurzus használja: leegyszerűsítve, kiragadva és olyan következtetésekre építve, amelyek nem következnek a közgazdasági definícióból. A tanulmány célja annak bemutatása, hogy egymással összefüggő módszertani és elméleti érvek alapján miért problematikus a hozzáadott érték abszolút vagy relatív nagyságának iparpolitikai rangsorolási szempontként vagy normatív döntési kritériumként történő alkalmazása. A cikkben először bemutatom azt a nyolc legfontosabb okot, amiért problematikus a hozzáadott értéket iparpolitikai rangsorként vagy döntési mutatóként használni. Ezután azt igyekszem megvilágítani, hogy makroszinten, az utolérés kontextusában az innováció sem tudja biztosan növelni a termelés útján előállított hozzáadott értéket. Jánossy Ferenc gondolatával egyetértve bemutatom, hogy a kutatás eredménye, az innováció közvetlenül nem termel jólétet. Az még csak „recept”, amely megadja, hogy miképpen kellene megváltoztatni a termelést ahhoz, hogy a munka termelékenységse növekedjék.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D46, F14, F60, H26.

Kulcsszavak: hozzáadott érték, iparpolitika, fejlesztéspolitika, innováció.

* Köszönettel tartozom Bauer Tamásnak, Csillag Istvánnak, Farkas Zoltánnak, Lakatos Péternek, Oblath Gábornak, Simonovits Andrásnak, Török Ádámnak és Voszka Évának a kézirat korábbi változataihoz kapcsolódó jó tanácsaikért. A leírtakért természetesen csak én vagyok felelős.

Mihályi Péter az MTA levelező tagja, emeritus professzor, Budapesti Corvinus Egyetem (e-mail: peter@mihalyi.com).

A tanulmányra a Creative Commons CC-BY irányelvei érvényesek.

A kézirat első változata 2026. január 6-án érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2026.2.125>

Why value added is not an appropriate compass for industrial policy

PÉTER MIHÁLYI

Value added is a fundamental concept in modern economics. It shows how much a company or a given country increases the value of goods used as inputs in a year. The system of national accounts, including the calculation of GDP, is also based on this concept. Yet when governments make industrial policy decisions, reference to value added can often be misleading and even harmful. The problem lies not only with the idea itself, but with its application in industrial policy discourse: it is simplified, abstracted, and based on conclusions that do not follow from the economic definition. This essay presents eight main reasons why it is problematic to use the value added as an indicator for industrial policy rankings or decisions. The second part of the study tries to clarify that at the macro level, in the context of catching up, innovation does not necessarily increase the added value, either. In agreement with the late Hungarian economist Ferenc Jánosy's idea, I show that the results of research and innovation do not directly produce welfare. It is just a "recipe" that specifies how production should be changed in order to increase labor productivity.

Journal of Economic Literature (JEL) codes: D46, F14, F60, H26.

Keywords: value added, industrial policy, development policy, innovation.

Bevezetés

A hozzáadott érték (*value added*) a termelési folyamat során létrejövő értéknövekedést méri, azaz azt a többletet, amelyet a vállalat a nyersanyagokból és szolgáltatásokból előállított termékek és szolgáltatások révén teremt. A számvitel tankönyvi definíciója szerint a hozzáadott érték a vállalat bevételeinek és közvetlen költségeinek különbségeként számítható. A fogalom jelentősége különösen az iparpolitikai és gazdaságpolitikai elemzésekben nyilvánul meg, mivel egyszerűnek és ügyszörűnek látszó lehetőséget kínál a gazdasági teljesítmény, a versenyképesség, a termelékenység és a munkaerő növekedéshez való hozzájárulásának számszerűsítésére.

A gyakorlati gazdaságpolitikai diskurzusban azonban a fogalom jelentése gyakran eltolódik, és implicit normatív tartalommal telítődik. A „nagyobb hozzáadott érték” kategóriáját sok esetben automatikusan a „gazdaságilag fejlettebb”, „strukturálisan kívánatosabb” vagy „állami támogatásra méltóbb” fogalmakkal azonosítják. Ez az értelmezési gyakorlat több, egymást erősítő módszertani és elméleti problémát vet fel.

Magyarországon az elmúlt negyedszázad során a politikai pártok és a mögöttük álló szakértők megszólalásaiban egyre inkább elfogadottá vált az a trivialitásként ismételtetett közgazdasági tétel, miszerint az iparpolitika – és tágabb értelemben minden kormányzati szakpolitika – számára annak kell perdöntőnek lennie, hogy miképpen járul hozzá egy adott intézkedés a nemzetgazdaság szintjén számba vett hozzáadott érték növekedéséhez. Már ez volt olvasható a Fidesz 1998. évi választási programjában is:

„Magyarország a világ és Európa gazdaságában két módon lehet versenyképes: vagy a környező országokénál alacsonyabban tartott munkabérekkel, vagy olyan jól képzett munkaerővel, amely alkalmas magas hozzáadott értékű termelésre és annak vezetésére. Magyarországot elhagyták vagy el fogják hagyni a képzetlen vagy alacsonyan képzett munkaerőt igénylő, kis hozzáadott értékű termeléssel foglalkozó beruházások, hisz régióinkban nem nehéz nálunk olcsóbb munkaerőt találni.” (Fidesz, 1997, 6. o.)

A Fidesz 2006-ban megjelentett Fehér könyvében (szerzői: Bod Péter Ákos, Mellár Tamás és Vukovich Gabriella) a gazdaságpolitikával foglalkozó első fejezetben ezt nagyon hangsúlyosan újfent meg is fogalmazták:

„A célul vett európai modell egyebek mellett éppen azért szól tudásalapú társadalomról és gazdaságról, mert a nagyobb hozzáadott értékű, nagyobb tudástartalmú gazdaság egyben azt is jelenti, hogy nem a szokásos ipari, agrár- és szolgáltató ágakban kifejtett mennyiségi növekedéstől várjuk Európában a jólétet és nemzetközi versenyképességi pozícióink megerősítését, hanem sokkal inkább a humán (egyéni és társadalmi) tőkétől.” (Bod, 2006, 37. o.)

Erre a logikára alapozták a szerzők a kritikai ítéletüket is: „Jellemző az exportunkban még mindig a bér munka, az összeszerelő tevékenység, a kis hozzáadott értékű tevékenységek dominanciája.” (65. o.)

Ugyanezt a gondolatot mantrázta minden indokolás nélkül a Nemzeti Együttműködés Programja is: „A magas hozzáadott értékű iparágak fejlesztéséhez (egészségipar, high-tech, innováció, K + F, zöld gazdaság) szükség van a hazai természettudományos és mérnökképzés megerősítésére.” (Magyar Köztársaság Kormánya, 2010, 32. o.)

Érdemes idézni a Mi Hazánk 2022. évi választási programjának idevágó gondolatát is:

„(o)lcson elkótyavetyélt nyersanyag helyett minél több és tisztességesen megfizetett munkahelyet teremtő és fenntartó, a lehető legtöbb hozzáadott értékkel bíró készterméket kell előállítani, elsősorban saját magunk részére, ezenfelül exportcélra, a minőségi élelmiszert kereső, fizetőképes országok számára.” (Mi Hazánk Mozgalom, 2022, 29. o.)

De nem mondott mást a 2010-es választásokra készülve Mesterházy Attila, az MSZP miniszterelnök-jelöltje vagy a radikális baloldali nézeteket képviselő Scheiring Gábor az egyik legfrissebb munkájában:

„A munkahelyteremtést segítő állami erőfeszítéseknek két súlypontja van. Egyrészt fontosnak tartjuk a nagyobb hozzáadott értéket létrehozni képes tudás- és szolgáltató ágazatokat, az innováció ösztönzését.” (Mesterházy, 2010, 17. o.)

„Magyarország (...) továbbra is alacsony hozzáadott értékű összeszerelő platform maradt a globális technológiai értékláncokban.” (Scheiring, 2025)

Az MNB 2018-ban kiadott 180 pontos javaslatcsomagja sem tett még egy csipetnyi erőfeszítést sem arra, hogy megmagyarázza saját álláspontját: „A magas hozzáadott értékű termelés alapja a fejlett infrastruktúra és a modern technológiai vívmányok alkalmazása.” (Magyar Nemzeti Bank, 2018, 76. o.)

A könnyen fellelhető idézetek folytatása nélkül is kimondhatjuk tehát, hogy ebben a kérdésben pártokon átívelő szakmai konszenzus uralkodik.¹ Miként abban is, hogy évtizedes távlatokból nézve Magyarország relatív pozíciója romlik, vagy legalábbis nem javul (Braun & Sebestyén, 2025).² Nagyon nagy baj, hogy ez a konszenzus bizonytalan elméleti alapokra épül. Gondolatmenetem könnyebb követhetősége érdekében először távirati stílusban előrebozsátom, hogy szerintem mely pontokon hibás a hozzáadott érték nagyságára alapozott állami fejlesztés- és támogatáspolitikák.³

1. A hozzáadott érték kvantifikálása implicit módon feltételezi az „érték” fogalmának objektív és konzisztens mérhetőségét.

2. A járadékelmélet bevonása megkérdőjelezi az érték fogalmának marxi definícióját.

3. Végtelen számú olyan számpélda konstruálható, ahol a legnagyobb hozzáadott értéket adó termelési fázis preferálása nyilvánvalóan rossz döntés lenne.

4. A hozzáadott érték időzítése torzít. A beruházásintenzív ágazatokban az amortizáció kezdetben hatalmas, így a hozzáadott érték kicsi. Ez azonban nem azt jelenti, hogy ezek „rossz” beruházások lennének.

5. A szolgáltatások esetében az input-output viszonyok gyakran nehezen mérhetők. Például a pénzügyi és tanácsadói szektorban a „termék” immateriális, így a hagyományos volumenmérési módszerek nem használhatók.

6. A számlákkal „igazolt” áruk és szolgáltatások árát nagyban befolyásolják a vállalatcsoportokon belüli árképzési mechanizmusok, különösen az állami támogatások, illetve a cégen belüli belső elszámolóárak útján.

7. A mosolygörbe mint értékláncmodell empirikusan nem általánosítható.

8. A hozzáadott érték ($\equiv$ GDP) algebrai levezetése azt sugallja, hogy nemzetgazdasági szinten a bérek növelésével, illetve a munkabér/tőke (L/K) arány megváltoztatásával javítani lehet a termelékenységét.

¹ A hozzáadott érték ugyanilyen típusú értelmezésére épült a Nemzeti Versenyképességi Tanács javaslata alapján készült, csaknem százoldalas dokumentum (Magyarország Kormánya, 2019). A legfrissebb ilyen szellemű állásfoglalások közül említhető még az MKT-nak a gazdaságpolitikai döntéshozók számára készített szakpolitikai javaslatait tartalmazó 34 oldalas összefoglaló (Magyar Közgazdasági Társaság, 2025). Az akadémiai kutatók közül lásd Szalavetz Andrea (2015), Éltető Andrea & Sass Magdolna (2021), Györfy Dóra (2023) és Bélyácz Iván (2025) írásait, amelyek lényegében ugyanezt tartalmazzák.

² A szerzők számításai szerint 1995-höz képest a globális értékláncokban 2020-ig csak minimálisan sikerült feljebb lépni (Braun & Sebestyén, 2025, 833. o.). Boda és szerzőtársainak (2024) megfogalmazása így hangzik: „Nem jelentéktelen fejlődésünk az elmúlt 25 év során alapjában csak egy függő helyzetet teremtett újra.” (191. o.)

³ Figyelemre méltó, hogy a 2016-ban elfogadott, 76 oldal terjedelmű kormányzati iparfejlesztési stratégia, az Irinyi Terv a „hozzáadott érték” kifejezést 36 (!) alkalommal használja (Nemzetgazdasági Minisztérium, 2016).

Az érvek részletes indokolása

Ezután pedig ennek a nyolc, *egyformán fontos* érvnek a részletesebb kifejtése következik.⁴

1. Vissza a munkaérték-elmélethez?

A tudományos ismeretek felhalmozódásának és a tudomány rostáján való kihullásának természetes folyománya, hogy négy-öt évtizeddel ezelőtti viták egy idő után feledésbe merülnek. Ezért természetesnek kell tekintenünk, hogy a *Közgazdasági Szemle* mai olvasói közül kevesen emlékezhetnek arra, hogy a magyar közgazdaság-tudomány legtekintélyesebb lapjában Bródy András, Erdős Péter, Jánossy Ferenc, Zalai Ernő és mások munkássága nyomán már csaknem ötven évvel ezelőtt megkérdőjeleződött, hogy vajon mérhető-e az értéknagyság. Elfogadható-e a marxi munkaérték-elméletnek az az interpretációja, hogy

„az árunak már a piacra lépése előtt meghatározott értéke van, s ezért sem az értéket, sem ennek változását nem vezethetjük le a piaci viszonyokból, sőt éppen a piaci viszonyokat kell az előbbiekből levezetni”, illetve az, hogy

„az újratermeléshez társadalmilag szükséges munkát lemérve a mérés közvetlenül magát az értéknagyságot adja meg”. (Bródy, 1979, 310. és 312. o.)⁵

A *Közgazdasági Szemle* hasábjain annak idején több éven át folyó vita során (Bánfi, 1979; Bertóti, 1980; Hoch, 1979; Palánkai, 1981; Zalai, 1980a, 1980b) magam mindkét hipotézist igyekeztem megcáfolni (Mihályi, 1982). Vagyis szerintem a megtermelt áruk és szolgáltatások árát döntő mértékben mégis a kereslet és a kínálat aránya határozza meg, a társadalmilag szükséges munka mennyisége pedig elvileg is kiszámíthatatlan, így maga az értéknagyság is az. Az 1989/90-es rendszerváltás után, már az első privatizációs tranzakciók idején bebizonyosodott, hogy ez különösen a tőkejavak (vagyis a felhalmozott gépek, berendezések) esetében érvényes. A magánosításra kerülő vagyon az újra működő piacon rendszerint a töredékét érte az előállítási költségnek;⁶ csak a kereslet és a kínálat aránya számított.

Ha viszont az értéknagyság kiszámíthatatlan, akkor az egyes termelési fázisokban keletkező hozzáadott érték is kiszámíthatatlan. De akkor ilyen számítások nem is létezhetnek? A legjobb válasz erre az ellenvetésre szerintem az, hogy a makroszintű elszámolások a vállalatok által kapott és kiállított számlák alapján

⁴ Több korábbi cikkemben (Mihályi, 2019a, 2019b, 2024, 2025) más megfogalmazásban és más hangsúlyokkal már írtam ezen problémák némelyikéről.

⁵ Bródy tanítómestere, Jánossy Ferenc (1975) ezt a megfogalmazást használta: „Bármilyen nagy legyen is a kereslet és kínálat hatása, valamely áru pillanatnyi ára csak eltérítheti árát értékétől, de ez a tényező sohasem válhat az ár meghatározójává.” (201. o.)

⁶ Az 1990-es évekbeli vagyonleértékelődés tíz legfontosabb okát egyik korábbi könyvemben mutattam be (Mihályi, 1998, 413–415. o.).

történnek, vagyis csak a ki- és befizetések megtörténtét igazolják. Hogy kicsit lazán fogalmazunk, ez van „lepapírozva” – akármilyen tények és összefüggések is rejtőznek a számok mögött.⁷

2. A járadékelmélet mindent felborít

A járadékszerű jövedelmek figyelembevétele esetén az alacsony hozzáadott értékűnek mondott tevékenységekről kiderülhet, hogy éppenséggel nagy nyereségtartalmuk van. A járadék olyan jövedelem, amely a piac korlátozottsága vagy hiánya miatt magasabb a tökéletesen szabad, nyílt versenyben elérhetőnél. A piac ilyen korlátozottságának vannak természetes okai (például a víz-, gáz-, villamosenergia-szolgáltatás, vasúti infrastruktúra vagy a távközlés területén). Nagyon fontos az ingyenes erőforrásokhoz való hozzáférés lehetősége is. Sok helyütt ez ásványkincsek vagy a tenger kincseinek kiaknázását (például halászat) jelenti, de említhetjük a magas profitráta lehetőségét kínáló turisztikai célpontokat is: az osztrák Alpokban sem a hegyek, sem a napsütés nem kerül pénzbe – de a turizmuságazatban kitermelt hozzáadott értéket növeli.

Klasszikus példája a korlátozott kínálatnak a mezőgazdasági termőföld – ahogyan ezt David Ricardo már a 19. század elején felismerte. Az emberiség története során mindaddig, amíg a növénytermesztés volt a gazdaság központi tevékenysége, a termőföld volt a legfontosabb járadékforrás. Újabban ezt a szerepet az építésre alkalmas ingatlanok vették át. Ha valaki London, New York, Moszkva vagy Sanghaj belvárosában hozzájut egy lakáshoz (például úgy, hogy szüleitől örökölte), az minden erőfeszítés nélkül milliomos lesz. De még egy-egy városon belül sem mindegy, hogy hol van az ingatlan. Értékét nem a befektetett munka nagysága határozza meg – ahogyan az ingatlanpiacon közhelyszerűen mondják: *Location is everything*.⁸

3. Nézzük a számpéldákat!

A búza-liszt-kenyér értéklánc egy mezőgazdasági alapanyag termelését, feldolgozását, finomítását, majd végtermékké alakítását írja le, ahol – elvben – minden lépés értéket ad hozzá. A búza termelése, a liszt őrlése, a kenyér sütése, csomagolása, elosztása és értékesítése mind-mind növeli a termék végső értékét, a gazdálkodótól a malomig, a pékségig és a fogyasztóig, hangsúlyozva az ellátási lánc komplexitását.

Ezen a ponton az olvasóban joggal merülhet fel az az ellenvetés, hogy amennyiben az első állítás igaz, vagyis a hozzáadott érték nem számolható ki, akkor miért van értelme az 1. táblázat 4. és 5. oszlopában mégis feltüntetni a fázisonként keletkező hozzáadott érték abszolút és relatív nagyságát? Erre az ellenvetésre az első reflexből

⁷ Boda és szerzőtársai (2024, 94–95. o.) magyar viszonylatban különösen a zsebbe történő bérfizetés miatti adattervezési jelentőségét hangsúlyozzák – tegyük hozzá: teljes joggal.

⁸ Mindezt részletesebben lásd a Szelényi Ivánnal közösen írt könyvünkben és egy magyar nyelvű cikkben (Mihályi & Szelényi, 2019a, 2019b).

1. táblázat

Búza → liszt → kenyér értéklánc (dollár)

Termelési fázis (termék) (1)	Bruttó termelés (eladás) (2)	Vásárolt inputok (3)	Hozzáadott érték (4)	Hozzáadott érték a bruttó termelés százalékában (5)
Farmer (búza)	100	40 (vetőmag, növényvédő szer, gépjármű-üzemanyag)	60	60,0
Molnár (liszt)	180	100 (búza) + 30 (energia, csomagolás) = 130	50	27,8
Pék (kenyér)	350	180 (liszt) + 70 (élesztő, energia, csomagolás) = 250	100	28,6

adott válasz rendszerint az, hogy mind a két megközelítés értelmes és jogos. Ez szerintem téves megállapítás.

A fenti adatok alapján ugyanis valaki gyorsan azt mondhatná: „A pékség a legfontosabb, mert ott a legmagasabb a hozzáadott érték!” Ez azonban abszurd lenne. A pékség nem létezhet búzatermelő és malom nélkül. Ha a kormány csak a pékségeket támogatná, az ellátási lánc többi eleme sérülne, és a teljes rendszer összeomlana. Persze úgy is lehet érvelni, hogy a hozzáadottérték-„versenyt” a hozzáadott érték relatív – például a bruttó termelés vagy az export nagyságához viszonyított – nagysága alapján kell eldönteni. Ebben az esetben a jelen számpéldában a búzatermelő farmer tevékenysége a legértékesebb, hiszen ez az arány a farmer esetében kétszer nagyobb, mint a termelés két későbbi fázisában. Lehet, hogy a búzatermelés alacsony hozzáadott értéket mutat, mégis nemzetgazdasági szinten az élelmiszer-ellátás stratégiai szerepet játszhat. Nem véletlen, hogy a világ legnagyobb búzatermelői mind nagy népességű országok (Kína, India és Oroszország).

Vállalati szinten a hozzáadott érték nagysága csak valamihez – például 1000 forint bérköltséghez – viszonyítva értelmezhető. Vegyünk egy kicsit bonyolultabb példát! Ha választani kell aközött, hogy 5 gramm ezüstből öntünk egy érmét, 10 másodperc alatt 1000 forint/óra díjazásért, valamint 4 százalék anyagkezelési díjért, vagy inkább 5 gramm aranyból, akkor az utóbbi esetben százalékosan kisebb a hozzáadott érték, de egységnyi munkára, eszközre, lekötött tőkére vetítve viszont nagyobb. Nézzünk most egy szélsőséges példát!⁹ Ha valaki a saját erdejében termelt fából a saját műhelyében faékeket farag, ezzel nála rekordmagas lesz a hozzáadott érték aránya. Mégse mondható, hogy az ő munkája értékesebb, fontosabb, állami támogatásra okvetlenül érdemesebb lenne, mint egy olyan vállalkozásé, amely különböző hazai és külföldi beszállítótól vásárolt drága alkatrészekből – tehát magas anyagköltséggel – bonyolult elektronikai berendezéseket épít. A hozzáadott érték aránya nem minősíti a cégeket, hanem csak a termelési láncban elfoglalt helyzetüket számszerűsíti. Ha viszont nem az arányát, hanem az összegét

⁹ A példa forrása: HVG (2025, 76. o.).

nézzük az egy-egy vállalat által előállított hozzáadott értéknek, az valóban azt fejezi ki, hogy melyikük mit hoz létre a maga erejéből; ennek alapján viszont – ha más gond nincs az elszámolásokkal – lehet és érdemes is rangsorolni a cégeket. De, mint látni fogjuk, más gondok is vannak.

Egy negyedik példa. Magyarországon évente kb. 120 ezer lakáseladó kerül szembe a következő dilemmával. Érdemes-e egy használt lakást eladás előtt felújítani? A tapasztalatokon alapuló válasz az, hogy ez az egyszeri ráfordítás sok esetben egyáltalán nem értéknövelő, és nem térül meg. Így például nem éri meg nagy szerkezeti hibákat kijavítani, vagy az átalakítás során kitalálni, hogy a vevők mit is szeretnének. Ilyenkor a kozmetikai felújításokra (festés, modernizálás) érdemes fókuszálni, vagy egyáltalán nem kell belekezdeni, ha a lakás egyébként is felújítandó.

4. Az amortizáció kérdése

Az amortizáció (értékcsökkenés) nem egy *külső* vásárlás, hanem a saját gépek, épületek elhasználódásának pénzügyi lekönnyvétele, ami a bruttó hozzáadott érték számításakor nem kerül levonásra. A beruházásintenzív, évtizedekig működő épületeket, gyárakat létrehozó ágazatokban az értékcsökkenés kezdetben hatalmas, így a *nettó* hozzáadott érték kicsi.¹⁰ Ez azonban nem azt jelenti, hogy rossz beruházások lennének – épp ellenkezőleg: a jövőbeli termelékenység alapját adják.

Érdemes végiggondolni a Paksi Atomerőmű (PA) példáját. Az első blokkot 1982-ben helyezték üzembe, és élettartamát – várható hosszabbításokkal – eleve 60 évre tervezték. A vállalat az eszközök hasznos élettartama alapján számolja el az értékcsökkenést, amelynek pontos összege a vállalat éves pénzügyi jelentéseiben megtalálható. Így például a 2022-es konszolidált pénzügyi kimutatásokban az értékcsökkenés soron 241 milliárd forint szerepelt. A PA meglévő blokkjainak amortizációja a jelenlegi tervek szerint a blokkok üzemidejének lejártakor fejeződik be, feltételezve, hogy a cég számviteli politikája továbbra is az üzemidő végéig tartó lineáris vagy degresszív leírást alkalmazza.¹¹ Amennyiben egy második, további üzemidő-hosszabbítást engedélyeznek és megvalósítanak, az amortizáció befejezésének időpontja ismét kitolódik, mivel a hasznos élettartam (és a számviteli leírás időtartama) megnövekszik. Ezzel persze a nettó hozzáadott érték éves adatai is azonnal meg fognak változni. Sőt tulajdonképpen az lenne indokolt, hogy a vállalat korábbi években elszámolt amortizációját visszamenőlegesen újra kiszámolják (ami persze nem fog megtörténni, és ez rendben is van így).

¹⁰ A HVG (2025, 75. o.) Top 100-as hozzáadottérték-listája – bár ezt a szerzők nem hangsúlyozzák – valójában a nettó hozzáadott érték számbavételén alapszik.

¹¹ Nem szükségszerű, hogy ez így legyen. A számviteli törvény keretei között egy cég meg is változtathatja az amortizációs politikáját.

5. Mi a helyzet a szolgáltatásokkal?

A 20. század elején a hozzáadott érték elsősorban az ipari termelés mérésére szolgált. Az idő előrehaladtával, a szolgáltatások térnyerésével a fogalom alkalmazása egyre összetettebbé vált. A szolgáltatások részaránya a magyar gazdaságban is jelentős, a GDP kétharmadát is meghaladja; az Egyesült Államokban ez a részarány még nagyobb, 75 százalék.

Az iparban a hozzáadott érték mérését általában a fizikai inputok (nyersanyagok, energia) és outputok (késztermékek) viszonylatában végzik. A szolgáltatások esetében azonban az inputok és az outputok elhatárolása gyakran mesterséges, és a szolgáltatások értékét nagyban befolyásolják az árképzési mechanizmusok, különösen a belső elszámolóárak (*transfer prices*). Például egy multinacionális IT-cég szoftverfejlesztő leányvállalata a magyar piacon belső elszámolóárakon adhatja át a szoftvereket a külföldi anyavállalatnak, így a hozzáadott érték számítása nem feltétlenül tükrözi a tényleges gazdasági hozzájárulást. Hasonló problémák a pénzügyi szolgáltatásoknál is jelentkeznek, ahol a bankok hozzáadott értéke a kamatkülönbözet és a díjak belső elszámolóárai alapján adódik.¹² A transzferárazás lényege, hogy a multinacionális vállalatok a belső ügyleteik árát úgy állítják be, hogy optimalizálják az adóterheket és a profitelosztást. Ez különösen problémás a szolgáltatások esetében, mivel az árak gyakran nem tükrözik a tényleges piaci értéket. Például egy tanácsadó cég esetében a tanácsadói szolgáltatás árazása belső mechanizmusok alapján történhet, így a hozzáadott érték mérésénél torzulás léphet fel.¹³

A globális vállalatoknál a hozzáadott érték számítása a belső elszámolóárakon alapul. Egy amerikai IT multinacionális cég európai leányvállalata esetében az anyavállalatnál elszámolt bevételek és költségek torzíthatják az adott ország statisztikáit. Hasonló a helyzet a gyógyszeriparban is: a kutatás-fejlesztési költségek a központi anyavállalatnál jelennek meg, míg a termelés helyben történik.

6. Az állami támogatások elszámolása

Jól ismert tény, hogy az egymást követő Orbán-kormányok uniós összehasonlításban kiugróan sokat költöttek a vállalati szféra támogatására: 2023-ban a GDP 9,2 százalékat, ami a 27 tagállam közül a legmagasabb arány.¹⁴ Ez nemcsak tartalmilag problematikus, de nagyban torzíttja a hozzáadottérték-statisztikákat is.

¹² A már idézett HVG-lista nem is tartalmazza a pénzintézetek adatait.

¹³ Kirívó példája volt ennek az Apple cég gyakorlata. Az Apple írországi leányvállalatai profitjuk nagy részét olyan belső „központokhoz” rendelték, amelyek csak papíron léteztek, de nem tartoztak egyetlen ország adójoghatósága alá sem. Az Európai Bizottság később feltárta, hogy ezzel a trükkel az amerikai cégeknek 2014-re 12,5-ről 0,005 százalékra sikerült csökkentenie a tényleges adókulcsát.

¹⁴ Angol megnevezéssel az *economic affairs* mutatóról van szó. Az uniós átlag 5,8 százalék, és a rangsorban utánunk következő horvát adat is csak 7,8 százalék (https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Government_expenditure_by_function_%E2%80%93_COFOG).

Magyarországon – és nyilván sok helyütt máshol is – a közösségi közlekedés állami támogatása úgy zajlik, hogy a kormányzat szállítókapa­ci­stát köt le az ezzel foglalkozó cégeknél, és a tényleges utasszámtól függetlenül évente egy előre meghatározott fix összeget fizet. Ez természetesen befolyásolja a hozzáadott érték nagyságát, mert az a látszat keletkezik, mintha a dotáció növelésével lehetne egy-egy vállalat hozzáadott értékét növelni. És valóban: számviteli értelemben tényleg lehet. De a valóságban a MÁV-csoport 2024-ben nem a 353 milliárd forintos árbevételéből termelt ki 716 milliárdos hozzáadott értéket – amivel a TOP 100-as lista 3. helyére került –, hanem az árbevétele és az annak kétszeresét kitevő állami támogatások összegéből.¹⁵ De van olyan szereplője az ágazatnak, amelyiknél mégsem így működik az elszámolás. A Budapesti Közlekedési Zrt.-nél abból van elszámolási gond, hogy a támogatás nem a közlekedési vállalat­hoz, hanem a BKK-hoz érkezik, ráadásul a jegyeket-bérleteket is ő árusítja. Ezekből a pénzekből a BKK rendeli meg a szolgáltatást a BKV-tól, amely így már a szó hagyományos értelmében vett árbevételként számolja el a közlekedés-szervezőtől kapott summát, hiszen az a „saját” pénzből fizet érte.

Az üzemanyagok, a szeszes italok és a dohánytermékek esetében minden fordítva van, mert így szimmetrikus az állami beavatkozás kezelése, akár bevételről, akár kiadásról van szó. Ezért a jövedéki adót is az árbevétel részeként kell feltüntetni. Jó példa erre a Philip Morris Kft., amelynek 2024-ben a 380 milliárd forintos árbevételében 240 milliárd volt a jövedéki adó. Ez persze versenyképességi szempontból értelmezhetetlen, hiszen a jövedéki adó evidens módon nem a cég által előállított termelési érték.¹⁶

7. A hozzáadott érték ábrázolása a mosolygörbén

A mosolygörbe a modern ipari termelés értékláncának egy jellegzetes mintázatát írja le (1. ábra). Eszerint az értékláncban a legtöbb hozzáadott érték a termelés előtti és utáni fázisokban, nem pedig a gyártás vagy az összeszerelés során keletkezik.

A mosolygörbe-elmélet szakirodalmában gyakran hivatkoznak Baldwin és Ito (2021) tanulmányára, amely Japán, Korea és Tajvan 1995 és 2005 közötti ÁKM-adatai alapján állította, hogy a kitermelő szektor, a feldolgozóipar és a szolgáltatási szektor értékláncai közül a legelsőéi a legkevésbé nyereségesek. Csakhogy amint bekapcsoljuk a járadék­vadászat lehetőségét (Czirfusz, 2023), kiderül, hogy a monopolhelyzetet kihasználva nagyon is sok profit érhető el – ahogyan azt az OPEC-tagországok, Oroszország, sőt az Egyesült Államok példája is mutatja az olaj- és gázkitermelésben.

Ha a járadék­vadászat lehetőségét is figyelembe vesszük, akkor sok érv szól amellett, hogy a mosolygörbe bal oldali szárán „elszámolt” teljesítmény részben (vagy akár túlnyomó mértékben) az állami támogatásoknak köszönhető, és nem valamiféle „természetes monopóliumnak” vagy tudományos-technológiai kiválóságnak. Vagyis a hozzáadott érték realizálásának mértéke nemcsak a termelési funkciók (kutatás-fejlesztés, gyártás, marketing) technológiai jellegéből következik, hanem jelentős mértékben

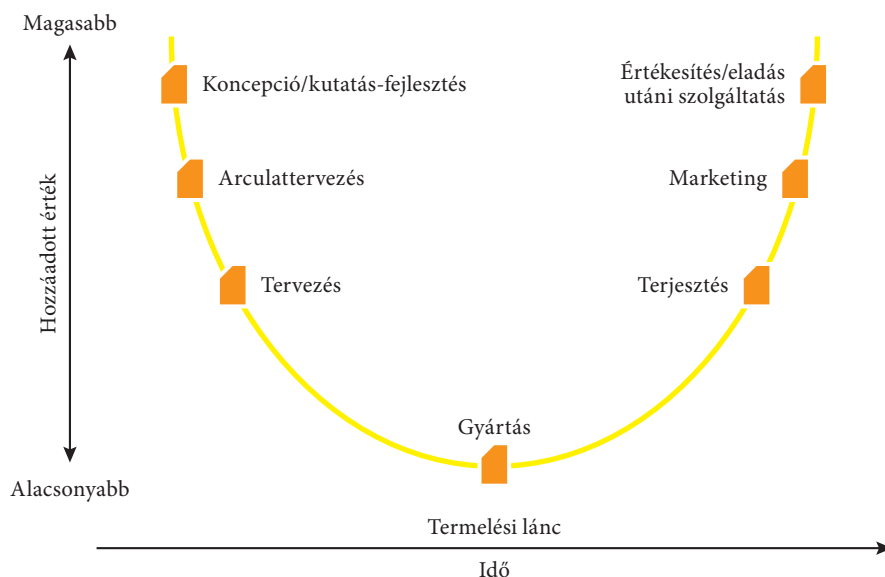
¹⁵ Erre a nyilvánvaló anomáliára mindmáig nem sokan mutatnak rá (Rózsás, 2007).

¹⁶ Lásd erről részletesen a HVG évente megjelentetett ranglistáit. A legutóbbi: HVG (2025, 75. o.).

függ az intézményi környezettől, a piaci belépési korlátoktól, valamint a szabályozási és tulajdonosi struktúráktól is. Ezért egyes vállalatok a gyártásban is magas profitrátát érnek el, ha ellenőrzik a technológiát vagy a beszállítói hálózatot (például a félvezetők, *chipek* előállítását). Arra is van példa, hogy a K + F-költségek jelentős részét az állami források megcsapolásával fedezik a legfejlettebb országok multinacionális cégei (Mazzucato, 2013).

1. ábra

Az egyes termelési fázisok részesedése a bruttó termelési értékből (százalék)



Megjegyzés: a függőleges tengelyen lehetséges és szokásos is a hozzáadott értéket a bruttó export százalékában ábrázolni. A modellben a gyártás hozzáadott értéke a legalacsonyabb.
Forrás: portfolio.hu

A görbe azért formáz mosolyt, mert a két végpont (K + F és értékesítés) magasabb hozzáadott értéket és így nagyobb profitot is generál, mint a középben elhelyezkedő tényleges gyártási folyamatok. A széles körben elfogadott logika szerint a gazdaságilag fejlett országok jellemzően ezekre a magas hozzáadott értékű szakaszokra koncentrálnak. Ha viszont egy ország tartósan nem képes a mosolygörbe felfelé emelkedő szakaszára rákerülni, és „csak úgy” sodródik a görbe alján, mint például Magyarország (Boda et al., 2024, 64. o.), az azért van, mert az ország bekerült vagy közel áll ahhoz, hogy bekerüljön a *közepes jövedelem csapdájába*.¹⁷ Az elgondolás szerint ez úgy működik, hogy a korábbi növekedési motorok, mint az olcsó munkaerő és a tömegtermelés, már nem elég hatékonyak, de az adott ország még nem rendelkezik a fejlett

¹⁷ A közepes jövedelem csapdája metaforát (*middle-income trap*) először a Világbank egyik jelentése kezdte használni (Kharas & Gill, 2007). A kutatók többségének véleménye szerint manapság leggyértelműbben a következő országokra érvényes ez a diagnózis: Brazília, Mexikó, Thaiföld, Dél-Afrika, valamint a Fülöp-szigetek.

országok innovációvezérelt, sok hozzáadott értéket előállító gazdaságának jellemzőivel. Így egyszerre lesznek versenytársai az olcsóbb és a drágább munkaerejű gazdaságoknak is, aminek következményeként leáll a felzárkózás.

A mosolygörbe koncepciója – éppen úgy, mint az 1970-es évek közepén divatba jött Laffer-görbe – egy leegyszerűsítő, szemléltető modell, amely az értéklánc egyes szakaszaihoz rendelt hozzáadottérték-intenzitás eltérő mértékét hivatott ábrázolni. A rendelkezésre álló empirikus bizonyítékok azonban nem támasztják alá egyértelműen, hogy a modell által sugallt összefüggés érvényes lenne az ágazatok és országok többségére.

Az utóbbi évtizedekben a politikai gazdaságtan művelői között – Keleten és Nyugaton egyaránt –, a baloldali közgazdászok körében olyannyira közkeletűvé vált az ipari értéklánc fogalma, hogy a szerzők igen gyakran már nem is utalnak az eredeti forrásokra, Michael Porter (1985) nagy sikerű menedzsment-tankönyvére és a tajvani ACER cég alapító elnöke, Stan Shih (1992) mosolygörbe-metaforájára. Nagyon széles körben általánosan bevett elgondolássá vált az az elképzelés, miszerint akár céges, akár állami szinten a „*picking the winners*” iparpolitikai célfüggvény módszertani sorvezetője az értéklánccok elemzése útján, tudományos alappal, nagy találati pontossággal kidolgozható. Az a feltételezés, miszerint egy ország vagy vállalat képes kiválasztani és tartósan elfoglalni az értéklánccok legtöbb hozzáadott értéket biztosító szakaszait, erősen vitatható. Az ilyen stratégiák megvalósíthatóságát korlátozza a tőkeellátottság, a piacméret, a technológiai útfüggőség és a nemzetközi verseny szerkezete.

A mosolygörbe-elmélet támogatói azokra az esettanulmányokra szoktak hivatkozni, amelyek az IT-szektorról születtek. Több elemzés is azt igazolta ugyanis, hogy az Apple iPodjának, a HP és a Lenovo számítógépeinek vagy a Nokia okostelefonjainak az értékesítéséből származó jövedelem megoszlása hasonló arányokat mutat. Azt találták, hogy a márkanév, a szoftverek és az egyéb szellemi tulajdonjogok tulajdonosainak profitja a bruttó profit harmadát, esetenként csaknem felét teszi ki. A disztribúciós és értékesítési tevékenységet végző szereplők 2–40 százalékban részesültek a teljes profitból, a gyártócégek ellenben statisztikailag alig mérhető profitra tettek szert. De nézzük meg közelebbről az autóipar példáját! Nyilvánvaló, hogy nem pusztán elhatározás kérdése, hogy egy cég vagy egy ország magas profitrátaival működő márkatulajdonosként vagy alacsony szintű nyereséget is csak nagy versenyben kiküszkődő beszállítóként próbál-e megmaradni a piacon. A kicsi és közepes méretű nemzetgazdaságok esetében a globális autóipari értéklánc felső szegmensébe történő belépés – különösen márkatulajdonosi pozícióban – a jelentős tőkeigénye és kockázata miatt strukturális korlátokba ütközik.

Ezzel szemben az ország valamennyi feldolgozóipari vállalatára érvényesül az az összefüggés – és ezt Békés és Muraközy (2016) regressziós elemzései is igazolták –, hogy Magyarországon a beszállítói termékeket gyártó vállalatok (elsősorban nagyobb méretűeknek és magasabb tőkeintenzitásuknak köszönhetően) termelékenyebbek, mint a fogyasztási javakat gyártó társaik.

Már fentebb utaltunk rá, hogy az értéklánc egy elemének a – százalékos formában kifejezett – hozzáadott érték alapján történő azonosítása, majd kiválasztása nem feltétlenül hoz számottevő nemzetgazdasági sikert. Mint azt az 1970-es évek angol gazdasági szakírói önkritikusan belátták, hiába lehetséges akár 30–40 százalékos

profithányadot (azaz nagyon jelentős arányú hozzáadott értéket) realizálni egy Rolls-Royce-on, ha csak évi 5–6 ezer drága autót lehet a piacon eladni, miközben a Volkswagen gépkocsikat 9 millió példányban gyártják, akár „statisztikailag alig mérhető” (Czirfusz, 2023) profithányad mellett. Harmadsorban – és cikkünk mondanivalója szempontjából ez a leglényegesebb –, a „statisztikailag alig mérhető” nagyságok összehasonlítása az értéklánc mentén roppant mértékben bizonytalan. Különösen akkor, ha – mint ahogyan azt Czirfusz Márton a cikkében maga is elismeri – a külkereskedelmi adatok alapján történő értékláncelemzést súlyosan torzíthatja a transzferárak alkalmazása, illetve az azonos cégcsoporthoz tartozó vállalatok közötti menynyiségi adatok ide-oda könyvelése. A 2. táblázatban összefoglaltam a mosolygörbe-metáforával szemben megfogalmazható bírálatokat.

2. táblázat

A mosolygörbe kritikája

A mosolygörbe-elmélet szerint	Biztos, hogy igaz?	Ellenért	Példa/magyarázat
A K + F teremti a legmagasabb értéket	iparágfüggő	nem minden iparágban igaz	alapvető élelmiszerek, egyszerű termékek
A marketing és a márkaépítés kiemelkedő értéket ad	nem mindig	költséges, nem garantál profitot	helyi piacokon korlátozott hatás
A gyártás alacsony értékű, érdemes kiszervezni	félrevezető	stratégiai értéket is teremthet	Németországban, az Egyesült Államokban is vannak összeszerelő üzemek
A görbe közepén mindig alacsony az érték	csökkenő trend?	az automatizálás növeli a köztes folyamat értékét	robotizált gyártósorok, intelligens logisztika
A globális szemlélet: olcsó munkaerő + világszínvonalú K + F és marketing	kockázatos	a globalizáció kockázatokat rejt	az ellátási lánc megszakadása, minőségproblémák
Általános modell minden iparágra	szektorfüggő	nem minden iparágra érvényes	a technológiát (például szoftvereket) bérelni is lehet

Forrás: saját szerkesztés a ChatGPT segítségével.

A magyar kormány gazdaságpolitikájának kritikusai ugyanebben az összefüggésben azt a metaforát is gyakran használják, hogy „összeszerelő üzem lett az országból”. Nincs igazuk: a gyáripari munka, a kék gallér nem szégyen! Mindenütt van összeszerelés. A Volkswagen wolfsburgi üzemében, a világ egyik legnagyobb feldolgozóipari gyárában – a ChatGPT becslése szerint – 65 ezren dolgoznak, a kék gallérosok aránya 30 százalék. Az amerikai Boeing-gyár Washington állambeli összeszerelő üzemében, Everettben több mint 30 ezer ember dolgozik, 85–90 százalékuk a közvetlen termelésben.

Magyarországon is volt nagy volumenű összeszerelés. És jó, hogy volt. 2000 és 2010 között a komáromi Nokia-gyár több éven át az egyik legfontosabb Nokia-összeszerelő

központ volt Európában, és becslések szerint összesen 500 millió készüléket gyártott. Körülbelül 4–5 ezer fő volt a maximális teljes munkaidős dolgozói létszám. Ez jót tett Magyarország külföldi hírének is. A 2000-es évek közepéig a Nokia volt a vezető márka Pakisztánban, és – személyes tapasztalatból is tudom – a fogyasztók még ma is emlékeznek arra, hogy ezeket a telefonokat Magyarországon szerelték össze.¹⁸ S ami a jelent illeti: a győri Audi-gyár a kocsik-összeszerelés mellett a világ legnagyobb autómotor-gyártója is, 2024-ben 1,58 millió darabos termeléssel (HVG, 2025, 76. o.).

8. *Növelhető-e a bérek emelésével a termelékenység?*

A makroszinten értelmezett hozzáadott érték algebrai levezetése, vagyis a jövedelem-elosztásra vonatkozó $GDP \equiv \text{bérek} + \text{profitok}$ azonosság azt sugallja, hogy nemzetgazdasági szinten pusztán a bérek növelésével, illetve a munkabér/tőke (L/K) arány megváltoztatásával emelni lehet a GDP-t. Ez az azonosság – mint minden matematikai azonosság – valójában két irányból is értelmezhető. Ha növekednek a bérek és/vagy a profitok, akkor nő a GDP, és ha növekszik a hozzáadott érték, akkor a béreknek és/vagy a profitoknak nőniük kell. Csakhogy az már empirikus kérdés, hogy az egyenlőség melyik oldalán érvényesül a szűk keresztmetszet. Boda (2025), Pogátsa (2025) és – mint a bevezetésben bizonyítottuk – a politikai paletta szereplői azzal érvelnek, hogy az uniós összehasonlításban alacsony nominális bérek a mosolygörbe legalsó részéhez tartozó termelési fázisokat vonzzák be Magyarországra, mert az oktatási rendszer és általában a humánszféra csak ilyen munkaerőt kínál bőségben. Ha lenne elegendő magasan kvalifikált, magasabb bérszintű munkavállalónk, akkor több és jobb (= igényesebb) FDI érkezne hazánkba. Sajnos a nominális bérek növelésére és/vagy a munka/tőke arány megváltoztatására épülő okfejtések – mint azt Oblath (2014) nagyon alapos érveléssel bebizonyította – azt a hamis, teljesíthetetlen ígéretet hordozzák, hogy a magyar keresetek szintje reálgazdasági erőfeszítések és intézményi reformok nélkül is közeledhet az Európai Unió fejlett tagállamainak szintjéhez. Csak a termelékenység tartós javulása alapozhatja meg a bérek hosszú távú felzárkózását.

Az innováció sem csodafegyver

Az innováció önmagában nem tekinthető olyan autonóm növekedési tényezőnek, amely mechanikusan és intézményi feltételektől függetlenül biztosítja a gazdasági felzárkózást. Pedig nagyon sokan őszintén hisznek ebben is. Egyszerűen azért, mert

¹⁸ Annak idején a magyar sajtó is megírta Nokia-gyár bezárásának történetét. A komáromi mobiltelefon-gyártót 2014-ben, a finn anyacég teljes készülékgyártó üzletágával együtt, több mint 7 milliárd dollárért megvásárolta az amerikai Microsoft, amely aztán egy váratlan fordulattal még abban az évben beszüntette a telefonok gyártását. Bár a magyarországi üzemet ugyanabban az évben be is zárták, a Nokia Komárom Kft. változatlan névvel és változatlan székhellyel (Komárom, Nokia utca 1.), változatlanul az amerikai szoftveróriás tulajdonában, ma is létezik. Működni viszont nem igazán működik: alkalmazottja nincs, 2024-es árbevétele pedig nulla forint (HVG, 2025, 78. o.).

évek, évtizedek óta szajkózott állításról van szó, amelyről nem könnyű belátni, hogy miért elhibázott. A hibás tételmondat eredetileg így hangzott: „*A magyar versenyképesség kulcsa a jobb innovációs teljesítmény.*”

Ha valaki bővebb szó szerinti idézetet kíván találni, azt meglesi a szakminisztérium honlapján, 2019. január 24-i dátummal. Ezt a rövid tételmondatot Palkovics László akkori innovációs és technológiai miniszter jelentette ki a Magyar Telekom és a T-Systems Magyarország, valamint két egyetem, a Szegedi Tudományegyetem és a Szent István Egyetem stratégiai együttműködését szabályozó együttműködési megállapodások aláírásakor. Amihez hozzáfűzött még két állítást:

1. Ezt a célt „*a magyar innovációs ökoszisztéma*” javításával, az oktatási intézmények és a technológiai vállalatok együttműködésével lehet megvalósítani.

2. A magyar gazdaságpolitika alapvető célja, hogy a gazdasági növekedés egyre inkább elmozduljon „*a nagyobb hozzáadott érték teremtése, az innovációorientált pálya*” felé.¹⁹

Mi a baj ezzel a sokszor hallott gondolatmenettel? Először is az, hogy az innováció és általánosabb értelemben a tudományos kutatás eredménye nem amortizálódik, mert – szemben a munkaerővel és a tőkével – a termelés hozzáadott értékét elvileg végtelen ideig növeli. De nemcsak ott, ahol a kutatásra pénzt fordítottak, de mindenütt, ahol a kutatás eredménye szabadon hozzáférhető volt. Ez is tovább bonyolítja a hozzáadott érték számbavételét.²⁰ Másrészt az a baj, hogy a gondolatmenet összekeveri az újonnan megszerzett tudást (azaz az innovációt) és az innováció hasznosulását. Csaba László (2019) nagy nyomatékkal utalt erre a hibára, és könyvében Kínát hozta fel példaként. Közismert, hogy az időszámításunk kezdetétől számított első évezredben a porcelántól a könyvnyomtatásig szinte mindent a kínaiak találtak fel, ők jöttek rá arra, hogy miképpen lehet robbanóanyagot csinálni, ők használtak először papírpénzt, és így tovább. Ez a hatalmas ország a 19. század közepére mégis egy peremre szorult, szétesett állam volt csupán. Eközben pedig – az ismeretek társadalmi hasznosítása révén, amit az értékrend, a normák, a társadalmi közbeszéd alapozott meg – Nyugat-Európa lekörözte a „sikeresen innováló”, ám önmagát nagy fallal körülvéző Mennyei Birodalmat.

Ugyanerre a következtetésre jutott jó fél évszázaddal korábban, a szocialista tervgazdaság idején a közgazdászok fiatal nemzedéke számára szinte ismeretlen Jánossy Ferenc is. Kutatásának eredményeként arra jött rá, hogy *az innováció közvetlenül nem termel jólétet*. Ez még csak „recept”, amely megadja, hogy miképpen kellene megváltoztatni a termelést ahhoz, hogy a munka termelékenysége növekedjék (Jánossy, 1975, 173. o.). Az viszont, hogy a recept által előírt változás objektív előfeltételei megvannak-e, már nem a kutatástól, hanem a termelőerők tényleges fejlettségi szintjétől,

¹⁹ Az idézetek forrása: <https://2015-2019.kormany.hu/hu/innovacios-es-technologiai-minisztterium/hirek/a-magyar-versenykepesség-kulcsa-a-jobb-innovacios-teljesitmeny>.

²⁰ Mint Marx A tőke I. kötetének 13. fejezetében éleslátóan írta: „[a]z a törvény (...), hogy a vasban, amely körül elektromos áram kering, mágnesesség keletkezik, mihelyt egyszer felfedezték, nem kerül egy fityingbe sem.” (Marx, 1955, 360. o.)

a belső piac méretétől és az intézményi szabályozástól is függ (például a génmódosított élelmiszerek kutatása, gyártása).

Az mit sem segítene, ha

– a $K + F$ -kiadások gyorsabban növekednének, mint ahogyan azt a termelés követni tudja,²¹

- növekednék a bejegyzett szabadalmak és a külföldi publikációk száma,
- sokkal több EU-s pályázatot nyernénk,
- több doktorandusz és *spin-off* cég állna hadrendbe,
- ezrével adna a magyar állam ösztöndíjat középiskolásoknak, és így tovább.²²

Ha csak ez történik, az jórészt pazarlás lesz. Az Egyesült Államok nem azért jár a tudományos-műszaki fejlődés élén, mert sokat fordít kutatásra (3. táblázat). Az összefüggés éppen fordított: az abszolút nagyságát tekintve hatalmas kutatási ráfordítások abból a tényből következnek, hogy az Egyesült Államok egy kontinensméretű ország, és a fejlődés élén halad. Ehhez szükségesek is és a résztvevők számára kifizetődők is a nagyarányú kutatási ráfordítások.

„Ha valaki mély hóban gázolva egy menetoszlop élén halad, akkor – akár van hozzá kedve, akár nincs –, mint úttörőnek, állandóan friss havat kell taposnia, hacsak nem kívánja vezető szerepét másnak átengedni. Mégsem fog a mögötte haladók egyikének sem eszébe jutni, hogy esetleg azért maradt le az élenjáró mögött, mert túl kevés havat taposott.” (Jánossy, 1975, 357. o.)

Van a félreértésnek egy másik forrása is. Ez pedig az egyéni és a társadalmi szintű folyamatok összekeverése. Az egyén szintjén kétségtelenül igaz az, hogy a tudás, annak gyarapítása, az új ismeretek, technológiák elsajátítása minden esetben gyümölcsöt hozó, értelmes cél. Durván leegyszerűsítve: akinek diplomája van, az hosszabb és egészségesebb életre,²³ lényegesen magasabb jövedelemre számíthat, mint aki csak nyolc osztályt végzett.²⁴ Ebben az értelemben a mikrovilágban igaz, hogy „tudásalapú társadalomban élünk”. Míg egyéni (mikrogazdasági) szinten az oktatás

²¹ Erre már Török és Csuka (2014) is felhívta a figyelmet. „A legfejlettebb országokban ez az arány egyszerűen nem növelhető tovább, mert a többletfinanszírozás célszerű felhasználásához hiányoznak a többleterőforrások. A nemzeti innovációs rendszer erőforrás-felszívó képessége ugyanis nem növelhető gyorsan és tetszés szerint – például a szakképzett munkaerő és a megfelelő igényekre kiépített infrastruktúra szükséges növekménye sem teremthető elő rövid idő alatt.” (515. o.)

²² A magyar kormány és az MTA-ról leválasztott kutatóintézetek ernyőszervezete, a HUN-REN Magyar Kutatási Hálózat pontosan ilyen célokat tűzött ki abban a 25 éves közfeladat-finanszírozási szerződésben, amelyet 2025. december 15-én írtak alá. Az átszervezések után, 2025 végén a HUN-REN 7 kutatóközpont, 8 kutatóintézetet, valamint 101 támogatott kutatócsoportot foglalt magában, amelyek alap- és alkalmazott kutatásokat végeznek a természettudományok, a matematikai tudományok és az élettudományok területén. Ekkor a HUN-REN kutatói létszáma 3500 fő volt (<https://www.portfolio.hu/uzlet/20251216/gyokeresen-atalakul-a-magyar-kutatasi-halozat-beremeles-es-ai-forradalom-jon-a-hun-ren-nel-805682>). A HUN-REN vezetőinek tudományfelfogásáról lásd Hegyi (2025).

²³ A magyar férfiaknál 10–12 év, a nőknél 5–8 év a különbség a legalacsonyabb és a legmagasabb képzettségűek átlagosan várható élettartamában.

²⁴ A legfeljebb nyolc osztályt végzett magyar dolgozók keresete a nemzetgazdasági átlag 50–60 százaléka, a felsőfokú végzettségűeké az átlag 150–200 százaléka.

3. táblázat

A K + F-kiadások GDP-hez mért aránya (2022)

Fejlett, 5 milliónál nagyobb népességű piacgazdaságok	Százalék	Posztkommunista országok	Százalék
Izrael*	6,02	Kína	2,56
Dél-Korea	5,21	Szlovénia	2,10
Egyesült Államok*	3,59	Csehország	1,96
Japán	3,41	Észtország	1,78
Svédország*	3,41	Lengyelország	1,45
Belgium*	3,40	Horvátország	1,40
Svájc*	3,31	Magyarország	1,39
Németország*	3,13	Litvánia	1,05
Finnország*	2,96	Szlovákia	0,98
Egyesült Királyság*	2,90	Oroszország	0,93
Dánia*	2,89	Lettország	0,76
Franciaország	2,23	Bulgária	0,75
Ausztria*	1,86	Románia	0,46
Kanada*	1,76	Kazahsztán	0,14

Megjegyzés: a nemzetgazdasági szintű bruttó K + F-kiadások számbavételekor szokásos használni a GERD (*Gross Expenditure on Research and Development*) rövidítést is. A *-gal jelölt országok folyó ár- és árfolyamokon számolt egy főre jutó GDP-je több mint 50 000 dollár. A megfelelő amerikai adat 84 534, a szlovén 34 301, a magyar pedig 23 292 dollár.

Forrás: saját összeállítás a Világbank adatbázisai alapján.

és a tudásfelhalmozás jövedelmi hozama empirikusan jól igazolt, addig makrogazdasági szinten e hatás aggregálódása nem tekinthető automatikusnak.

A forradalmian új termékek az elmúlt két évszázadban mindig az élenjáró országokban, vagyis a legnagyobb volumenű GDP-t előállító országokban (például Angliában, Németországban, az Egyesült Államokban és Japánban) születtek, és ez nem fog megváltozni. Elsősorban az adott ország fejlettségi szintje és a népesség (értsd: a piac) nagysága számít. Kornai (2011, 31–34. o.) listába szedte a 20. század és a 21. század első évtizedének 89 nagy, áttörő forradalmi újítását. Ezek négyötöde (72) származik az Egyesült Államokból. Japánban és az Egyesült Királyságban 4-4 jelentős innovációs termék született. Érdekes, hogy német találmány egy sincs a listán. Egy-egy kivétel akad ugyan (például a golyóstoll – magyar – feltalálója Argentínában élt, a Nescafé svájci találmány, a Skype lelkét jelentő szoftver Észtországban született), de ez utóbbiak a feltalálók szülőhazája számára nem hordoztak magukban makroökonómiai szinten is mérhető dinamizáló erőt. Ezekhez látszólag hasonló sikereket a közelmúltban Magyarország is fel tudott mutatni – ilyen volt a Rubik-kocka (1975) vagy a Gömböc (2006), 2023-ban volt két természettudományi Nobel-díjasunk is! –, de az efféle innovációs sikerek csak az ország presztízsét emelték, éppen úgy, mint ahogyan

a kétségtelenül világhírű Kodály-módszer vagy az egykori labdarúgó-aranycsapat teljesítménye sem tudott hozzájárulni a termelékenység – mondjuk az egy ledolgozott órára jutó folyó áras GDP – növekedéséhez.

Vegyünk egy kézzelfogható, társadalmilag nyilvánvalóan fontos célkitűzést: a rák elleni küzdelmet! Magyarországon számos kiváló onkológus kutató dolgozik, akik jelentős felfedezésekkel, uniós programokban való részvétellel, nemzetközi publikációkkal öregbítik a magyar tudomány hírnevét. Ámde az összes magyar onkológus valamennyi új eredményének hatása eltörpül ahhoz az onkológiai tudáshoz képest, amely külföldről áramlik be az országba. Ahhoz, hogy a magyar betegeknek minél jobbak legyenek az életesélyeik, annak a feltételeit kell megteremteni, hogy minél több külföldön dolgozó magyar orvos térjen vissza, hogy a magyar egészségügyi intézményekben legyen több pénz új importberendezésekre, a legújabb gyógyszerekre, elég idő a szakfolyóiratok olvasására, konferencia-részvételre, vendég oktatók, vendég kutatók meghívására stb.

Következtetések

Mint bemutattuk, nem áll rendelkezésre olyan empirikusan igazolt bizonyíték, amely szerint a hozzáadott érték eloszlása az értéklánc mentén minden ágazatban és minden intézményi környezetben egységes, U alakú mintázatot követne. Ezzel együtt is a hozzáadott érték heurisztikus metaforájára (vagyis a mosolygörbére) épített üzletpolitikának vállalati szinten van igazságmagva. Az üzleti eredményesség szempontjából valóban többnyire előnyös, ha egy vállalat inkább több, mint kevesebb hazai hozzáadott értéket tartalmazó árukat és szolgáltatásokat exportál. De ez nem kormányzati elhatározás kérdése! Az egyes vállalatok szempontjából a versenyképesség mindenekelőtt azon múlik, hogy az a piac, amelynek termelnek vagy szolgáltatnak, a mérete és adottságai, a munkaerő képzettsége, rugalmassága, motiváltsága stb. alapján alkalmas-e arra, hogy a cég outputját felszívja.

De a helyzet valójában ennél is bonyolultabb, mert ahogyan nem minden egyes ember munkába állítása, illetve nem minden fizikai értelemben mérhető tőkebefektetés hoz feltétlenül hasznot, úgy nem minden tudástőke-befektetés lesz eredményes. Sőt az erőforrások elpocsékolásának a veszélye – a méréssel kapcsolatban bemutatott nyolc bizonytalanság miatt – a tudástőke-befektetések esetében még nagyobb, mint a fizikai tőke termelésbe állításakor.

Tisztában vagyok azzal is, hogy a verseny- és támogatáspolitikai hozzáadottérték-alapú megközelítésénél van rosszabb megoldás is. Sok példa mutatja, hogy Magyarországon – különösen az elmúlt másfél évtizedben – számos állami beruházásról vagy külföldi tulajdonú vállalatok költségvetési támogatásáról, hitelezéséről úgyszólván hasraütésszerűen született döntés egy végtelenen centralizált, klientúra-építésre és rövid távú érdekekre fókuszált döntési struktúrában.²⁵ De az sem jó

²⁵ Miután 2004-ben Magyarország az EU tagja lett, a támogatott belföldi projektek kiválasztása és rangsorolása százával teremtett ilyen döntési helyzetet minden évben. Az FDI támogatására – becslések szerint, éves átlagban – a GDP kb. 1 százalékát költi a magyar kormány (Vakhal, 2014, 220. o.).

megoldás, amikor a kormányzati iparpolitika – mint Magyarországon ez megesett a *diverzifikáció* (Koppány, 2017), az *újraiparosítás*,²⁶ az *ipar válságálló képességének* növelése²⁷ vagy a *nemzeti bajnokok* kinevelésének²⁸ – változó hangerővel kürtölt jel-szavaival az állam hosszú évtizedekre elköteleződő, gazdaságtalan beruházásokat rendel el, s ezek megvalósulása érdekében korlátozza a piac működését.²⁹ Ennek csak akkor van értelme, ha a többletberuházás a munkaerő sokoldalú kibontakozását is segíti – ideértve például az idegennyelv-tanulást és a számítógépes készségek gyarapodását. A szovjet iparosítás példája azt mutatta, hogy bizonyos körülmények között valóban lehetséges az ipar gyorsított ütemű fejlesztése, de ehhez kegyetlen és hatalmas elnyomó apparátusra van szükség, és csak az életszínvonal rovására valósítható meg. Ám a mából visszatekintve igencsak valószínű, hogy gyorsabb lett volna Oroszország fejlődése, ha hetven éven át piacgazdaságként működött volna, már csak azért is, mert a túlzottan magas tőkeberuházások a fogyasztás korlátozásán keresztül végső soron fékeztek a munkaerő fejlődését is.³⁰

Ezen a ponton érdemes felidézni Jánossy Ferenc (1969) egyik nevezetes felismerését, a *kvázi-fejlettség* problémáját. Ez közvetlenül összefügg az erőltetett iparosítással. Ha egy ország a fejlődés gyorsítása érdekében – az iparnak kedvező hazai támogatáspolitikával, a nemzeti valuta árfolyamának manipulálásával stb. – erőltetetten fejleszti a gépiparát, akkor könnyen előállhat az a helyzet, hogy statisztikai értelemben akár évtizedeken át gyorsan fog nőni az ipar hazai eredetű hozzáadott értéke, csak éppen az lesz a gond, hogy az ily módon előállított termékek minősége messze elmarad a fejlett országokban termelt gépektől. Magyarországon pontosan ez történt az 1950-es és 1960-as években.

A mából a múltra visszatekintve jól látszik, hogy a globális értékláncokban Magyarország állítólagosan elfoglalt rossz és hosszú idő óta nem javuló helyének³¹ tényként való elfogadása azért válhatott konszenzusos vélekedéssé a politikai paletta minden résztvevője számára, mert a kimondott és ki nem mondott gondolatok mögött ott volt és van valamiféle nemzeti önsajnálát és sértődöttség. Nem volt nehéz ezt kihallani

²⁶ Ezt a célt fogalmazta meg az Irinyi Terv névvel elfogadott iparpolitikai stratégia (Nemzetgazdasági Minisztérium, 2016).

²⁷ Magyarország versenyképességi stratégiája (Nemzetgazdasági Minisztérium, 2024).

²⁸ Támogató hangvétellel írtak erről az iparpolitikai célkitűzéstől Boda és szerzőtársai (2019), kritikai éllel pedig Voszka (2012).

²⁹ Ezt javasolta az MNB 2020. évi versenyképességi jelentése is. „Az exporton belüli hazai hozzáadott értéket elsősorban a beruházási támogatások tudásintenzív ágazatokra fókuszálása és a kiemelten támogatott vállalati körben a magyar beszállítók számának bővítése növelhetné.” (Magyar Nemzeti Bank, 2020, 22. o.)

³⁰ A „gazdaságtalan beruházások” növekedésgyorsító hatásának kivételesen adódó lehetőségéről lásd Jánossy (1975, 347–354. o.) fejtegetéseit, illetve Kornai (1972) könyvét.

³¹ Az Állami Számvevőszék (2022) 34 oldal terjedelmű, az OECD módszertanát átvevő, 2018-ig rendelkezésre álló adatokra támaszkodó elemzése szerint „Magyarország ipari termelése oly módon kapcsolódott be a globális értékláncokba, hogy a hazánkban előállított hozzáadott érték az export bruttó árbevételéhez képest alacsony. Ez összefüggésben lehet azzal, hogy a magyar export 85 százalékát külföldi tulajdonban lévő vállalatok, tipikusan nagyvállalatok bonyolítják, így az ő érdekeik határozzák meg azt, hogy Magyarországon az értéklánc melyik fázisát végzik, illetve, hogy mennyiben rendelkeznek magyar beszállítóktól.” (7. o.)

már az 1989/90-es rendszerváltás időszaka előtt is Csurka István szavaiból, aki akkor már úgy látta, hogy „pincérnemzet” lettünk saját országunkban.³² 2025-ben ugyanez a gondolat a baloldali tradíciókat képviselő Scheiring Gábor háromrészes tanulmányában így szerepel: „A beágyazott függőség Magyarországot továbbra is az alacsony hozzáadott értékű globális értékláncszegmensekben tartja, korlátozva a hazai értékteremtést és aláásva a tartós felzárkózás lehetőségét.”³³ Egy interjúban pedig az imént idézett cikkét kommentálva Scheiring úgy fogalmazott, hogy a magyar gazdaság külföldiek által dominált részében már „csak a takarítószemélyzet meg a logisztika, meg a biztonsági őr magyar”.³⁴

Mit tehet egy kormány s – ha már van – az innováció terjesztéséért felelős minisztérium az ország sikerének érdekében? Elsősorban azt, hogy a jogállamiság és a magántulajdon védelmét szolgáló intézmények erősítésével nyílt versenyre kényszeríti a hazai vállalatokat és vállalkozókat. Ez azért célszerű stratégia, mert a globális árversenyben nem lehet a konkurenciát fallal, védővámokkal, diszkriminatív adópolitikával, manipulált közbeszerzésekkel stb. utolérni.³⁵ Ezt huszonöt évvel ezelőtt is látni lehetett, és ma is így van.

„A globalizáció elsőpri az országhatárokat, megköveteli az egyenlő versenyfeltételeket, a bel- vagy külföldi tulajdonban lévő vállalkozások minden tekintetben azonos kezelését, az egyes országok jogrendjeinek harmonizálását. Egyre több területen kell nemzetközi standardokhoz alkalmazkodni az emberi jogok védelmétől a bankok szabályozásáig, a diplomák kölcsönös elismerésétől a szellemi alkotások megbecsüléséig. Európai mértékben egyenesen a közös pénz gazdaságtörténeti jelentőségű bevezetésének lehetünk ma tanúi.” (Antal et al., 2000, 4. o.)

Ezzel az erővel szemben a magyar kormányzati iparpolitika, ha megfeszül, akkor sem tud sikerrel fellépni. Abba kellene ezt hagyni, mert csak a járadékvadászatot bátorítja.

Hivatkozások

- Állami Számvevőszék (2022). *Elemzés. A magyar export hozzáadott érték tartalma növelését befolyásoló tényezők*. https://www.asz.hu/dokumentumok/E2136_A_magyar_exp_he_tart_nov_bef_tenyezok.pdf
- Antal, L., Csillag, I., & Mihályi, P. (2000. augusztus 12.). Magyarázzuk a globalizációt. *Népszabadság*, (A cikk megjelent a *Gazdaság* 2000. évi 2. számában is, 64–72.)
- Baldwin, R., & Ito, T. (2021). The smile curve: Evolving sources of value added in manufacturing. *Canadian Journal of Economics*, 54(4), 1842–1880. <https://doi.org/10.1111/caje.12555>
- Bánfi, T. (1979). Az értéknagyság és a munka két attribútuma – munkatermelékenység és intenzitás. *Közgazdasági Szemle*, 56(10), 1249–1259.

³² Csurka a lakiteleki tanácskozáson használta ezt a metaforát 1987 őszén. Ez úgy volt értendő, hogy a külföldiek által irányított Eldorádóban a magyarok nemhogy tulajdonosok, de vendégek sem lesznek, legfeljebb pincérek.

³³ <https://merce.hu/2025/12/09/az-orbanizmus-kimerulese/>

³⁴ <https://www.youtube.com/watch?v=PnGTxqPKY4Y>

³⁵ Egy korábbi írásomban (Mihályi, 2025) tíz pontban foglaltam össze a teendőket.

- Békés, G., & Muraközy, B. (2016). Beszállítói termékek a magyar feldolgozóiparban. *Közgazdasági Szemle*, 63(10), 1046–1073. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2016.10.1046>
- Bélyácz, I. (2025). Zsákutcából egy fenntartható gazdasági modell felé. *Külgazdaság*, 69(9–10), 86–109. <https://doi.org/10.47630/KULG.2025.69.9-10.86>
- Bertóti, L. (1980). Az értéknagyság kérdéséhez. *Közgazdasági Szemle*, 27(1), 68–77.
- Bod, P. Á. (szerk.) (2006). *Fehér könyv Magyarország állapotáról*. Szövetség a Polgári Magyarorszáért Alapítvány.
- Boda, Gy. (2025). A tőke és a munka részarányai Magyarországon. *Közgazdasági Szemle*, 72(3), 225–258. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2025.3.225>
- Boda, Gy., Révész, T., Losonci, D., & Fülöp, Z. (2019). A növekedési ütem és a foglalkoztatás növelésének lehetőségéről. *Közgazdasági Szemle*, 66(4), 376–417. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2019.4.376>
- Boda, Gy., Kiss, F., Láncz, G., Matyusz, Zs., & Thék, R. (2024). *Sodródásból feljebb lépés. Tudásalapú versenyképesség*. Akadémiai Kiadó. <https://doi.org/10.1556/9789636640231>
- Braun, E., & Sebestyén, T. (2025). Szerkezeti változások és függőségek. Magyarország helyzete a globális értékláncokban. *Közgazdasági Szemle*, 72(9–10), 805–841. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2025.0.805>
- Bródy, A. (1979). Az értéknagyságról. *Közgazdasági Szemle*, 26(3), 309–323.
- Czirfusz, M. (2023). Munkabérek egyenlőtlenségei a globális értékláncokban: a magyarországi akkumulátoripar esete. *Külgazdaság*, 67(11–12), 28–47. <https://doi.org/10.47630/KULG.2023.67.11-12.28>
- Csaba, L. (2019). *Válság–gazdaság–világ. Adalék Közép-Európa három évtizedes gazdaságtörténetéhez (1988–2018)*. Éghajlat Könyvkiadó.
- Éltető, A., & Sass, M. (2021). A kapitalizmus változatai és az ipar 4.0 a visegrádi országokban. *Közgazdasági Szemle*, 68(5), 490–514. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2021.5.490>
- Erdős, P. (1976). *Bér, profit, adóztatás*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Fidesz (1997). *Van más választás: polgári Magyarország*. A Fidesz – Magyar Polgári Párt programtézisei. Fidesz Központi Hivatal.
- Györffy, D. (2023). Globalizáció a gazdaságban: Magyarország pozíciója a globális értékláncokban. *Magyar Tudomány*, 184(10), 1263–1273. <https://doi.org/10.1556/2065.184.2023.10.6>
- Hegyí, P. (2025). Interjú Gulyás Balázssal, a HUN-REN Magyar Kutatási Hálózat elnökével, valamint vezérigazgatójával, Jakab Rolanddal. *Magyar Tudomány*, 186(1), 141–153. <https://doi.org/10.1556/2065.186.2025.1.17>
- Hoch, R. (1979). A marxi értékelmélet ökonometriai megközelítése. *Közgazdasági Szemle*, 26(5), 590–600.
- HVG (2025. november 6.). TOP 500. Melléklet. 56–81.
- Jánossy, F. (1969). Gazdaságunk mai ellentmondásainak eredete és felszámolásuk útja. *Közgazdasági Szemle*, 16(7–8), 806–829.
- Jánossy, F. (1975). *A gazdasági fejlődés trendvonalai és a helyreállítási periódusok*. Magvető Könyvkiadó. (Első kiadás: 1966, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.)
- Kharas, H., & Gill, I. (2007). An East Asian renaissance: Ideas for economic growth. The World Bank. <http://hdl.handle.net/10986/6798>
- Koppány, K. (2017). A növekedés lehetőségei és kockázatai. Magyarország feldolgozóipari exportteljesítményének és ágazati szerkezetének vizsgálata, 2010–2014. *Közgazdasági Szemle*, 64(1), 17–53. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2017.1.17>
- Kornai, J. (1972). *Erőltetett vagy harmonikus növekedés. Gondolatok a gazdasági növekedés elméletéről és politikájáról*. Akadémiai Kiadó.

- Kornai, J. (2011). *Gondolatok a kapitalizmusról*. Akadémiai Kiadó.
- Magyar Közgazdasági Társaság (2025). *Szakpolitikai javaslatok a gazdaságpolitikai döntéshozók számára*. A Magyar Közgazdasági Társaság 63. közgazdász-vándorgyűlésének tanulmányai. <https://mkt.hu/hu/2025/12/01/gazdasagpolitikai-javaslatok-a-donteshozok-fele/>
- Magyar Köztársaság Kormánya (2010. május 22.). *A Nemzeti Együttműködés Programja*. Az Országgyűlésnek benyújtott változat. <https://www.parlament.hu/irom39/00047/00047.pdf>
- Magyar Nemzeti Bank (2018). *180 lépés a magyar gazdaság fenntartható felzárkózásáért*. <https://www.mnb.hu/letoltes/mnb-180-pontja.pdf>
- Magyar Nemzeti Bank (2020). *Versenyképességi jelentés 2020*. <https://www.mnb.hu/letoltes/versenykepessegi-jelentes-hun-2020-0724.pdf>
- Magyarország Kormánya (2019). *Program a versenyképesebb Magyarorszáért*. <https://2015-2019.kormany.hu/download/1/c2/91000/Program%20a%20Versenyk%C3%A9pesebb%20Magyarorsz%C3%A1g%C3%A9rt.pdf>
- Marx, K. (1955). *A tőke*. I. köt. *A politikai gazdaságtan bírálata*. Szikra Kiadás. (Első kiadás: 1867., Verlag von Otto Meissner.)
- Mazzucato, M. (2013). *The Entrepreneurial State: debunking public vs. private sector myths*. Anthem Press. <http://digamo.free.fr/mazzucato.pdf>
- Mesterházy, A. (2010). *Nemzeti modernizáció, összetartó közösség. Ajánlat a demokratikus oldal programjára*. Magyar Szocialista Párt.
- Mi Hazánk Mozgalom (2022). *Virradat. Választási program Magyarország felvirágoztatására*. https://mihazank.hu/wp-content/uploads/2022/01/Virradat_Program.pdf
- Mihályi, P. (1982). Érték, értéknagyság, mérhetőség. *Közgazdasági Szemle*, 29(4), 441–457.
- Mihályi, P. (1998). *A magyar privatizáció krónikája, 1989–1997*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Mihályi, P. (2019a). A tanulás volna az endogén gazdasági növekedés csodafegyvere? *Hitelintézet Szemle*, 18(2), 117–139. <https://doi.org/10.25201/HSZ.18.2.117139>
- Mihályi, P. (2019b). Mi a baj az Innovációs Minisztériummal? *Élet és Irodalom*, 63(7). <https://www.es.hu/cikk/2019-02-15/mihalyi-peter/mi-a-baj-az-innovacios-miniszteriummal.html>
- Mihályi, P. (2024). Biztos, hogy rossz ötlet az akkumulátorgyártás? (Egy régi vita új köntösben.) *Vitacikk. Külgazdaság*, 68(1-2), 172–180. <https://doi.org/10.47630/KULG.2024.68.1-2.172>
- Mihályi, P. (2025). Miért nem sikeres a magyar rendszerváltás? *Közgazdasági Szemle*, 72(4), 388–395. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2025.4.388>
- Mihályi, P., & Szelényi, I. (2019a). *Rent-seekers, profits, wages and inequality. The top 20%*. Palgrave Macmillan. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-03846-5>
- Mihályi, P., & Szelényi, I. (2019b). A járadék szerepe a szocialista gazdaságból való átmenetben. In Szelényi, I., *Tanulmányok az illiberális posztkommunista kapitalizmusról (2014–2018)* (214–243. o.). Corvina Kiadó.
- Nemzetgazdasági Minisztérium (2016). *Irinyi Terv. Az innovatív iparfejlesztés irányainak meghatározásáról*. <https://2015-2019.kormany.hu/download/d/c1/b0000/Irinyi-terv.pdf>
- Nemzetgazdasági Minisztérium (2024). *Magyarország versenyképességi stratégiája, 2024–2030. A változó gazdasági környezet kihívásai tükrében*. <https://kormany.hu/dokumentumtar/magyarorszag-versenykepessegi-strategiaja-2024-2030>
- Oblath, G. (2014). Felzárkóztak az árak és lemaradtak a bérek? Tévhitek, tények és közgazdasági összefüggések. *Statistikai Szemle*, 92(8–9), 745–765. https://www.ksh.hu/statszemle_archive/2014/2014_08-09/2014_08-09_745.pdf
- Palánkai, T. (1981). A csereérték kulcs lehet egynémely értékelméleti probléma megoldásához. *Közgazdasági Szemle*, 28(11), 1346–1359.

- Pogátsa, Z. (2025). *Árak nyugatiak, bérék keletiek. Gazdasági csapdában Magyarország?* <https://www.blogaszat.hu/2025/08/pogatsa-zoltan-arak-nyugatiak-berek.html>
- Porter, M. (1985). *Competitive advantage: Creating and sustaining superior performance*. Free Press.
- Rózsás, T. (2007). Tartósan magas hozzáadott értékű gazdasági tevékenységek: a gazdaságpolitika alkímiája. *Polgári Szemle*, 3(10), 225–229.
- Scheiring, G. (2025. november 28.). *Az orbánizmus kimerülése: A felhalmozó állam felemelkedése és bukása*. I–III. rész. <https://ujegyenloseg.hu/az-orbanizmus-kimerulese-a-felhalmozó-allam-felemelkedese-es-bukasa-iii/>
- Shih, S. (1992). *Empowering technology – making your life easier*. Acer's Report.
- Szalavetz, A. (2015). *Szakosodás és feljebb lépés a multinacionális vállalatok globális értékláncain belül: Magyarországi feldolgozóipari leányvállalatok tapasztalatai*. MTA doktori értekezés. http://real-d.mtak.hu/861/7/dc_1027_15_doktori_mu.pdf
- Török, Á., & Csuka, Gy. (2014). Magyarország a nemzetközi innovációs versenyben az EU-csatlakozás után. *Közgazdasági Szemle*, 61(4), 509–526.
- Vakhal, P. (2024). A külföldi működő-tőkebefektetések szerkezeti alakulása és hatása globális értéklánc megközelítésben, különös tekintettel a visegrádi országokra és Kínára. In Tóth, I. Gy., Gábos, A., & Medgyesi, M. (szerk.), *Társadalmi Riport, 2024* (217–234. o.). TÁRKI.
- Voszka, É. (2012). Mérleghint. A Magyar Villamos Művek mint nemzeti bajnok. *Külgazdaság*, 56(5-6), 4–40.
- Zalai, E. (1980a). *Adalékok az értéknagyság elemzéséhez*. Kandidátusi értekezés.
- Zalai, E. (1980b). Az érték nagysága és a munka termelőereje. *Közgazdasági Szemle*, 27(7-8), 941–945.

VÖRÖS JÓZSEF–KEHL DÁNIEL–RAPPAI GÁBOR

A Sharpe-hányados-függvény és becslése neves portfóliókon

E tanulmány a Sharpe-hányadost dinamikusan kezeli, vagyis nemcsak azt tekinti, hogy egy adott portfólióval kapcsolatban mennyi a – szórással mért – egységnyi kockázatra jutó prémiumhozam (azaz a portfólió várható hozamának és a kockázatmentes kamatlábnak a különbsége), hanem a kamatláb függvényeként állítja elő a Sharpe-hányadost. Ehhez ismerni kell az átlaghozam és a kockázat portfólióra jellemző kapcsolatának analitikus formáját. Megállapítottuk, hogy a Sharpe-hányados-függvény szigorúan csökkenő konvex a kamatláb azon szakaszain, amelyekhez tartozó átlaghozam-kockázat felületen nincsenek töréspontok (azaz differenciálható) a kockázatos papírokra vonatkozóan. Amikor viszont a kamatlábtartományhoz egy töréspont tartozik (vagyis a hatékony felület nem differenciálható), a Sharpe-hányados-függvény ezen tartományban lineáris (és csökkenő). Mivel a piaci portfóliók negatív befektetéseket nem tartalmazhatnak, a hatékony felület soha nem differenciálható. Empirikus adatok alapján vizsgáltuk az index viselkedését a DAX 40 és a BUX 5 kosarakra, majd a 2015 és 2024 közötti évek különböző időszakaira előállítottuk a hatékony felületek analitikáját és ennek nyomán a Sharpe-hányados-függvényeket. Fontos megállapításaink közé tartozik, hogy a DAX Sharpe-hányadosa a 2022. február és 2024. december közötti (háborús) adatokra lényegesen magasabb, mint a 2015–2024-es időszakra, ugyanakkor a BUX Sharpe-indexe csak fele a DAX-énak. Az utóbbi időszakban viszont a BUX 5 átlaghozama a jelenlegi kapitalizációs adatok alapján közel kétszerese a DAX 40-ének.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: G11, G12, C61, C63.

Kulcsszavak: Sharpe-hányados, hatékony portfólió, kockázat-hozam felület, portfólióoptimalizálás, DAX 40, BUX 5.

* A kutatás a TKP2021-NKTA-19 számú projekt keretében készült, amely az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

Vörös József az MTA rendes tagja, *professor emeritus*, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (e-mail: voros.jozsef@ktk.pte.hu).

Kehl Dániel egyetemi docens, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (e-mail: kehld@ktk.pte.hu).

Rappai Gábor egyetemi tanár, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar (e-mail: rappai.gabor@ktk.pte.hu).

A tanulmányra a Creative Commons CC-BY irányelvei érvényesek.

A kézirat első változata 2025. november 17-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2026.2.148>

The Sharpe-ratio function and its shape for some renowned portfolios

JÓZSEF VÖRÖS, DÁNIEL KEHL AND GÁBOR RAPPAI

The Sharpe-ratio is a popular financial indicator. This paper defines the Sharpe-ratio function, which explicitly illustrates the dynamic evolution of the risk premium (the portfolio's return minus the risk-free income) in relation to risk (the portfolio's variance). The Sharpe-ratio function requires knowledge of the composition of the efficient mean-variance frontier. We demonstrate that the Sharpe-ratio function is a strictly convex and decreasing function when the mean-variance frontier is differentiable, and (decreasing) linear when it is not. However, market portfolios may not include negative investments in a security (short selling is impossible), and the efficient frontier of the portfolios may not be differentiable at every point (for example, at the terminal point). We empirically test this over the 2015–2024 period, exhibiting the shapes of the mean-variance efficient frontier and the Sharpe-ratio functions for portfolios such as the DAX 40 and the BUX 5. Among our key findings, we observe that the DAX 40's Sharpe-ratios for the wartime period (February 2022 – December 2024) are significantly higher than those for the 2015–2024 period. The BUX 5 comprises only half of the DAX 40's Sharpe-ratios. However, during this latest period the BUX 5 exhibited a return twice as high that of the DAX 40.

Journal of Economic Literature (JEL) codes: G11, G12, C61, C63.

Keywords: Sharpe ratio, efficient portfolio, risk–return surface, portfolio optimization, DAX 40, BUX 5.

Bevezetés

A Nobel-díjas közgazdászok kutatási területeit áttekintve mintegy tucatnyi olyan nevet találunk, akik eredményeket mutattak fel portfóliók tulajdonságait vizsgálva. Köztük öt-hat olyan tudós is szerepel, akik a hatékony (portfólió)felület meghatározó tulajdonságait fedezték fel. A hozam-kockázat síkban egy portfólió a hatékony felületen fekszik, ha ugyanolyan kockázati szinten nincs olyan portfólió, amely nagyobb hozamot adna, vagy ugyanakkora hozamszinten kisebb kockázattal járna, illetve nagyobb hozammal és kisebb kockázattal rendelkezne. Markowitz (1956, 1959), valamint Markowitz és Todd (2000) modelljeit leegyszerűsítve (elhagyva a többnyire szubjektív, pótlólagos lineáris feltételeket), az általános portfólióproblémát a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad (1a)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = E, \quad (1b)$$

$$V_{Short}^{Stoxx}(E) = \min_{x_1, \dots, x_n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n v_{ji} x_j x_i = E. \quad (1c)$$

E felírásban x_i a befektetés (amelyet egységnyinek tekintünk) azon arányát határozza meg, amelyet az i értékpapír vásárlására szánunk, és a *Stoxx* nevű portfólióban

(például FTSE 100, Euro Stoxx 50) n értékpapírt tekintünk, továbbá a_i ezen egységnyi befektetés várható hozamát jelöli, v_{ji} pedig az i -edik és j -edik értékpapír hozamai közötti kovarianciát méri. Az (1a) feltétel azt fogalmazza meg, hogy egységnyi tőkét fektetünk be, amitől E hozamot várunk, és ezt paraméternek tekintjük, amit az (1b) feltétel fogalmaz meg. Az (1c) kifejezés a befektetéstől elvárt E hozamhoz tartozó minimális szórásnégyzetet adja meg, amelyet a viselt kockázattal azonosítunk. Érdemes megjegyezni, hogy az (1) leírás egy konvex, parametrikus programozási feladatot fogalmaz meg, amelynek legfontosabb terméke egy konvex parabola, amelynek független változója az elvárt hozam (E) lesz, formája pedig a viselendő kockázatot adja meg, ami egy szimmetrikus alakzat. A parabola minimumpontját megadó hozamnál kisebb hozamokhoz tartozó kockázatok nem érdekelnek bennünket, mert e kockázati szintekhez (a minimumpont jobb oldalán) magasabb hozamok tartoznak. Következésképpen, a $V_{Short}^{Stoxx}(E)$ kifejezés a *Stoxx* nevű portfólió minden szóba jöhető hozamához meghatározza ugyan a legkisebb kockázatot, de értelemszerűen bennünket csak a minimumhozamnál magasabb hozamok érdekelnek, mert ezek alkotnak hatékony felületet. A *Short* megjegyzés pedig azt fejezi ki, hogy a befektetési változók negatív értéket is felvehetnek, azaz a shortolás megengedett. Merton (1972) felfedte ezen függvény analitikus formáját is, amikor a v_{ij} kovarianciákból felépített V kovarianciamátrix pozitív definit, és az a_i értékek között különbözők is vannak:

$$V_{Short}^{Stoxx}(E) = \frac{fE^2 - 2dE + e}{ef - d^2}, \quad (2a)$$

ahol $f = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ji}$, $d = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ji} a_i$, és $e = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ji} a_j a_i$, és c_{ji} a V kovarianciamátrix inverzét kifejező C mátrix j -edik sorának i -edik eleme. A (2a) kifejezés tehát csak akkor létezik, amikor az értékpapírok várható hozamai nem mind egyformák, továbbá az is bizonyítható, hogy az $ef - d^2$ kifejezés pozitív, és az f is, hiszen ez az inverz mátrix elemeinek összege, amely a pozitív definitésg miatt pozitív. A (2a) haszon-kockázat felület tehát egy konvex parabola, amelynek növekvő íve megadja a haszon-kockázati hatékony felületet. Analitikus formákat tudunk adni a javasolt befektetési struktúrára is (Vörös, 1986):

$$x_j(E) = \frac{(e - dE) \sum_{i=1}^n c_{ji} + (fE - d) \sum_{i=1}^n c_{ji} a_i}{ef - d^2}. \quad (2b)$$

A kockázat nélküli befektetés lehetőségének modellbe vonása vezet el bennünket a Sharpe-féle hányadoshoz: a Sharpe-hányados (Sharpe, 1963, 1964, 1970) a hozamot a kockázattal arányosítja, és azt fejezi ki, hogy egy adott portfólió esetében az egységnyi kockázatra mennyi kockázati prémium jut, ahol most a kockázatot a portfólióhoz tartozó szórás fejezi ki (a szórásnégyzet helyett). A kockázati prémium pedig a portfóliónak a kockázat nélküli hozam feletti hozama. Vonjuk be most az (1) modellbe a kockázat nélküli hozamot, amelynek egységre jutó nagyságát jelölje r . A megoldandó feladat tehát:

$$\sum_{i=1}^n x_i + y = 1, \quad (3a)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + ry = E, \quad (3b)$$

$$V_{Short}^{Stoxx}(E) = \min_{y, x_1, \dots, x_n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n v_{ji} x_j x_i, \quad (3c)$$

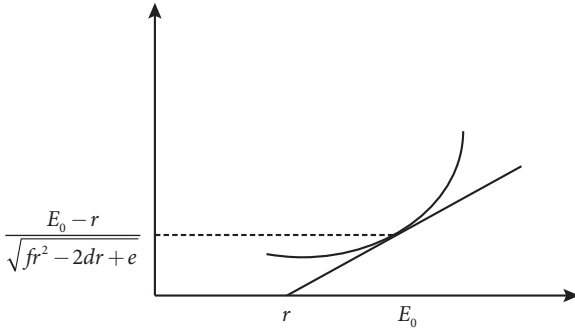
ahol y a kockázat nélküli papírba fektetett tőke arányát jelöli. Amikor $y=1$, akkor minden pénzünk a kockázat nélküli papírokban van, és hozamunk biztosan r lesz. Amikor $y=0$, minden pénzünk kockázatos papírokban van, és problémánk az (1) alattival azonos. Buser (1977) megadta a fenti modellben megfogalmazott hatékony felület analitikus formáját:

$$V_{Short}^{Stoxx}(E) = \frac{(E-r)^2}{fr^2 - 2dr + e}, \quad (4)$$

amely forma különösen érdekes, mert a számláló teljes négyzet. Amikor a kockázatot a szórással mérjük, akkor a haszon-kockázat függvény egy egyenes tehát, amely az $E=r$ pontban megy át a hozamtengelyen.

1. ábra

A (2a) és a (4) modell által meghatározott hatékony felületek négyzetgyökei



Megjegyzés: a függőleges tengely a szórás mint kockázati mérőszámot, a vízszintes pedig a várható hozamot mutatja.

Amikor tehát $y=0$, vagyis minden pénzünk kockázatos papírokban fekszik, a (4) formula a kockázatos befektetések szórását is méri, ami $\frac{E_0 - r}{\sqrt{fr^2 - 2dr + e}}$, a kockázati prémium pedig $E_0 - r$, amikor az elvárt hozam E_0 . Ezért az 1. ábrán az érintési pont-hoz tartozó Sharpe-hányados:

$$(E_0 - r) : \frac{E_0 - r}{\sqrt{fr^2 - 2dr + e}} = \sqrt{fr^2 - 2dr + e} \quad (5a)$$

(az r pontnál a lineáris egyenes és a vízszintes tengely által bezárt szög kotangense).

A kapott eredmény egyik érdekessége, hogy a Sharpe-hányados az elvárt hozamszinttől független, továbbá a kockázat nélküli kamatláb függvényében konvex. Vegyük

ésre továbbá, hogy a négyzetgyök alatti függvény formája r -ben azonos a (2a) kifejezés számlálójával, a Sharpe-hányados alakulása tehát azonos a kockázatos befektetések hatékony felületével, a kettő egy konstanssal [az $(ef - d^2)$ reciprokéval] szorozva egyenlővé tehető. Mindkét függvény minimumpontja az $E = d/f$, illetve $r = d/f$ pontban van. E pontig a parabola csökkenő, utána növekvő. A kockázatos papírokkal kapcsolatos (2a) függvénynek azonban csak a $d/f \leq E$ hozamokhoz tartozó (növekvő) parabola ívét kell tekintenünk, hiszen a minimumponttól balra eső hozamokhoz tartozó kockázati szintekhez magasabb hozamszintek tartoznak a szemközti oldalon. A hatékony felület tehát a (2a) parabola jobb oldala, amelynek a négyzetgyökéhez húzott érintő [amelyet a (4) négyzetgyöke ír le] meredeksége E -ben növekvő lesz.

Következőképpen: amennyiben a kockázatos értékpapírok várható hozamai különbözők lesznek, a Sharpe-hányados-függvény, amely nem más, mint a (4) kifejezés négyzetgyöke meredekségének reciproka, r -ben egy monoton csökkenő konvex függvény.

A fenti eredmények (a fenti dőlt betűs megállapítás nélkül, mert az nem volt ismert) empirikus megfigyelésekre alapozott kritikája újabb Nobel-díjakat eredményezett. Fama és French (2004) tanulmánya foglalja össze a problémákat, ismertetve a Fama-French-féle (1996) háromfaktoros modelljüket. Ezek lényegi vádpontja pedig az, hogy az empirikus megfigyelések nem igazolják vissza az elméleti összefüggéseket. Markowitz (2005) válasza a kritikákra, hogy az eltérés természetes, mert a CAPM-*(Capital Asset Pricing Model)* elmélet származtatásának feltételei nem azok, amelyeket az empirikus elemzés során figyelembe vesznek. Brennan és Lo (2010) tovább erősíti e gondolatsort azzal, hogy mindazon hatékony hozam-kockázat felületek, amelyeket olyan portfóliók feszítenek ki, amelyek negatív befektetést (shortolást) tartalmaznak, lehetetlen hatékony felületek. Ugyanis az 1. ábrán is látható érintési pontban, az úgynevezett piaci portfólióban negatív hányad nem lehet, hiszen negatív kapitalizáció nem létezhet. Márpedig az empirikus eredményeket mindig a (2a), illetve a (4) függvényekhez hasonlítják, ott viszont a befektetési hányadok nem előjelkötöttek. Az (1), illetve a (3) modelleket ki kell tehát egészíteni az $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ feltételekkel, e vizsgálat eredménye pedig lehetséges hatékony felületeket ad.

A nemnegativitási feltételek kirovása újabb Nobel-díjas közgazdászt hoz a képbe. Dybvig (1984) ugyanis olyan portfólióproblémákat definiált gyakorlatilag végtelen számban, amely portfóliók hatékony hozam-kockázat felületei töréspontokat tartalmaznak. Dybvig híres portfólióproblémájának inputjai az alábbiak:

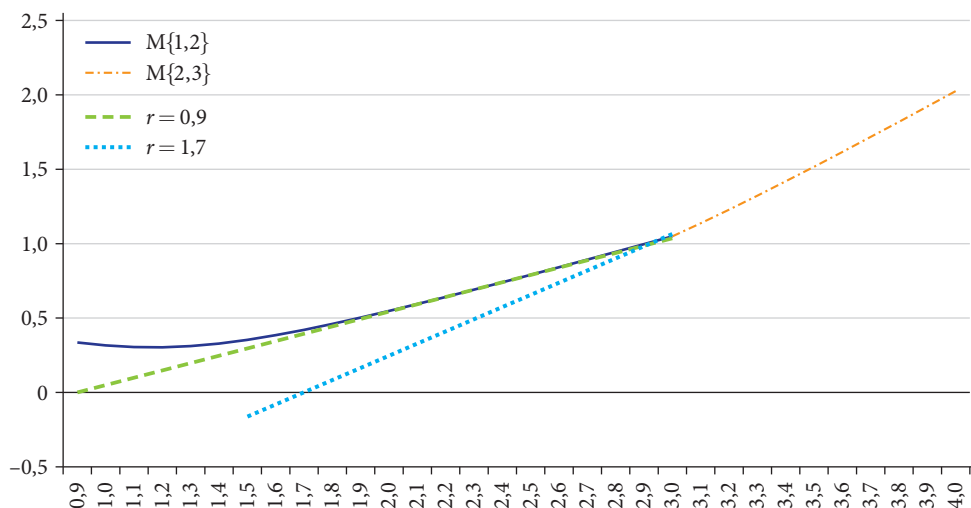
$$a' = [1, 3, 4], V = \begin{bmatrix} \partial & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \partial & 2 \\ 0 & 2 & 4 + \partial \end{bmatrix},$$

ahol ∂ egy paraméter. Tételizzük fel, hogy egy algoritmus vagy egy angyal megmondja az elérhető hozam (az $[1, 4]$ zárt intervallum) minden pontjára, hogy mely részvényekbe milyen pozitív arányban kell befektetnünk a minimális kockázat eléréseért. Jelölje M ezen pozitív változók halmazát egy adott pontban. Dybvig megmutatta, hogy ha $0 < \partial < 1/3$, akkor az $E = 4$ pontban minden pénzünket a harmadik részvénybe kell helyeznünk, amit $M\{3\}$ szimbólummal jelölünk. Azt is elárulta, hogy

amikor az elvárt hozam a $3 < E < 4$ intervallumban van, akkor a második és a harmadik részvénybe kell befektetnünk, tehát halmazunk összetétele: $M\{2,3\}$. $E=3$ -ra $M\{2\}$ halmazunk van, vagyis minden pénzünk a második részvényben van.

2. ábra

A Dybvig-probléma hatékony felülete $\partial=0,1$ -re



Megjegyzés: a függőleges tengely a szórást mint kockázati mérőszámot, a vízszintes pedig a várható hozamot méri.

A lehető legkisebb kockázatot az $E=1,16$ hozamnál érjük el, és egészen az $E=3$ hozamig az első és a második részvénybe kell fektetnünk, tehát a pozitív változók halmazát az $M\{1,2\}$ szimbólum jelzi. A hatékony felületnek az $E=3$ pontban töréspontja lesz (azaz nem differenciálható), következésképpen ezen törésponthoz sok kockázat nélküli fix kamatlábpontból húzható érintő. Ezeket foglalja össze a 2. ábra, ahol jól kivehető, hogy amikor a kockázat nélküli hozam az $1 \leq r \leq 1,78$ intervallumban van, az ezen intervallumból húzott érintők a várható hozam = 3, kockázat (szórás) = 1,1 ponton mennek keresztül. A 2. ábrán – mivel csak egy-egy pontot képeznek – nem jelöltük külön az $M\{3\}$ és az $M\{2\}$ halmazt. Az $M\{3\}$ tehát azt jelöli, hogy a portfólió egyetlen részvényből áll, a harmadikból. Ennek hozama a legnagyobb, $E=4$, azaz a hatékony felület jobb felső csúcsát foglalja el. Ha a kockázatot csökkenteni akarjuk, a második részvénybe is kell fektetnünk; ekkor portfóliónk két részvényt tartalmaz, a kettest és a hármast. Az utolsó, bal oldali szakaszt az egyes és kettes részvény teszi ki. Dybvig (1984) megmutatta, hogy ha a hatékony felületen töréspont van (nem differenciálható), akkor a portfóliót olyan részvények alkotják, amelyek várható hozama azonos. Ekkor viszont a (2a) függvény nem létezik e pontban, mert annak feltétele, hogy a portfólió olyan részvényeket tartalmazzon, amelyek hozamai különböznek. A Sharpe-hányados is érdekes formát mutat, mivel a töréspontokban ekkor $a_i = a_j = a$ minden, a portfólióban levő i -re és j -re. Könnyen ellenőrizhető, hogy ilyenkor $d = fa$, illetve $e = fa^2$. A Sharpe-hányados (jelöljük ezt SR -rel) pedig így alakul:

$$SR(r) = \sqrt{fr^2 - 2far + fa^2} = \sqrt{f} |r - a|. \quad (5b)$$

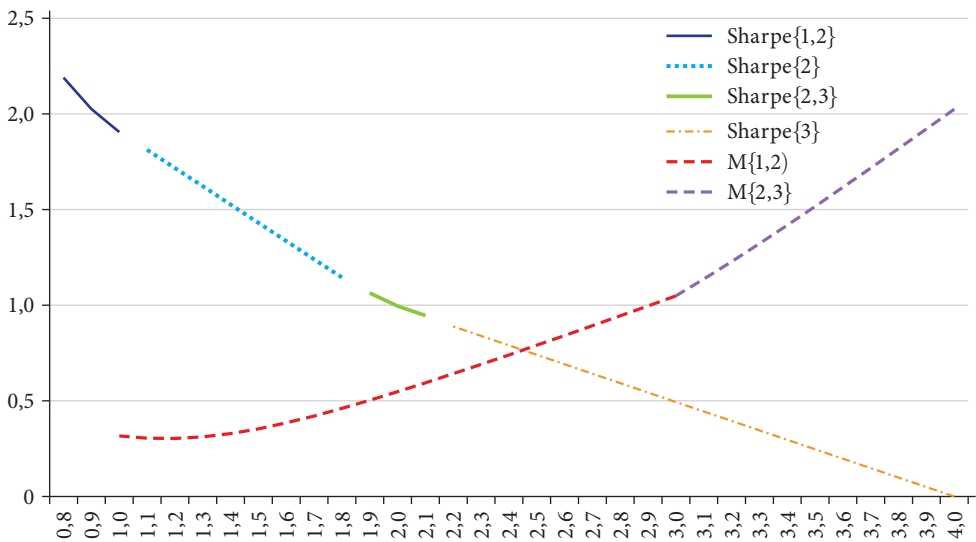
Következésképpen: a Sharpe-hányados azon pontban, ahol a hatékony felületen töréspont van, a kockázat nélküli kamatláb növekedésével lineáris arányban csökken, tekintettel arra, hogy csak az $r < a$ reláció jöhet szóba. (A 2. ábrán az r értékei az 1–1,78 sávban mozognak, vagyis mindkét érték kisebb 3-nál.)

A Dybvig-probléma $\partial = 0,1$ -re adódó megoldását foglalja össze az 1. táblázat, listázva az egyes intervallumokhoz tartozó e , f , d értékeket. Ezekből felírhatók az intervallumokhoz tartozó parabolaívek a (2a) képlet alapján, valamint a Sharpe-hányadosokat leíró függvények az (5a-b) képletek alapján.

E táblázat alapján készült a 3. ábra, amelyen a süllyedő vonal a Sharpe-hányadost reprezentálja. Mint jeleztük (és a 2. ábrán is látható), a hatékony felületnek töréspontja van az $E = 3$ pontban, és a vízszintes tengely $1 \leq r \leq 1,78$ intervallumból érintők húzhatók a kockázatos részvények hatékony felületéhez. Ezen intervallumban a Sharpe-hányadosok egy egyenesen foglalnak helyet, miként ez jól látható a 3. ábrán ezen a szakaszon.

3. ábra

A hatékony felület és a hozzá tartozó Sharpe-hányados



Megjegyzés: a függőleges tengely a szórászt mint kockázati mérőszámot, a vízszintes pedig a várható hozamot méri.

Az érdekességeknek még mindig nincs vége, ugyanis Dybvig megmutatta, hogy ha $\partial = 1/3$, akkor $E = 3$ -ban ugyanúgy a második részvénybe kell minden pénzünket fektetnünk, viszont a hatékony felületnek nem lesz töréspontja. A 4. ábra mutatja a kisimított görbéket a shortolási lehetőséggel adódó hatékony (nem lehetséges) hozamkockázat felülettel egyetemben. (Azért, hogy széthúzzuk a függvényeket, a függőleges tengelyen most a szórásnégyzetet mutatjuk.) Az ábra rávilágít egyúttal arra, hogy

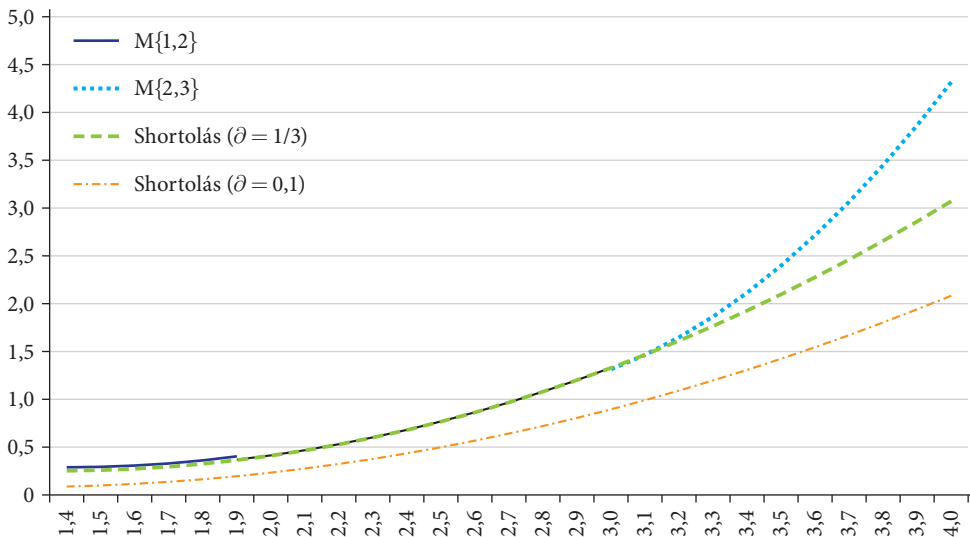
1. táblázat
A Dybvig-féle feladat megoldása $\partial=0,1$ -re és a Sharpe-hányados analitikus formája

A (3) feladathoz tartozó intervallumok r -re	Az (1) feladathoz tartozó intervallumok E -re	Az M halmazok szerkezete	e	f	d	Az (1) feladat hatékony felülete [a (2a) függvény]	A Sharpe-hányados-függvények (5a-b)
$2,05 \leq r < 4$	$E = 4$	$M\{3\}$	3,9	0,244	0,976	-	$\sqrt{0,244(4-r)}$
$1,78 \leq r < 2,05$	$3 \leq E < 4$	$M\{2,3\}$	12,75	2,35	5,29	$1,2E^2 - 5,4E + 6,5$	$\sqrt{2,35r^2 - 10,6r + 12,75}$
$1 \leq r < 1,78$	$E = 3$	$M\{2\}$	8,18	0,909	2,73	-	$\sqrt{0,909(3-r)}$
$-\infty < r < 1$	$1,16 \leq E < 3$	$M\{1,2\}$	18,8	10,909	12,73	$0,3E^2 - 0,7E + 0,5$	$\sqrt{10,91r^2 - 25,4r + 18,8}$

a shortolás/nem shortolás eredménye meglehetősen különböző; nem mindegy tehát, hogy az empirikus eredményeket mihez hasonlítjuk.

4. ábra

Hozam-szórásnégyzet hatékony felület (Dybvig-feladat shortolással, illetve a nélkül)



Megjegyzés: $M\{1,2\}$ és $M\{2,3\}$ között most nincs halmaz; egyetlen részvényt csak az $M\{3\}$ tartalmaz a jobb felső végpontban. A függőleges tengely most a szórásnégyzetet mint kockázati mérőszámot, a vízszintes pedig a várható hozamot méri.

Vörös és szerzőtársai (1999) megadták a szükséges és elégséges feltételét annak, hogy a hozam-kockázat felület mikor differenciálható, és mikor nem. Vörös és Rappai (2026) egy hatékony eljárást dolgoztak ki a lehetséges hatékony felületek előállítására, vagyis arra az esetre, amikor a befektetési változók negatív értéket nem vehetnek fel. A kidolgozott algoritmus segítségével könnyen azonosíthatók a hatékony felületek nem differenciálható pontjai, ahol a Sharpe-hányados érdekes, speciális tulajdonságot mutat.

A következő részben ismertetjük a hatékony felület tulajdonságait elemző munkákat, azt követően közreadjuk a DAX 40 hatékony felületének leírását, majd bemutatjuk a BUX hasonló elemzését. Végül összefoglaljuk a következtetéseinket.

A hatékony felület alakjával foglalkozó fontosabb szakirodalmi források

Az átlaghozam-variancia vagy a hozam-kockázat elemzése a modern portfólióelmélet egyik legtöbbet alkalmazott területe, amely azon a feltételezésen alapul, hogy a befektetők teljes körű információ birtokában racionális befektetési döntéseket hoznak. Az elemzés során a befektetők azt mérlegelik, hogy mennyi kockázatot

hajlandók vállalni különböző szintű hozamokért cserébe. A probléma felfogható akár két célfüggvényes döntési problémának is (Steuer, 1986). Fama és MacBeth (1973) óta szinte közmegegyezés, hogy az átlagos piaci kockázatot a piaci portfóliót reprezentáló tőzsdeindexből számított hozam varianciájával (vagy annak gyökével, tehát szórásával) közelítjük. A portfólióelemzés alapfeladata, hogy meghatározza az adott befektetési lehetőségekből képezhető portfóliók hatékony hozam-kockázat felületét. Az előző fejezetben említett források és témák mellett elsőként említjük a Sharpe (1964), Lintner (1965) és Mossin (1966) által kidolgozott, már említett tőkepiaci árfolyamok elméletét (*capital asset pricing model*, CAPM), továbbá a Ross (1976) tanulmányában bemutatott arbitrázsértékelés-elméletet (*arbitrage pricing theory*, APT), amely tanulmányok középpontjában a Sharpe-hányados és a portfólió b együtthatójának értelmezése és becslése áll. Számos pénzügyi alkalmazásban, például az eszközárzásban, a portfólióválasztásban vagy a kockázatkezelésben a piaci b , valamint a Sharpe-hányados szerepe mindig is kiemelkedő volt. A kritikus pénzügyi mutatók használata egyrészt – elméleti oldalról – feltételezi a hatékony felületek tulajdonságainak alapos ismeretét, másrészt szükségessé teszi a kapott elméleti eredmények empirikus tesztelését.

A lehetséges portfóliókból képzett hatékony határfelület alakja komoly kihívások elé állítja a kutatókat. Zhang és Nie (2005) a kockázatos eszközökre vonatkozó hatékony és megvalósítható portfólió meghatározásának problémáját tárgyalta úgy, hogy figyelembe vette a befektetési eszközök részarányára vonatkozó nemnegativitási korlátozásokat. Zhang és Wang (2008) ezt az elemzést kiterjesztette olyan esetekre is, amikor hitelfelvétel is megengedett. Qi és szerzőtársai (2009) az átlaghozam-variancia hatékony határának pontosított ábrázolását adja, megjegyezve, hogy a hatékony határ a legtöbb esetben nem olyan sima, mint ahogyan azt az osztálytermekben ábrázolják. Valójában ha a negatív súlyok nem megengedettek, a lehetséges határ soha nem differenciálható, mert a maximális elérhető várható hozam diszkrét pontban végződik. De, mint a bevezetőben felfedtük, a probléma még ennél is több meglepetést tartogat: Dybvig (1984) azt találta, hogy a standard portfólió esetében, shortolást nem megengedve, ha a kockázatos papírok hatékony felületén van töréspont (2. ábra), akkor az ezt meghatározó portfólióba tartozó értékpapíroknak ugyanaz a várható hozama, de ennek az állításnak a fordítottja nem biztosan igaz. Töréspont esetén végtelen sok kockázat nélküli kamatpontból húzható érintő a piaci portfólióhoz, és a teljes CAPM-elmélet megbillen, alkalmazása nagyobb figyelmet igényel. Vörös és szerzőtársai (1999) megadták a differenciálhatóság szükséges és elégséges feltételét, vagyis tisztázták: ha a portfólióban levő papírok átlaghozama azonos, a hatékony felületnek mikor van, és mikor nincs töréspontja. Mint fentebb megmutattuk, a Sharpe-hányados viselkedését e tényező lényegesen befolyásolja. Kernstens és szerzőtársai (2012) empirikusan szemléltetik, hogy az irányvektor megválasztása miként befolyásolja a hatékony hozam-variancia portfóliók relatív rangsorát, színes térképeket is szolgáltatva a 78 eszközt tartalmazó pénzügyi univerzumukra. Guijarro (2018) egy újszerű hasonlósági mérőszámot vezet be, amely a lehetséges és a nem lehetséges portfóliókat hasonlítja össze. Később Guijarro és Tsinasladinis (2021) további megkötéseket vezettek be az eszközökbe befektetendő összegek maximális és minimális

nagyására. A heurisztikus algoritmust és a kvadratikus programozást együttesen alkalmazva egy új eljárást dolgoztak ki. Steuer és társai (2024) egy új eljárást mutattak be a hatékony felület előállítására, amikor a portfóliókra kardinalitási feltételeket vezettek be. A korrelációs mátrix apró perturbációjával lehetőség nyílik meglehetősen nagy méretű portfóliók esetén is a hatékony felület előállítására.

A kockázatosított érték (*value-at-risk, VaR*) fogalmának bevonása a portfólióelemzésbe új kutatási irányokat hozott létre. Ez ugyanis tovább növelte a figyelembe veendő korlátok számát, növelve a számítási nehézségeket, de ezek az új modellek számításba veszik a leértékelődési kockázatot is (Duffie & Pan, 1997). Mivel ezen modellek eltekintenek a *VaR* feletti veszteségektől, Rockafellar és Uryasev (2000) bevezette a feltételes kockázatosított érték fogalmát (*C-VaR*), amelyet később kiterjesztettek általános veszteségeloszlásokra is (Rockafellar & Uryasev, 2002). Cesarone és szerzőtársai (2023) a klasszikus várható hozam-kockázat modellhez olyan *VaR*-feltételt adnak, amely figyelembe veszi a szabályozói elvárásokat. Ezek eredménye általában még bonyolultabb, kevert egész értékű matematikai programozási feladat, amelyet általánosan ismert szoftvercsomagokkal (Gurobi, GAMS, genetikusan algoritmusok) oldanak meg.

Bár amikor a tantermekbe lépünk, ösztönösen egy folytonos, jól viselkedő görbével jellemezzük a haszon és a kockázat közötti összefüggést, valós portfóliók (FTSE 100, Euro Stoxx 50, DAX 40) hatékony várható hozam-kockázat összefüggését leíró függvényt senki sem látott. További célfüggvényt adva a portfólióproblémához, Qi és szerzőtársai (2017) egy olyan formulát fogalmaztak meg, amelynek segítségével meghatározták a hatékony felületet, de előjelkötetlenül. Bodnar és szerzőtársai (2017) meghatározták a hatékony felület globális minimumpontját, de szintén előjelkötetlenül. Még ez előtt, Bodnar és Gupta (2015) foglalkoztak a hozamokra jellemző aszimmetriával, és megmutatták, hogy ennek jelentős hatása lehet a globális minimális kockázatú portfólió szerkezetére. Amikor a minimális kockázattal járó portfólió analitikus formáját Qi és Steuer (2020) meghatározta, a célfüggvények száma akár a hármast is felülmúlta. De Qi és Steuer (2025) még tovább folytatták a hatékony felület explicit analitikus formáinak meghatározását: analitikus formákat határoztak meg olyan portfólióproblémákra, amelyek esetében az elérendő célokat több kvadratikus függvény írja elő.

A klasszikus portfólióprobléma hatékony felületet előállító analitikus formájának meghatározására Vörös és Rappai (2026) dolgoztak ki algoritmusokat, amelyek leírják a várható hozam alakulásának függvényében a minimális kockázatot biztosító lehetséges portfóliók szerkezetét és a felület explicit formáját. Ezek segítségével lehetővé válik a Sharpe-hányados-függvény meghatározása, amelynek formáját a bevezetőben tárgyaltak szerint a felület differenciálhatósága nagyban befolyásolja. Nemrégiben Qi és szerzőtársai (2024) is foglalkoztak a hatékony felület differenciálhatóságával, és a nemdifferenciálhatóság intenzitását százalékokban határozták meg. A következőkben a DAX 40 portfólió szerkezetét tárjuk fel különböző időintervallumokra, amelyekre külön-külön meghatározzuk a Sharpe-indexeket. Hasonló számításaink vannak a FTSE 100, valamint az Euro Stoxx 50 portfólióra is, de a hatalmas adatigény miatt csak a DAX 40-et mutatjuk be részletesen. Természetesen az érdeklődő olvasók számára szívesen megküldünk minden további információt.

A DAX 40

A Sharpe-hányadost leíró (5a-b) függvények meghatározhatóságának első feltétele a várható hozam és kockázat kapcsolatát meghatározó hatékony felület meghatározása, amely két előnnyel jár: egyrészt megismerjük, hogy a hatékony felület mely intervallumokban differenciálható (vagyis nem tartalmaz töréspontot), és ekkor az (5a) összefüggés használható, valamint az is ismertté válik, hogy mely r szakaszok tartoznak nem differenciálható pontokhoz, amelyekhez az (5b) formula használható. Mind a kizárólag kockázatos befektetéseket tartalmazó felület, mind a Sharpe-index formáit leíró függvények kulcsinputjai az e , f , d paraméterek, amelyek mindig változnak, amikor a portfólióban pozitív részaránnyal rendelkező részvények halmaza megváltozik. Az első halmaz mindig könnyen meghatározható: ez a legnagyobb várható hozammal bíró részvényből áll (tegyük fel, ennek kiválasztása egyértelmű), amikor is a teljes befektetendő összegért ezt a részvényt vásároljuk. Ha kockázatunkat csökkenteni szeretnénk, akkor más részvénybe is kell fektetnünk, és így tovább. Hogy mi ezen halmazok sorozata, amely megmutatja az optimális portfólió összetételét, annak meghatározására a Vörös és szerzőtársai (1999), Vörös és Rappai (2026) tanulmányokban leírt algoritmust, illetve szoftvereket hívjuk segítségül. Most – az irodalomban elsőként – a DAX 40 portfólióhoz tartozó hatékony felületet és a Sharpe-hányados-függvényt adjuk közre.

Miként közismert, a DAX 40 a legnevesebb 40 német vállalatnak a frankfurti tőzsdén forgalmazott részvényeiből álló portfólió. 2015. január 1-től napjainkig gyűjtöttük ezen részvények havi árfolyamadatait, amelyeket a Deutsche Börse biztosít. Az árfolyamadatokról származtattuk a havi hozamadatokat, majd ezekből a kovarianciamátrixot. Megfigyeltük továbbá ezen 40 vállalat piaci kapitalizációs értékeit is, amiből a portfólió összetételére következettünk. Az átlaghozamokat, az elnevezéseket, továbbá a kapitalizációs adatokat a *függelék F1. táblázata* foglalja össze. (Nagy mérete miatt a kovarianciamátrixot nem közöljük, de igény esetén a kedves olvasó rendelkezésére bocsátjuk.) A 2015 és 2024 közötti hónapokra vonatkozó analízisünket a 2. táblázat foglalja össze, amely a hatékony felületet kifesztítő portfóliók összetételét írja le. A táblázat szerint, aki a legnagyobb (optimális) kockázatot vállalja, annak a Sartoriusba (jelölése SRT3) kell fektetnie minden pénzét, és ha a jövő úgy viselkedik, mint a múlt, akkor havi átlaghozama 2,8 (évi csaknem közel 34!) százalék lesz. Ha kockázatát csökkenteni szeretné, akkor Rheinmetall-részvényeket is vásárolnia kell (jelölése RHM) – végül is a fegyver- és a gyógyszeripar nem rossz kombináció. Ekkor a hatékony felületet, azaz az E várható hozam függvényében a minimális kockázatot (amelyet most a hozam szórásnégyzete mér) az $1286,2E^2 - 67,57E + 0,892$ parabolaív határozza meg. De csak a $0,0265 \leq E < 0,0284$ intervallumban, mert az $E < 0,0265$ pontokban újabb részvénybe, a HNR-be (Hannover Rück – egy pénzügyi szolgáltató) kell pénzt helyezni, hogy kockázatunk tovább csökkenjen. Ezek kisebb kockázatot jelentenek, mint ha minden pénzünk csak a Sartoriusban lenne, amikor is a kockázati szint 0,0106 (az SRT3 hozamának szórásnégyzete, amelyet a kovarianciamátrix ad meg). Az $E = 0,0284$ pontban a hatékony felület nem differenciálható, és a $0,02462 < r < 0,0284$ kockázat nélküli hozamokra a Sharpe-hányados-függvény

(csökkenő) lineáris lesz. Formája [lásd (5b) összefüggés], a 2. táblázat utolsó sorából származó f értékkel:

$$SR(r) = \sqrt{f} |r - a| = \sqrt{94,3} (0,0284 - r).$$

A következő Sharpe-index-intervallum a 2. táblázat utolsó előtti sorából: $0,009607 < r < 0,02462$, amelyre az (5a) képlet felhasználásával adódó Sharpe-hányados-függvény az alábbi:

$$SR(r) = \sqrt{fr^2 - 2dr + e} = \sqrt{218,24r^2 - 11,4r + 0,1514},$$

és a többi intervallumra is hasonló módon, a 2. táblázatból az e, f, d értékek felhasználásával határozhatjuk meg a Sharpe-hányados-függvény adott szakaszának analitikus formáját.

A függelék F1. táblázatában közölt kapitalizációs értékek alapján jellemezhetjük a DAX 40 teljesítményét a 2015 és 2024 közötti időszakra, megállapítva annak várható hozamát és kockázati szintjét. A DAX 40 hozamát az abban jelenleg szereplő részvényekkel határoztuk meg, méghozzá úgy, hogy az F1. táblázatban látható hozamokat súlyoztuk a kapitalizációs százalékokkal. Pontosabban, az i -edik részvény aránya egy adott időpontban: $x_i = \frac{q_i p_i}{\sum_{j=1}^{40} q_j p_j}$, ahol q_j a j -edik részvény darabszáma, p_j pedig az

ára a megfigyelt időpontban. (Ezen x_i -értékeket lásd az F1. táblázatban). A DAX 40 várható hozama adott időpontban: $\sum_{i=1}^{40} a_i x_i$, szórásnégyzete pedig $\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{40} v_{ij} x_i x_j$. Így a 2015. január 1. és 2024. december 31. közötti adatok alapján számolva az átlaghozamot, valamint a 2025. január 1-i kapitalizációs adatokat tekintve, a DAX 40 várható havi hozama 0,006624. A kockázati szint, azaz a szórásnégyzet megismeréséhez a kovarianciamátrixot tehát mind jobbról, mind balról megszoroztuk a kapitalizációs százalékokkal. A kapott kockázati érték: 0,002386. Az 5. ábrán megjelöltük a DAX 40-nek a teljesítményét, amely pontból kiindulva és párhuzamost húzva a vízszintes tengellyel, megnéztük, milyen hozamszintnél metsz bele a hatékony felületbe. Közgazdasági nyelven megfogalmazva azt nézzük meg, hogy a DAX 40 jelenlegi kapitalizációja alapján, ugyanakkora kockázatot vállalva, mennyi hozamot érhetnénk el optimális befektetéssel. Az eredmény meglepő, hiszen azt látjuk, hogy a vízszintes vonalunk az $E = 0,024$ hozamszinten metszi a hatékony felületet, vagyis a metszéspontnak megfelelő befektetés azonos volatilitás mellett több mint háromszoros hozamot ígér. A 2. táblázatot elemezve azt látjuk, hogy az $E = 0,024$ hozamszint az M_4 hozamintervallumába esik, és e portfólióban négy részvény aránya pozitív. A (2b) képlet felhasználásával adódik az optimális befektetési struktúra százaléokban: $X_{SRT3} = 37,89$, $X_{RHM} = 30,03$, $X_{HNR} = 18,63$, $X_{MRK} = 13,45$.

Kifejelesztett szoftverünk lehetővé teszi, hogy az adatbankban tetszőleges intervallumokat jelöljünk ki. Talán meglepetést okoz néhány kijelölt intervallum teljesítménye, ezért ezen intervallumok Sharpe-hányados-függvényeit hasonlítjuk össze. A 3. táblázat a 2022. február 1. és 2024. december 31. közötti adatokkal mutatja be a hatékony portfóliók szerkezetének alakulását, amiből kitűnik, hogy ezen kétéves időszak különösen magas hozamot biztosított a Rheinmetall-részvények tulajdonosainak. A táblázat még

2. táblázat

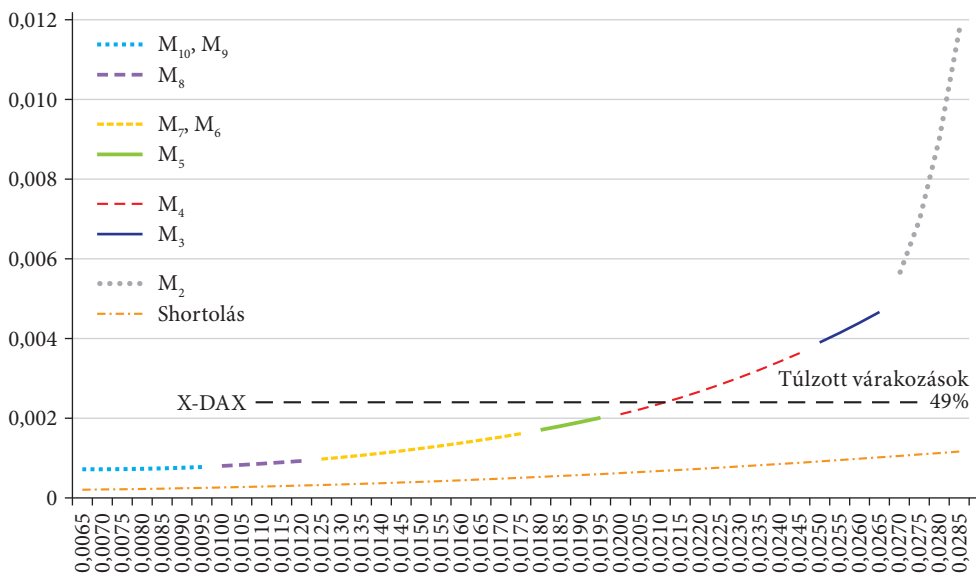
A hatékony portfóliók szerkezete és a hatékony felületet leíró függvény

Kockázat nélküli havi kamat- intervallumok (r)	A megfelelő havi (és évi) hozam- intervallumok	A hatékony felületet meghatározó részvények	e	f	d	A hatékony felületet meghatározó $V_R^{DAX}(E)$ függvény
$-\infty < r \leq$ $\leq -0,2878$	$[0,0065, 0,00687]$ $([7,8,8,24])$	$M_{10} = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf, Qiagen, Daimler Truck, SiemHealth, Symrise, DTele}\}$	0,212677	1394,82	9,059072	$6,5E^2 - 0,0844E +$ $+ 0,000991$
$-0,2878 \leq r \leq$ $\leq -0,02846$	$[0,00687, 0,0094]$ $([8,24,11,28])$	$M_9 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf, Qiagen, Daimler Truck, SiemHealth, Symrise}\}$	0,201845	1394,69	9,096708	$7,0169E^2 - 0,0915E +$ $+ 0,001016$
$-0,02846 \leq r \leq$ $\leq -0,01243$	$[0,0094, 0,01173]$ $([11,28,14,07])$	$M_8 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf, Qiagen, Daimler Truck, SiemHealth}\}$	0,195625	1387,01	9,315276	$7,515E^2 - 0,101E +$ $+ 0,00106$
$-0,01243 \leq r \leq$ $\leq -0,00192$	$[0,01173, 0,0169]$ $([14,07,20,7])$	$M_7 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf, Qiagen, Daimler Truck}\}$	0,19211	1364,257	9,598045	$8,0267E^2 - 0,113E +$ $+ 0,001131$
$-0,00192 \leq r \leq$ $\leq -0,00172$	$[0,0169, 0,01733]$ $([20,7,20,8])$	$M_6 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf, Qiagen}\}$	0,190696	980,175	10,33505	$12,236E^2 - 0,258E +$ $+ 0,00238$
$-0,00172 \leq r \leq$ $\leq 0,001482$	$[0,01733, 0,0194]$ $([20,8,23,3])$	$M_5 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck, Beiersdorf}\}$	0,190563	935,3072	10,41232	$13,396E^2 - 0,298E +$ $+ 0,00273$
$0,001482 \leq r \leq$ $\leq 0,007871$	$[0,0194, 0,0245]$ $([23,3,29,4])$	$M_4 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück, Merck}\}$	0,190071	711,1681	10,08004	$21,22E^2 - 0,603E +$ $+ 0,00567$
$0,007871 \leq r \leq$ $\leq 0,009607$	$[0,0245, 0,0265]$ $([29,4,31,77])$	$M_3 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall, HannRück}\}$	0,176221	487,6099	8,32044	$29,203E^2 - 0,996E +$ $+ 0,01055$
$0,009607 \leq r \leq$ $\leq 0,02462$	$[0,0265, 0,0284]$ $([31,77,34])$	$M_2 = \{\text{Sartorius, Rheinmetall}\}$	0,151361	218,2433	5,732706	$1286,2E^2 - 67,57E +$ $+ 0,892$
$0,02462 \leq r < 0,0284$	$[0,0284] \text{ } ([34])$	$M_1 = \{\text{Sartorius}\}$	0,0761	94,3	2,68	0,0106

Megjegyzés: 2015. január 1. és 2024. január 1. közötti adatok alapján, nem pozitív hozamú részvények nélkül.

5. ábra

A DAX 40 hatékony felülete, shortolással, 2015–2024



Megjegyzés: a vízszintes tengelyen a havi hozamok, a függőleges tengelyen pedig a szórásnégyzet szerepel.

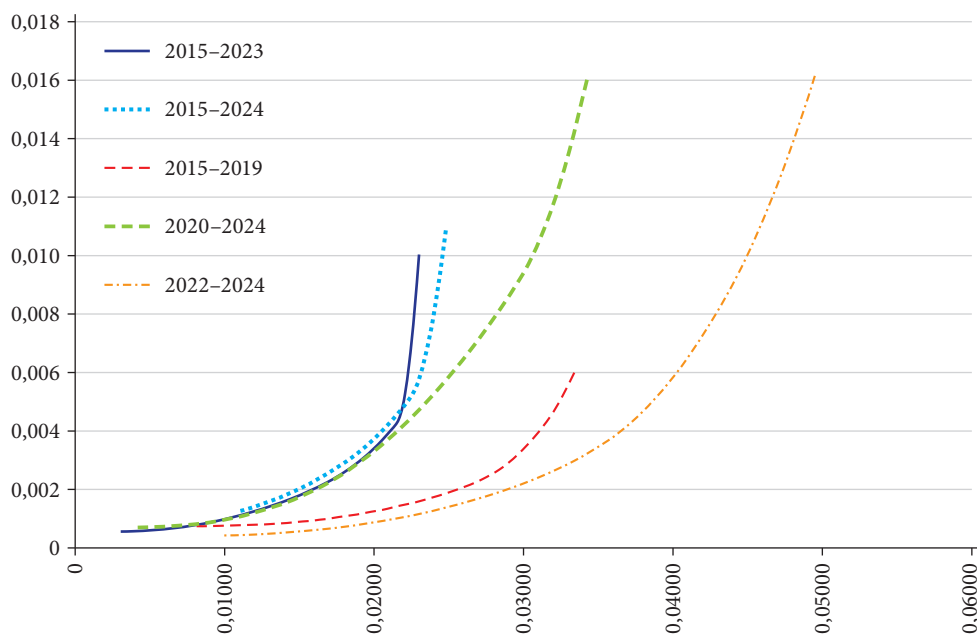
többet árul el magáról, amikor további időszakokat veszünk elemzés alá, és ezen időszakok hatékony felületeit egy ábrában mutatjuk be. A 6. ábra öt időintervallumhoz tartozó különböző hatékony felületeket rajzol fel, és figyelemre méltó, hogy a háborús időszakot (2022. február – 2024. december) jellemző hatékony felület minden pontja felülmúlja a békés időszakbelieket (vagyis a 2015 és 2019 közötti évek adatait). A háborús időszakban abszolút mértékben is nagyobb hozamokat lehetett elérni. Mint említettük, ezen időszakban a Rheinmetall havi hozama súrolja a 0,05-öt, vagyis az évi átlagos 60 százalékot, míg a 2015–2024-es adatokkal ez „mindössze” 30 százalék volt. Másrészt a háborús időszak hatékony felülete nem metszi sehol még a békés időszak hatékony felületét sem, ami az előbbi felett helyezkedik el. Másként fogalmazva: bármilyen elvárt hozamszint mellett a háborús időszak kevésbé kockázatos a tőzsdén.

A 2. és a 3. táblázatban szereplő e , f , d értékek felhasználásával fel tudjuk írni a Sharpe-hányados-függvényt. A 2015–2024 közötti időintervallumhoz tartozó Sharpe-hányados-függvény két első elemét az előzőkben már meghatároztuk. Hasonlóan járunk el a többi rész előállításánál is. A 7. ábra hasonlítja össze a $[0,01, 0,05]$ kockázatos hozamintervallumokra a 2015–2024, illetve a 2022. február 1. – 2024. december 31. közötti időszakokra vonatkozó Sharpe-hányados-függvényeket.

A 7. ábra vonalai mutatják a DAX 40 részvényekből alkotott piaci portfóliókhoz tartozó Sharpe-hányadosokat, amelyek a kockázat nélküli hozam változásával függvényt alkotnak, így az index dinamikus alakulását követhetjük nyomon. Az ábra vízszintes tengelye a kockázat nélküli hozamokat (kamatlábakat) méri, a függőleges tengely pedig az e kamatlábakhoz tartozó piaci portfólió Sharpe-hányadosát mutatja.

6. ábra

A DAX 40 hatékony felületei különböző időintervallumokban



Megjegyzés: az évek a január 1-i értéket jelzik, a vízszintes tengely a várható hozamot, a függőleges a szórásnégyzetet méri.

A 2022–2024-es háborús időszakra vonatkozó Sharpe-hányadosok minden kamatszinten felülmúlják a 2015 és 2024 közötti időszak adatait. A DAX esetében releváns 10 éves futamidejű állampapírok átlaghozama a 2022. február és 2024. december közötti időszakban 2,05 százalék volt, azaz a havi hozam 0,00171-nek felel meg, és az ehhez tartozó Sharpe-hányados a 7. ábra szerint 0,62. Tekintsük most a 2015 januárja 2024 decembere közötti időszakot: ekkor az állampapírok 10 éves átlaghozama évi 0,64 százalék volt, vagyis a 7. ábra alapján az $r = 0,0064/12 = 0,00053$ havi hozamhoz 0,425 Sharpe-hányados tartozik. A Sharpe-hányados tehát a háborús időszakban mintegy 50 százalékkal nagyobb.

Az 5. ábra magyarázatát kiegészítjük még azzal, hogy az ábra rávilágít a gazdasági modellezők és az ökonometerek közötti gyakori vitára. Bízvást állíthatjuk például, hogy ábránk az első az irodalomban, amely a DAX 40 részvények lehetséges hatékony felületét ábrázolja. A legelső vonalunk a shortolással adódó hatékony piaci portfóliók felülete, amely tele van negatív befektetésekkel. Ezek Brennan és Lo (2010) szerint így nem lehetséges piaci portfóliókat tartalmaznak. Mint ábránk is mutatja, ugyanolyan kockázati szinten a shortolás mesés, 49 százalékos tőzsdei hozamokat ígér, csak hogy ezek nem lehetségesek a valóságban. Nem kell ezért csodálkozni, hogy az empirikus megfigyelések sem igazolják vissza ezeket a hozamokat. E szempontból érdekes lesz a következő vizsgálatunk, amely azt mutatja, hogy shortolással sem lehet magasabb hozamokat elérni adott körülmények között.

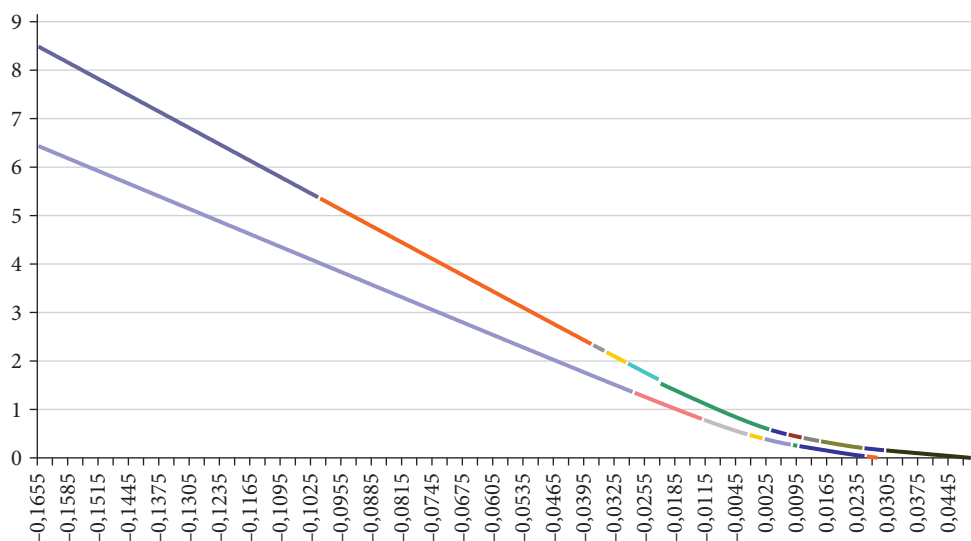
3. táblázat
A DAX 40 optimális szerkezete a 2022. február 1. – 2024. december 31. közötti időszak adatai alapján

Kockázat nélküli havi kamatintervallumok (r)		A megfelelő havi hozamintervallumok (E)		A hatékony felületet meghatározó részvények	e	f	d	A hatékony felületet meghatározó analitikus forma – $V_R^{DAX}(E)$ függvény		
		-ig	-tól							
-tól	-ig	-ig	-tól					a	b	c
0,02979	0,04950	0,04950	0,04950	$M_1 = \{RHM\}$	0,1516	61,8939	3,0636	0,0000	0,0000	0,0162
0,02462	0,02979	0,02979	0,04362	M_2 ; CBK	0,2639	188,3705	6,8318	61,9829	-4,4960	0,0868
0,01445	0,02462	0,02462	0,03575	M_3 ; SAP	0,3617	349,7253	10,8037	35,8018	-2,2120	0,0370
0,01030	0,01445	0,01445	0,03288	M_4 ; MUV2	0,3988	527,6004	13,3748	16,7250	-0,8480	0,0126
0,00690	0,01030	0,01030	0,03016	M_5 ; DTE	0,4191	719,0147	15,3459	10,9153	-0,4659	0,0064
0,00354	0,00690	0,00690	0,02473	M_6 ; BEI	0,4575	1524,9625	20,9036	5,8504	-0,1604	0,0018
0,00283	0,00354	0,00354	0,02394	M_7 ; DB1	0,4586	1615,8262	21,2255	5,5621	-0,1461	0,0016
-0,00225	0,00283	0,00283	0,01941	M_8 ; HNR1	0,4609	1898,5376	22,0270	4,8704	-0,1130	0,0012
-0,03027	-0,00225	-0,00225	0,01171	M_9 ; QIA	0,4634	2402,6403	20,8938	3,5495	-0,0617	0,0007
-0,03539	-0,03027	-0,03027	0,01137	M_{10} ; MUV2 $\rightarrow$	0,4573	2395,8982	21,0978	3,6837	-0,0649	0,0007
-0,03808	-0,03539	-0,03539	0,01124	M_{11} ; SAP $\rightarrow$	0,4321	2375,8298	21,8080	4,3114	-0,0792	0,0008
-0,10103	-0,03808	-0,03808	0,01055	M_{12} ; RHM $\rightarrow$	0,3714	2333,9745	23,4018	7,3106	-0,1466	0,0012
-0,16796	-0,10103	-0,10103	0,01030	M_{13} ; XICOV	0,4025	2337,0162	23,0945	5,7387	-0,1134	0,0010
$-\infty$	-0,16796	-0,16796	0,00990	M_{14} ; DB1 $\rightarrow$	0,3760	2336,0762	23,2524	6,9197	-0,1378	0,0011

Megjegyzés: az M_2 ; CBK leírás azt jelöli, hogy az M_1 halmazba belépett a CBK részvény, és létrejött az M_2 halmaz, így abban már két részvény aránya pozitív. Az M_{10} ; MUV2 $\rightarrow$ arra utal, hogy az M_9 halmazból kilépett az MUV2 részvény (eggyel csökkent a pozitív arányú részvények száma).

7. ábra

A DAX Sharpe-hányados-függvényei



Megjegyzés: a felső vonal a 2022. február 1. és 2024. december 31., az alsó pedig a 2015. január 1. és 2024. december 31. közötti időszakot jellemzi. A vízszintes tengelyen a havi kockázatmentes hozamok, a függőleges tengelyen pedig a Sharpe-hányadosok szerepelnek.

A BUX 5

A BUX 5 kosárba¹ a MOL, a Magyar Telekom, az Opus, az OTP és a Richter részvényeit helyeztük – ezek együtt a Budapesti Értéktőzsde piaci kapitalizációjának megközelítőleg 95 százalékát teszik ki. Mivel a kovarianciamátrixunk így csak 5×5 -ös, közlésük nem sok teret igényel. A *függelék F2. a) és b) táblázatában* találjuk a kapitalizációs részarányokat, a várható hozamokat és a kovarianciamátrixot.

Mivel az elmúlt tíz évben az Opus rendelkezett a legnagyobb átlagos hozammal, az M_1 halmazba ez a részvény kerül, természetesen az összes hatékony piaci portfólió közül a legnagyobb kockázattal. Ha kevesebb kockázatot akarunk vállalni, akkor – a Vörös és Rappai (2026) tanulmányában közölt algoritmust alkalmazva – OTP-részvényeket is vásárolni kell. A hatékony befektetések felületét és azok szerkezetét leíró 4. táblázat alapján a Telekom, majd a Richter és végül a MOL következik, de az elérhető minimális kockázat eléréséhez az OTP már nem kell, és természetesen a portfólió hozama is kisebb lesz. A táblázat utolsó sora szerint a minimális (a rendszerben meglevő, nem kiküszöbölhető) kockázat az $E = 0,0094 (= d/f)$ hozamszinten jelenik meg, a hozzá tartozó minimális kockázati szint pedig 0,00191 (a szórásnégyzet). E táblázat alapján

¹ A fentiekhez hasonló vizsgálatot végeztünk az Euro Stoxx 50 és az FTSE 100 kosarakkal kapcsolatban is. A nagy adat- és elemzési volumen miatt ezek közzétételére itt nincsen hely, viszont az érdeklődő olvasók számára szívesen elküldjük az eredményeket.

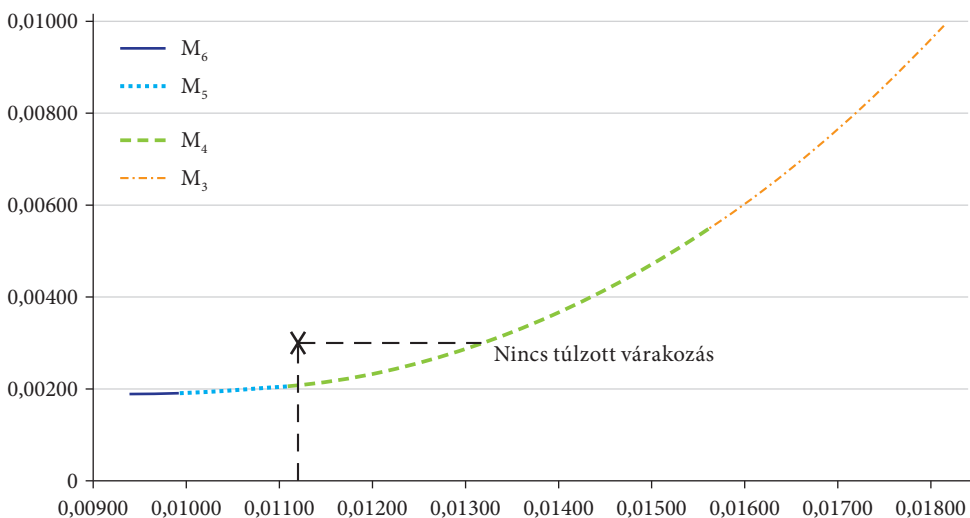
készült a 8. ábra, de a jobb áttekinthetőség kedvéért csak az $E = 0,01815$ hozamszintig, vagyis az M_3 halmaz végpontjáig mutatjuk be az értékeket. Az analízis érdekessége, hogy a $0,0093 < E < 0,01108$ hozamintervallumban mind az öt részvény aránya pozitív a portfólióban, tehát a hatékony felület shortolás nélkül is tartalmazza az öt részvényt. Mivel a shortolás megengedésével nyert (lehetetlennek nevezett) hatékony felület mindig öt részvényt tartalmaz, nincs tehát különbség a lehetséges, illetve a lehetetlen hatékony portfóliók között az M_5 halmaz által meghatározott intervallum felett. Sőt az M_5 halmaz előtt és után következő halmazok hatékony felületét összevetve az előjelkövetlen esettel, a két hatékony felület szinte egybeesik, a különbség nem is ábrázolható. Így nem alakulnak ki túlzott várakozások a pénzügyi piac teljesítményével szemben.

A piaci kapitalizációs adatokat használva meghatározható a BUX 5 teljesítménye: várható hozama 0,0112, és a hozzá tartozó szórásnégyzet 0,003. E kockázati szintet kivétítve a 8. ábrán az látható, hogy a hatékony felület e kockázati szintet az $E = 0,0137$ hozamszintnél éri el, vagyis nagyobb kockázat vállalása nélkül éves szinten a hozam 3 százalékponttal² lenne növelhető. Az M_4 halmaz által meghatározott részvények adják e teljesítményt, a (2b) képlet alapján pedig a százalékos összetétel is meghatározható: $x_{Opus} = 14,3$, $x_{OTP} = 29,6$, $x_{Richter} = 15,4$, $x_{MTele} = 40,7$.

A BUX 5 portfólió piaci teljesítménye tehát meglepően jó, hiszen a DAX esetében a különbség többszörös volt. Továbbá a BUX 5 esetében (az Opust tartalmazó szakasz kivételével) szinte nincs különbség a hatékony felületek között shortolással vagy a nélkül, ellentétben a DAX-szal, ahol a két hatékony felület között, különösen a magas hozamok régiójában, jelentős a különbség.

8. ábra

A BUX 5 hatékony felülete BUX 5-teljesítménnyel, 2015–2024



Megjegyzés: a vízszintes tengelyen a havi hozamok, a függőleges tengelyen pedig a szórásnégyzet szerepel.

² $(0,0137 - 0,0112) \cdot 12 = 0,03$.

4. táblázat
A BUX 5 hatékony felületének analitikus formája és szerkezete, 2015–2024

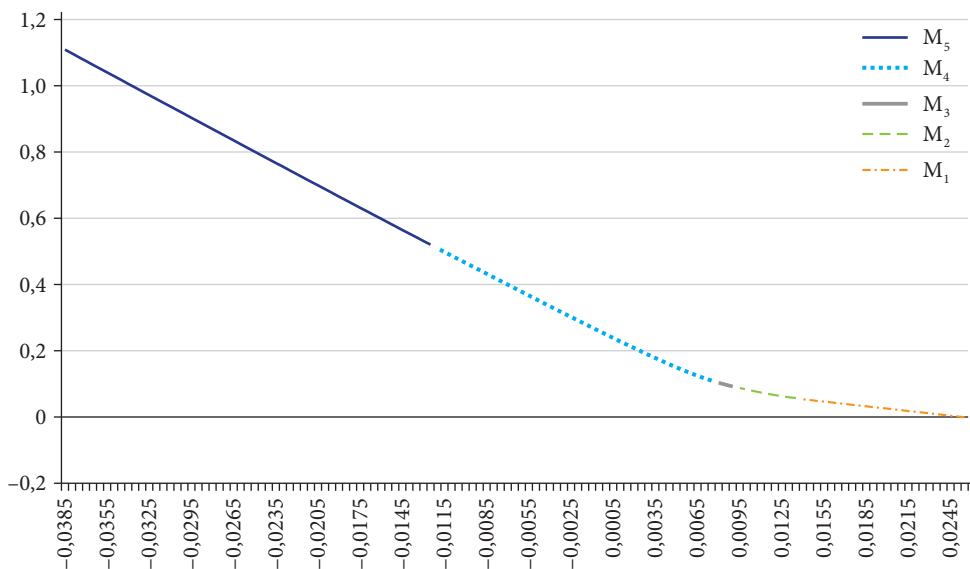
Kockázat nélküli havi kamatintervallumok (r)		A megfelelő havi hozamintervallumok (E)		A hatékony felület meghatározó részvények	e	f	d	A hatékony felület meghatározó analitikus forma – $V_R^{BUX}(E)$ függvény		
-tól	-ig	-tól	-ig					a	b	c
0,01348	0,02534	0,02534	0,02534	$M_1 = \{\text{OPUS}\}$	0,0143	22,2472	0,5637	0,0000	0,0000	0,0449
0,00897	0,01348	0,01815	0,02534	$M_2; \text{OTP}$	0,0369	146,7780	2,2421	376,6369	-11,5065	0,0947
0,00741	0,00897	0,01562	0,01815	$M_3; \text{MTELEK}$	0,0545	365,1831	4,2020	162,8426	-3,7475	0,0243
-0,01228	0,00741	0,01108	0,01562	$M_4; \text{RICHTER}$	0,0620	501,4799	5,2126	128,1587	-2,6643	0,0158
-0,03855	-0,01228	0,00993	0,01108	$M_5; \text{MOL}$	0,0670	534,3989	4,8082	42,2087	-0,7595	0,0053
$-\infty$	-0,03855	0,00940	0,00993	$M_6; \text{OTP} \rightarrow$	0,0605	530,0566	4,9756	72,4943	-1,3610	0,0083

A BUX 5 hatékony felülete analitikus formájának ismeretében meghatározhatjuk a Sharpe-hányados dinamikus alakulását a kamatlábak függvényében. A 4. táblázatban közölt e , f , d értékek alapján, ezeket szakaszonként az (5b) analitikus formulába helyettesítve kapjuk meg a Sharpe-hányados-függvényt, amelyet a 9. ábra mutat.

Láthatjuk, hogy amennyiben a Budapesti Értéktőzsde hatékony portfóliója esetén is a DAX-nál alkalmazott 10 éves állampapírhozamot használjuk (a 2015–2024-es időszakban havi 0,00053), a 9. ábra alapján adódó Sharpe-hányados 0,2385 lesz, amely jelentősen a német tőzsdén meghatározott érték alatt van.

9. ábra

A BUX 5 Sharpe-hányados-függvénye



Megjegyzés: a vízszintes tengelyen a kockázatmentes havi hozamok, a függőleges tengelyen a Sharpe-hányados értéke szerepel.

Következtetések

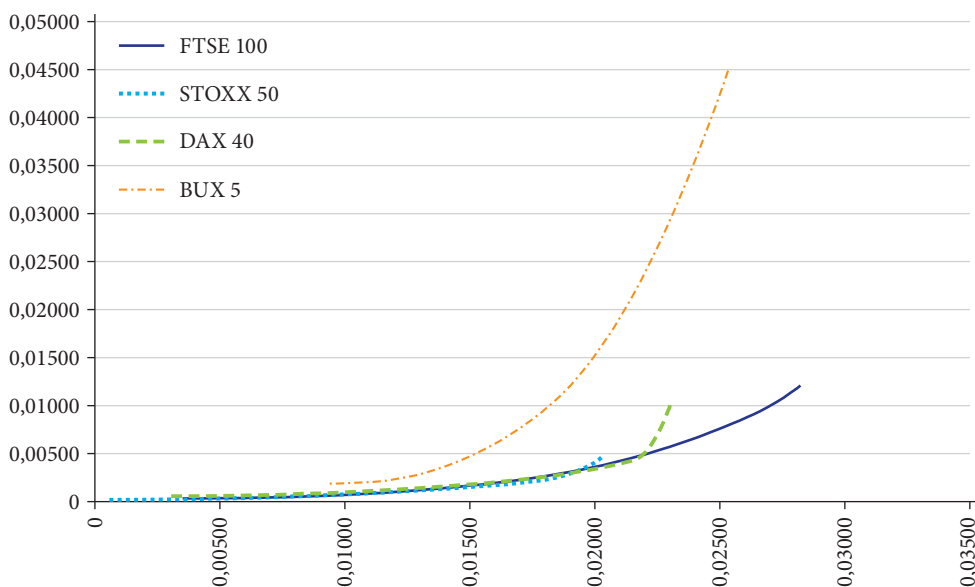
Ismereteink szerint e tanulmány elsőként adja közre mind a DAX 40, mind a BUX 5 hatékony felületét leíró analitikus formulákat, amikor shortolást nem engedünk meg. Meghatározó irodalmi források szerint a hatékony felületen fekvő piaci portfóliók nem is tartalmazhatnak negatív befektetési arányokat, és ezen úgynevezett lehetetlen portfóliók megengedése hozzájárulhat az empirikus megfigyelések és az elméleti következtetések közötti különbségek előfordulásához. Miként a DAX 40 csomag elemzése is megmutatta, a két hatékony felület között lényeges eltérés mutatkozik, ugyanakkor a BUX 5 alacsonyabb hozamú (valósághoz közeli) szegmenseiben a két megközelítés közötti különbség lényegtelen.

A hatékony felületek analitikus képletének ismerete lehetővé teszi a Sharpe-hányados dinamikus vizsgálatát, amelyen azt értjük, hogy a kockázat nélküli hozamok függvényeként előállíthatjuk a Sharpe-hányados-függvényt. Talán ismét kijelenthetjük, hogy elsőként, hiszen a Sharpe-hányados előállításához a hatékony felület néhány kulcsparaméterének ismerete szükséges, amit az analitikus formulák biztosítanak. A tízéves állampapírok hozamait felhasználva azt találtuk, hogy a DAX 40 Sharpe-hányadosa a 2022–2024-es periódusban mintegy 50 százalékkal magasabban alakult, mint a 2015–2024-es évekre vonatkozó.

A BUX 5 kosár 2015–2024-es évekre vonatkozó Sharpe-hányadosa viszont jóval kisebb, mint a DAX index, amiből arra következtethetünk, hogy az egységnyi kockázatra jutó hozam Budapesten jóval alacsonyabb, mint Frankfurtban. Jó hír viszont, hogy a BUX 5 piaci teljesítménye jóval közelebb van a hatékony felülethez, és jóval magasabb a DAX-énál. A BUX nemcsak a DAX-szal összehasonlítva kockázatos: a 10. ábra jól szemlélteti a többi pénzügyi piac alacsonyabb szintű kitétségét.

10. ábra

Különböző európai portfóliók hozam-kockázat felülete a 2015–2024-es időszak adatai alapján



Megjegyzés: a vízszintes tengelyen a havi hozamok, a függőleges tengelyen pedig a szórásnégyzet szerepel.

Hivatkozások

Bodnar, T., & Gupta, A. K. (2015). Robustness of the inference procedures for the global minimum variance portfolio weights in a skew-normal model. *The European Journal of Finance*, 21(13–14), 1176–1194. <https://doi.org/10.1080/1351847X.2012.696073>

- Bodnar, T., Mazur, S., & Okhrin, Y. (2017). Bayesian estimation of the global minimum variance portfolio. *European Journal of Operational Research*, 256(1), 292–307. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.05.044>
- Brennan, T. J., & Lo, A. W. (2010). Impossible frontiers. *Management Science*, 56(6), 905–923. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1100.1157>
- Buser, S. A. (1977). A simplified expression for the efficient frontier in mean-variance portfolio analysis. *Management Science*, 23(8), 901–904. <https://doi.org/10.1287/mnsc.23.8.901>
- Cesarone, F., Martino, M. L., & Tardella, F. (2023). Mean-variance-VaR portfolios: MIQP formulation and performance analysis. *OR Spectrum*, 45, 1043–1069. <https://doi.org/10.1007/s00291-023-00719-x>
- Duffie, D., & Pan, J. (1997). An overview of value at risk. *Journal of Derivatives*, 4(3), 7–49. <https://doi.org/10.3905/jod.1997.407971>
- Dybvig, P. H. (1984). Short sales restrictions and kinks on the mean variance frontier. *The Journal of Finance*, 39(1), 239–244. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1984.tb03871.x>
- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The Journal of Finance*, 51(1), 55–84. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1996.tb05202.x>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: Theory and evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25–46. <https://doi.org/10.1257/0895330042162430>
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81(3), 607–636. <https://doi.org/10.1086/260061>
- Guijarro, F. (2018). A similarity measure for the cardinality constrained frontier in the mean-variance optimization model. *Journal of the Operational Research Society*, 69(6), 928–945. <https://doi.org/10.1057/s41274-017-0276-6>
- Guijarro, F., & Tsinaslanidis, P. E. (2021). A surrogate similarity measure for the mean-variance frontier optimisation problem under bound and cardinality constraints. *Journal of the Operational Research Society*, 72(3), 564–579. <https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1657367>
- Kerstens, K., Mounir, A., & Van de Woestyne, I. (2012). Benchmarking mean-variance portfolios using a shortage function: The choice of direction vector affects rankings. *Journal of the Operational Research Society*, 63(9), 1199–1212. <https://doi.org/10.1057/jors.2011.140>
- Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance*, 20(4), 587–615. <https://doi.org/10.2307/2977249>
- Markowitz, H. (1956). The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, 3(1-2), 111–133. <https://doi.org/10.1002/nav.3800030110>
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investment*. John Wiley & Sons.
- Markowitz, H. (2005). Market efficiency: A theoretical distinction and so what? *Financial Analysts Journal*, 61(5), 17–30. <https://doi.org/10.2469/faj.v61.n5.2752>
- Markowitz, H. M., & Todd, G. P. (2000). *Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets*. F. J. Fabozzi Associates.
- Merton, R. C. (1972). An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(4), 1851–1872. <https://doi.org/10.2307/2329621>
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34(4), 768–783. <https://doi.org/10.2307/1910098>
- Qi, Y., Hirschberger, M., & Steuer, R. E. (2009). Dotted representation of mean-variance efficient frontiers and their computation. *INFOR*, 47(1), 15–21. <https://doi.org/10.3138/infor.47.1.15>

- Qi, Y., & Steuer, R. E. (2020). On the analytical derivation of efficient sets in quad-and-higher criterion portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 293(2), 521–538. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-3101-y>
- Qi, Y., & Steuer, R. E. (2025). An analytic derivation of properly efficient sets in multi-objective portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 346(2), 1573–1595. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10479-024-05848-2>
- Qi, Y., Steuer, R. E., & Wimmer, M. (2017). An analytical derivation of the efficient surface in portfolio selection with three criteria. *Annals of Operations Research*, 251(1-2), 161–177. <https://doi.org/10.1007/s10479-015-1900-y>
- Qi, Y., Zhang, Y., & Zhang, S. (2024). Theoretically scrutinizing kinks on efficient frontiers and computationally reporting nonexistence of the tangent portfolio for the capital asset pricing model by parametric-quadratic programming. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 41(2), 2350012. <https://doi.org/10.1142/S0217595923500124>
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–42. <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1443–1471. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6)
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341–360. [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(76\)90046-6](https://doi.org/10.1016/0022-0531(76)90046-6)
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293. <https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- Sharpe, W. F. (1970). *Portfolio theory and capital markets*. McGraw-Hill.
- Steuer, R. E. (1986). *Multiple criteria optimization: Theory, computation, and application*. John Wiley & Sons.
- Steuer, R. E., Qi, Y., & Wimmer, M. (2024). Computing cardinality constrained portfolio selection efficient frontiers via closest correlation matrices. *European Journal of Operational Research*, 313(2), 628–636. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.08.026>
- Vörös, J. (1986). Portfolio analysis: An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *European Journal of Operational Research*, 23(3), 294–300. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(86\)90123-1](https://doi.org/10.1016/0377-2217(86)90123-1)
- Vörös, J., & Rappai, G. (2026). *On the differentiability of the portfolio efficient frontier*. Manuscript submitted for publication.
- Vörös, J., Kriens, J., & Strijbosch, L. W. G. (1999). A note on the kinks at the mean-variance frontier. *European Journal of Operational Research*, 112(1), 236–239. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00389-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00389-5)
- Zhang, W.-G., & Nie, Z.-K. (2004). On admissible efficient portfolio selection policy. *Applied Mathematics and Computation*, 159(2), 357–371. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2003.10.019>
- Zhang, W.-G., & Wang, Y.-L. (2008). An analytic derivation of admissible efficient frontier with borrowing. *European Journal of Operational Research*, 184(1), 229–243. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.09.058>

Függelék

F1. táblázat

A DAX 40 részvények átlagos hozama és a kibocsátók kapitalizációjának aránya^a

Vállalat	Jelölés (ticker)	Átlagos havi hozam	Kapitalizációs hányad
Adidas	ADS	0,0119	0,018613
Airbus	AIR.PA	0,0105	0,066253
Allianz	ALV	0,0064	0,055958
BASF	BAS	-0,0044	0,025099
Bayer	BAYN	-0,0147	0,020792
Beiersdorf	BEI	0,0042	0,018263
BMW	BMW	-0,0023	0,038263
Brenntag	BNR	0,0019	0,006932
Commerzbank	CBK	0,0047	0,008745
Continental	CON	-0,0080	0,008946
Deutsche Börse	DB1	0,0105	0,020575
Deutsche Bank	DBK	-0,0016	0,015175
DHL Group (ex Deutsche Post)	DHL	0,0016	0,031780
Deutsche Telekom	DTE	0,0062	0,067038
Daimler Truck	DTG	0,0023	0,016325
Siemens Energy	ENR	0,0077	0,005486
E.ON	EOAN	-0,0007	0,019576
Fresenius	FRE	-0,0026	0,009713
Heidelberg Materials	HEI	0,0061	0,009082
Henkel	HEN3	-0,0016	0,017271
Hannover Rück	HNR1	0,0097	0,016135
Infineon	IFX	0,0097	0,027525
Mercedes-Benz Group (ex Daimler)	MBG	-0,0011	0,039598
Merck	MRK	0,0042	0,037203
MTU Aero Engines	MTX	0,0117	0,006341
Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft	MUV2	0,0090	0,031462
Porsche	P911	-0,0024	0,041478
Porsche Automobil	PAH3	-0,0056	0,008460
QIAGEN	QIA	0,0054	0,005515
Rheinmetall	RHM	0,0248	0,007953
RWE	RWE	0,0016	0,018210
SAP	SAP	0,0128	0,096349
Siemens Healthineers	SHL	0,0044	0,034583

Az F1. táblázat folytatása

Vállalat	Jelölés (ticker)	Átlagos havi hozam	Kapitalizációs hányad
Siemens	SIE	0,0076	0,071577
Sartorius	SRT3	0,0191	0,011689
Symrise	SY1	0,0044	0,008164
Vonovia	VNA	0,0031	0,013266
Volkswagen	VOW3	-0,0058	0,035705
Covestro	X1COV	0,0059	0,005933
Zalando	ZAL	0,0034	0,002969

^a Hozamok a 2015. január 1. – 2024. december 31. időszak adatai, kapitalizációs hányad a 2025 január 1-i adatok alapján.

Forrás: <https://www.boerse.de/marktkapitalisierung/Dax-Aktien/>

F2. a) táblázat

A BUX 5 részvények átlagos hozama és a kibocsátók kapitalizációjának aránya a 2015–2024-es időszakban

Részvény	Átlagos havi hozam	Kapitalizációs hányad
MOL	0,0052	0,2185
MTELEKOM	0,0109	0,0968
OPUS	0,0253	0,0331
OTP	0,0143	0,4379
RICHTER	0,0091	0,2138

Forrás: <https://bet.hu/>

F2. b) táblázat

A BUX 5 részvények kovarianciamátrixa a 2015–2024-es időszakban

	MOL	MTELEKOM	OPUS	OTP	RICHTER
MOL	0,0048	0,0012	0,0034	0,0034	0,0014
MTELEKOM	0,0012	0,0029	0,0023	0,0020	0,0009
OPUS	0,0034	0,0023	0,0449	0,0031	0,0002
OTP	0,0034	0,0020	0,0031	0,0072	0,0018
RICHTER	0,0014	0,0009	0,0002	0,0018	0,0035

Forrás: <https://bet.hu/>

SIMONOVITS ANDRÁS

Még egyszer az optimális jelzáloghitel-törlesztési pályákról

Ebben a rövid cikkben visszatérek egy Király Júliával együtt korábban vizsgált kérdéshez: infláció esetén a hitelfelvevő szempontjából hogyan lehetne javítani a hagyományos jelzálogtörlesztési pályán? A válasz kézenfekvő: a törlesztőrészletnek ne a nominális, hanem a reálértéke legyen állandó. Állandó ütemű inflációt, jövedelemnövekedést és kamatlábat feltételezve, a lehető legegyszerűbb optimalizációs modellben elemezzük a kérdést, s úgy tűnik, az indexálás beváltja a reményeket, különösen gyorsabb infláció, növekedés és észszerű előrelátás esetén.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: G21, E43, E44, D14, D91.

Kulcsszavak: jelzáloghitel, törlesztési pálya, indexálás, reálértékű törlesztés, infláció.

Revisiting the optimal repayment path for mortgages

ANDRÁS SIMONOVITS

In this short paper I revisit a problem we studied with Júlia Király: in case of inflation, how could the repayment path of a mortgage be improved for the borrower? The answer is clear: it is the real, not the nominal value of the repayment that should be constant. Assuming constant inflation, income growth and interest rate, we analyze the problem in the simplest possible model. It appears that indexation is promising, especially for faster inflation, growth and reasonable foresight.

Journal of Economic Literature (JEL) codes: G21, E43, E44, D14, D91.

Keywords: mortgage loan, repayment path, indexation, real-value repayment, inflation.

* Köszönetemet fejezem ki Király Júliának a devizaalapú jelzáloghitelek modellezésében való részvételéért, Berlinger Edinának a cikk előző változataihoz fűzött sokrétű tanácsaiért (például rávezetett arra, hogy a jövedelemdinamika túlbecslése több kárt okozhat az indexált jelzálog esetében, mint a hagyományosnál). Hálás vagyok Surányi Györgynek a témáról folytatott beszélgetéseinkért. Egyik névtelen lektorom hihetetlenül gondos munkával segítette a cikk hibáinak a kijavítását. Hangsúlyozom, hogy az említett segítők nem mindenben értenek egyet a cikkben előadottakkal.

Bevezetés

Az ingatlanszerzést (lakás vagy ház vásárlását) megkönnyítő jelzálogkölcsonök nagyon fontos szerepet játszanak a legtöbb ország gazdaságában. Az 1970-es évek stagflációs környezetében amerikai közgazdászok is javasolták a kettősen indexált jelzálogkölcsonöt, amelyek esetében a kamatláb mellett a törlesztőrészletek is követik az inflációt, de végül nem vezették be; Latin-Amerika több országában viszont a tartós két számjegyű inflációs környezetben alkalmazták. Az amerikai másodrendű jelzálogkölcsonöktől a devizaalapú magyar megfelelőig terjedő különféle jelzálog-konstrukciók 2007-től kezdve sok bajt okoztak az érintett országokban. A 2025 szeptemberében induló Otthon Start hitel (3 százalékos fix hitelkamatláb) Magyarországon újból reflektorfénybe állította a kérdést. Számos publicisztika foglalkozott a konstrukció várható kedvező és kedvezőtlen hatásaival. Az intézkedés néhány hónap alatt – számomra meglepő módon – jelentősen emelte az ingatlanárakat. Furcsa módon viszont szinte senki sem foglalkozott a hagyományos hiteltörlesztési képlet már Franco Modigliani (1974) által hangsúlyozott gyenge pontjával: ha eltekintünk is az infláció változásától és a kamatlábak azt követő mozgásától, a havi törlesztőrészlet nominálisan állandó; emiatt pedig az induló törlesztőrészlet reálértékben túl nagy, a záró részlet viszont túl kicsi. A közgazdaságilag indokoltabb állandó reálértékű indexált törlesztés alkalmazása segítené ezen a problémán.

A következőkben visszatérek a jelzálog-hitelezés Király és Simonovits (2015) által alkotott minimalista modelljének egyes részleteihez, de elhagyom az azóta Magyarországon a háztartások számára főszabályként már betiltott devizaalapú hitelezést. Nullának veszem az önrészesedést, valamint figyelmen kívül hagyom az egyéb megtakarításokat. A kiindulópont: a hagyományos törlesztés részleteinek értéke meredeken emelkedik az inflációs ráta és a nominális kamatláb függvényében, hogy a törlesztési pálya reálértékben annál gyorsabban lejtessen lefelé. Ahhoz, hogy a két törlesztési módszer nyújtotta jólétet számszerűsítsük, be kell vezetnünk valamilyen életpálya-hasznosságfüggvényt. Általánosítva az idézett cikkben használt logaritmikus hasznosságfüggvényt, most egy realisztikusabb CRRA (állandó relatív kockázatkerülési) függvényt alkalmazunk. Ennek segítségével meghatározhatjuk a két módszer ingatlanoptimumát és a keletkező jólétet. Az elnyújtottabb indexált törlesztésben nagyobb az összes törlesztés reálértéke, mint a hagyományosban. Ennek ellenére több jólétet hoz, különösen gyorsabb infláció vagy gyorsabban emelkedő és jól előrebecsült reáljövedelmek esetén.

A tanulmány szerkezete a következő: egy tömör szakirodalmi áttekintést követően bemutatjuk a hagyományos törlesztést, majd rátérünk az indexált törlesztésre. Az ezt követő szakaszban összehasonlítjuk a két eljárást, végül levonjuk az elemzésünkéből adódó következtetéseket. Az *1. függelékben* a legegyszerűbb modellben analitikusan („papíron ceruzával”) igazoljuk, hogy rögzített ingatlannagyságnál a hagyományos törlesztés kisebb életpálya-hasznosságot ad, mint az indexált. A *2. függelékben* vázoljuk az egzogén paraméterek változásának lehetséges hatását.

Szakirodalmi áttekintés – dióhéjban

Modigliani (1974), valamint Lessard és Modigliani (1975) már fél évszázada hangsúlyozták, hogy gyors infláció esetén a hagyományos jelzálogtörlesztési pálya fejnehéz, és helyette az indexált, reálértékben állandó törlesztési pályán alapuló módszert dolgoztak ki. Simonovits (1991) az átmenet elszabaduló inflációs korszakában javasolta ezt a megoldást, de ő sem talált itthon meghallgatásra. Buckley és szerzőtársai (1993) visszatértek a kérdéshez, és nyomatékosan hangsúlyozták a bérdinamika jelentőségét is: az indexált törlesztés veszélybe kerülhet, ha a törlesztőrészlet az induló jövedelem túl nagy részét köti le, és a családi jövedelem reálértéke csökken. A mostani cikk írásakor jelent meg Incze (2025) tanulmánya, amely kiváló szakirodalmi összefoglalóján túl a hitelfelvevő jövedelmi pályájához igazodó törlesztési pályák szerepét modellezte.¹ A nagyszámú cikk közül, amelyek az amerikai jelzálog-hitelezés finomabb részleteivel nagyon igényesen foglalkoznak, három írást emelek ki: Campbell és Cocco (2003) cikket, amely a vagyoni kockázatot kezelő háztartások rögzített és változtatható kamatlábú jelzáloghitelek közötti optimális választását mutatja be, Campbell és Cocco (2015) csődbe menekülési modelljét, valamint Boutros és szerzőtársai (2025) tanulmányát, amely a jelzáloghitelek törlesztési pályáját és a törlesztési időt modellezi.

A Magyarországon 2010 körül összeomló svájcifrank- és forintalapú jelzáloghitelek rendezésére Berlinger és Walter (2013) tett unortodox javaslatot. A kérdéskört elméletileg elemezte Király és Simonovits (2015). De a tanulság változatlanul érvényes: a forintalapú indexált jelzálog csökkenthette volna a devizaalapú hitelek vonzerejét. Kovács és Pásztor (2018) áttekintette a globális jelzálogpiac helyzetét és kihívásait. Kritikusan értékelték a hagyományos (állandó nominális törlesztőrészletű) jelzáloghiteleket, elmagyarázták a devizaalapú hitelek szerepét, és javasolták az állandó reálértékű törlesztés bevezetését. A Bodzási (2019) szerkesztésében megjelent angol nyelvű kötetben számos szerző elemezte a devizaalapú hitelek hazai sorsát. Itt jelent meg Berlinger (2019) tanulmánya a változó kamatlábú jelzálogkölcsonök hazai történetéről. Kovács és Nagy (2020) az írásuk címében is szerepeltették e cikkem fő fogalmát: a reálértékben állandó törlesztőrészletet. Mélyrehatóan ismertették a kettősen indexált jelzáloghitel kérdéskörét, alapvetően támogatva annak bevezetését, de jelezvén annak korlátait is: ha a hitelfelvevő családi jövedelmének pályája még az általános inflációtól is elmarad, akkor az indexált törlesztés veszélybe kerülhet. Banai és szerzőtársai (2022) kritikusan elemezték a változtatható törlesztőrészletű jelzáloghiteleket.

Hagyományos törlesztés

Az egyszerűség kedvéért havi helyett évi törlesztéssel és nulla önrészesedéssel számolunk. A főszövegben nem foglalkozunk az inflációs index ($1 + \text{inflációs ráta}$) és a kamatszorzó ($1 + \text{kamatláb}$) időbeli változásával, jelölésük p és R . Legyen $t = 1, 2, \dots, T$

¹ Egyes országokban – köztük Magyarországon – hasonló módszereket alkalmaznak a diákhitelre, ahol a törlesztőrészlet az adós bérét követi (Berlinger, 2009).

a törlesztési évek indexe, T a törlesztési idő. B -vel jelölve a nominálisan állandó éves törlesztőrészletet, az év végi tartozás, D_t dinamikáját a következő egyenlet írja le:

$$D_t = RD_{t-1} - B, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1)$$

ahol D_0 a jelzálog eredeti értéke, az ingatlan állandó áras értéke.

Ha megoldjuk az állandó együtthatós lineáris differenciaegyenletet, és kikötjük, hogy $D_T = 0$, akkor a hagyományos (állandó nominális értékű) törlesztőrészlet:

$$B = \beta D_0, \quad \text{ahol} \quad \beta = \frac{R-1}{1-R^{-T}}, \quad R > 1. \quad (2)$$

A továbbiakban β -t *hagyományos törlesztési együtthatónak* nevezzük.

Ugyanezt kapjuk a jelenérték-egyenletből is:

$$D_0 = \sum_{t=1}^T \frac{B}{R^t}.$$

Alkalmazva ugyanis a mértani sorozat összegképletét:

$$D_0 = \frac{B(R^{-T} - 1)}{R(R^{-1} - 1)} \quad \text{vagy} \quad D_0 = B/\beta.$$

A vizsgálatunkból kizárt kamatmentes ($R = 1$) kölcsön törlesztőrészlete természetesen $B = D_0/T$. Ahogy nő a kamatláb, egyre inkább úgy nő a törlesztőrészlet is.

Ideje bevezetnünk a reálváltozókat is, amelyeket a megfelelő nagybetűk kisbetűs változatával jelölünk:

$$b_t = \frac{B}{p^t} \quad \text{és} \quad d_t = \frac{D_t}{p^t}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (3)$$

Érdemes az (1) tartozásdinamikai egyenletet is reálváltozókra átírni:

$$\frac{D_t}{p^t} = \frac{R}{p} \frac{D_{t-1}}{p^{t-1}} - \frac{B}{p^t}, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Bevezetve a reálkamatszorzó $r = R/p$ képletét, a reáldinamika:

$$d_t = rd_{t-1} - b_p \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (4)$$

Az 1. példában az alapparaméter-értékeken a jelenlegi Otthon Start program piaci alternatíváját szemléltetjük.

1. példa

$R = 1,065$, $D_0 = 50$ M Ft és $T = 25$ év. A hagyományos éves indexált törlesztőrészlet, $B = 4,1$ M Ft, havi szinten 342 E Ft.

Ha az optimális ingatlanértéket akarjuk vizsgálni, akkor célszerű valamilyen életpálya-hasznosságfüggvényt feltételeznünk. Z -vel jelölve a családot képviselő személynek a jelzáloghitel megnyitásakor hátralévő élettartamát:

$$U(c_1, \dots, c_Z, D_0) = \sum_{t=1}^Z \delta^t u(c_t, D_0), \quad (5)$$

ahol $0 < \delta < 1$ az éves leszámítolási együttható, az $u(c_t, D_0)$ pedig a t -edik évbeli hasznosság.

Feltesszük, hogy a család az éves nettó jövedelmét (y_t) két célra használja fel: fogyasztásra és hiteltörlesztésre:

$$y_t = c_t + b_t, \quad t = 1, 2, \dots, Z. \quad (6)$$

A (6) képlet figyelembevételével c_t csak D_0 -tól függ, ezt behelyettesítve (5)-be:

$$V(D_0) = \sum_{t=1}^T \delta^t u(y_t - \beta D_0 / p^t, D_0) + \sum_{t=T+1}^Z \delta^t u(y_t, D_0). \quad (7)$$

Minél értékesebb (nagyobb és/vagy jobb minőségű) az ingatlan, annál kényelmesebben lakik benne a család, de annál kevesebb pénzük marad fogyasztásra a törlesztési időszakban. A kettő közötti optimumot kell megtalálni.

Az optimális D_0 kielégíti a következő implicit egyenletet:

$$V'(D_0) = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[-u'_1(y_t - \beta D_0 / p^t, D_0) \beta / p^t + u'_2(y_t - \beta D_0 / p^t, D_0) \right] + \sum_{t=T+1}^Z \delta^t u'_2(y_t, D_0), \quad (8)$$

ahol u'_1 és u'_2 a hasznosságfüggvény két parciális deriváltja.

Az elemzést megkönnyíti, ha CRRA jellegű hasznosságfüggvényt tételezünk fel:

$$u(c_t, D_0) = (1 - \gamma)^{-1} (c_t^{1-\gamma} + \kappa D_0^{1-\gamma}),$$

ahol $1/\gamma$ a relatív kockázatkerülési együttható, $\kappa > 0$ pedig az ingatlan relatív hasznossága a fogyasztáshoz képest.²

Elméleti fontossága miatt érintjük a $\gamma = 1$ paraméterértékű Cobb–Douglas-hasznosságfüggvényt:

$$u(c_t, D_0) = \log c_t + \kappa \log D_0.$$

Egyébként a Király és Simonovits (2015) cikkben ezt a szélső esetet választottuk a numerikus szemléltetésben.

A modell adatait megadva, D_0° numerikus módszerrel közelítően meghatározható. De előtte bemutatjuk az egyszerűbb, indexált törlesztést.

Indexált törlesztés

Rátérünk az indexált törlesztőrészletű jelzáloghitelre, ahol egyszerűsödnek a képleteink, függetlenül az inflációs rátától. A (4) egyenletben b_t helyett b -t írunk:

² Valójában κ is függ γ -tól, erre még az 1. a) táblázatban visszatérünk.

Reáldinamika:

$$d_t = r d_{t-1} - b. \quad (\tilde{4})$$

A (2) összefüggés analógiájára a változatlan reáltörlesztés értéke ($d_0 = D_0$ jelöléssel):

$$b = \tilde{\beta} d_0, \quad \tilde{\beta} = \frac{r-1}{1-r^{-T}}, \quad r > 1, \quad (\tilde{2})$$

ahol $\tilde{\beta}$ az *indexált törlesztés együtthatója*. Állandó reálkamatláb esetén az értéke független az inflációtól, és minél nagyobb az infláció, annál inkább meghaladja a hagyományos törlesztési együttható (lásd a 4. táblázat 2. oszlopát, amelynek első sorában szerepel $\tilde{\beta}$).

2. példa

$p = 1,044$, $R = 1,065$, $D_0 = 50$ M Ft és $T = 25$ év. Az éves indexált törlesztőrészlet, $b = 2,577$ M Ft, havi szinten 214,8 E Ft.

Fennáll az

$$y_t = c_t + b, \quad t = 1, 2, \dots, Z. \quad (\tilde{6})$$

A (7) egyenlet helyett a hasznosságfüggvény:

$$v(d_0) = \sum_{t=1}^T \delta^t u(y_t - \beta d_0, d_0) + \sum_{t=T+1}^Z \delta^t u(y, d_0). \quad (\tilde{7})$$

Optimumban

$$v'(d_0) = \sum_{t=1}^T \delta^t [-u'_1(y_t - \beta d_0, d_0) \tilde{\beta} + u'_2(y_t - d_0, D_0)] + \sum_{t=T+1}^Z \delta^t u_2(y, d_0). \quad (\tilde{8})$$

Ha a reáljövedelem-pálya állandó ($y_t = y$), akkor $(\tilde{7})$ egyszerűsödik:

$$v(d_0) = \sum_{t=1}^T \delta^t u(y - \tilde{\beta} d_0, d_0) + \sum_{t=T+1}^Z \delta^t u(y, d_0). \quad (\tilde{7})$$

Alternatív $X = T, Z$ -re bevezetjük a leszámítolási együtthatók összegét:

$$\tau_X = \sum_{t=1}^X \delta^t = \delta \frac{1-\delta^X}{1-\delta}, \quad \text{ha } \delta < 1 \quad \text{vagy} \quad \tau_X = X, \quad \text{ha } \delta = 1.$$

Ekkor az új életpálya-hasznosságfüggvény tömörebben is felírható:

$$v(d_0) = \tau_T u(y - \tilde{\beta} d_0, d_0) + (\tau_Z - \tau_T) u(y, d_0). \quad (\tilde{9})$$

A belső optimumfeltétel:

$$0 = -\tau_T u'_1(y - \tilde{\beta} d_0, d_0) \tilde{\beta} + \tau_T u'_2(y - \tilde{\beta} d_0, d_0) + (\tau_Z - \tau_T) u(y, d_0). \quad (\tilde{10})$$

Parciálisan deriválva a CRRA hasznosságfüggvényt és behelyettesítve a kapott parciális deriváltakat az optimumfeltételbe (kihasználva, hogy $u'_2 = -\kappa d_0^{-\gamma}$, függetlenül c vagy y értékétől):

$$\tau_T c^{-\gamma} \tilde{\beta} = \tau_Z \kappa d_0^{-\gamma}, \quad \text{azaz} \quad \tau_T d_0^\gamma \tilde{\beta} = \tau_Z \kappa c^\gamma.$$

Bevezetve a $\mu = 1/\gamma$ jelölést és μ -edik hatványra emelve mindkét oldalt, majd vissza-helyettesítve $c = y - \tilde{\beta} d_0$ -t:

$$\tau_T^\mu d_0^\mu \tilde{\beta}^\mu = \tau_Z^\mu \kappa^\mu c = \tau_Z^\mu \kappa^\mu (y - \tilde{\beta} d_0).$$

Rendezéssel az ingatlanoptimum explicit alakban kifejezhető:

$$d_0^\circ = \frac{\tau_Z^\mu \kappa^\mu y}{\tilde{\beta} \tau_Z^\mu \kappa^\mu + \tilde{\beta}^\mu \tau_T^\mu}. \quad (11)$$

3. példa

$Z = 60$ év, $y = 1$, $r = 1,02$, $\tilde{\beta} = 0,051$. Az 1. a) táblázatban γ és κ kapcsolatát vizsgáljuk, rögzítve a következő táblázatbeli $d_0 = 3,885$ értéket. A kiválasztott sor adatait dőlt számokkal jelöljük.

1. a) táblázat

Kockázatkerülési és ingatlanpreferencia ($T = 25$ év, $\delta = 0,98$)

Kockázatkerülési	Ingatlan-
	preferencia
γ	κ
1	0,140
2	0,680
3	3,299
4	16,000
5	77,603
6	376,386

Az 1. b) táblázat $\gamma = 4$ paraméterérték esetén mutatja κ paraméterérték hatását az ingatlanoptimum és az éves törlesztőrészlet értékére, az éves családi jövedelem arányában.

A folytatáshoz választ kell adnunk arra, hogy mennyivel csökkenti a család jólétét az optimálistól eltérő értékű ingatlan és fogyasztás. A jóléti gazdaságtanban megszokott módszert alkalmazva azt kérdezzük: $d_0 \neq d_0^\circ$ esetén mekkora $\eta < 1$ számmal kell beszorozni az eredeti y jövedelmet, hogy az $(\eta y, d_0^\circ)$ optimumban a hasznosság-függvény értéke lesüllyedjen a nem optimális d_0 ingatlan eredeti jövedelmi pálya melletti hasznosságára? Képletben:

$$\tilde{W}[y, d_0] = \tilde{W}[\eta y, d_0^\circ].$$

1. b) táblázat

Ingatlanpreferencia, optimális ingatlan és indexált törlesztőrészlet, az éves családi jövedelem arányában

Ingatlanpreferencia	Ingatlanoptimum	Törlesztőrészlet
κ	d_0°	b
8	3,374	0,173
12	3,666	0,188
16	3,885	0,199
20	4,062	0,208
24	4,210	0,216

Behelyettesítve ($\tilde{9}$) megfelelőjébe:

$$\tau_T u(y - \tilde{\beta} d_0, d_0) + (\tau_Z - \tau_T) u(y, d_0) = \tau_T u(\eta y - \tilde{\beta} d_0, d_0^\circ) + (\tau_Z - \tau_T) u(\eta y, d_0^\circ).$$

Továbbblépünk a CRRA-specifikáció behelyettesítésével ($\sigma = 1 - \gamma$):

$$\tau_T [(y - \tilde{\beta} d_0)^\sigma + \kappa d_0^\sigma] + (\tau_Z - \tau_T) [y^\sigma + \kappa d_0^\sigma] = \tau_T [(\eta y - \tilde{\beta} d_0^\circ)^\sigma + \kappa (d_0^\circ)^\sigma] + (\tau_Z - \tau_T) [(\eta y)^\sigma + \kappa (d_0^\circ)^\sigma].$$

Numerikus módszerekkel az $\eta(d_0)$ kapcsolat közelítően kiszámítható. A $\kappa = 16$ preferenciaérték mellett az *ingatlanoptimum* 80, 90, ..., 120 százaléka mellett vizsgáljuk a jóléti veszteséget. Lefelé 2, fölfelé 1,2 százalék a szélső veszteség (2. táblázat).

2. táblázat

Ingatlanérték és jóléti veszteség ($y = 1$)

Ingatlanérték	Relatív jólét
d_0	η
3,108	0,980
3,496	0,996
3,885	1,000
4,273	0,997
4,662	0,988

A 2. táblázat is valószínűsíti, hogy az indexált jelzáloghitel jóléti többlete nem annyira az értékesebb ingatlanból, mint inkább a fogyasztás kisimításából származik.

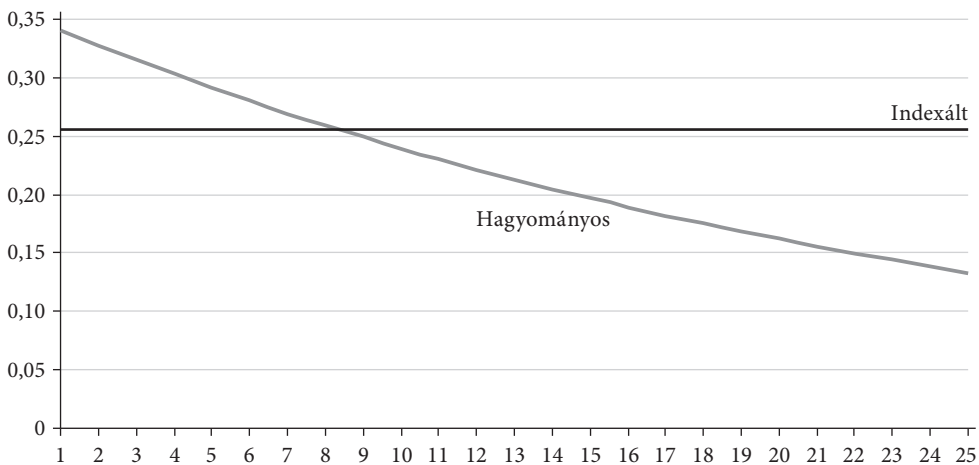
A két törlesztési módszer összehasonlítása

Először visszatérünk a hagyományos kölcsön ingatlanoptimumának numerikus elemzésére $\kappa = 16$ preferencia esetén. Itt a változó reálértékű törlesztés miatt nem tudjuk kiemelni a leszámítolási együttható-hatványszorzókat – eleve numerikus megoldásra kényszerülünk. Ekkor már nincs szükségünk az állandó reáljövedelem feltevésére sem, helyette az $y_t = g^t$ feltevással élünk. Először $g = 1,03$ növekedési szorzóval, $p = 1,04$ inflációs indexszel és $\delta = 0,98$ leszámítolási együtthatóval számolunk, azután érzékenységi vizsgálatokat végzünk.

A hagyományos törlesztés ingatlanoptimuma, $D_0^\circ = 4,49$ jóval alacsonyabb az indexáltnál: $d_0^\circ = 5$; az induló törlesztés pedig $b_0 = 0,34$. Az 1. ábra a két pályát együtt mutatja. Az első magasabbról indul, és alacsonyabban ér véget, átlaga 0,221; ellentétben az indexálttal, amely reálértékben végig 0,256. Később megmutatjuk, hogy az indexált rendszer által biztosított jólét körülbelül 5 százalékkal nagyobb, mint a hagyományosé: ennyivel nagyobb jövedelemre lenne szükség a hagyományos törlesztési rendszerben, hogy elérjék az indexált jelzalog mellett az eredeti jövedelem által nyújtott jólétet.

1. ábra

A hagyományos és az indexált törlesztőrészeket, reálértékben ($T = 25$ év, $Z = 60$ év, $\gamma = 4$)



Legelőször azt számoljuk ki, hogy adott fix áras ingatlanérték mellett hogyan csökkenti a jólétet az infláció. A korábbiaknak megfelelően η jelöli a csökkent jólétet p inflációs szorzó esetén. Csak a $\left[c_t(p) \right]_{t=1}^Z$ fogyasztási pályák hasznosságát kell kiegyenlíteni:

$$\sum_{t=1}^Z \delta^t c_t(p)^\sigma = \sum_{t=1}^Z \delta^t [\eta c_t(1)]^\sigma = \eta^\sigma \sum_{t=1}^Z \delta^t c_t(1)^\sigma,$$

azaz

$$\eta = \left[\sum_{t=1}^Z \delta^t c_t(p)^\sigma \right]^{1/\sigma} / \left[\sum_{t=1}^Z \delta^t c_t(1)^\sigma \right]^{1/\sigma}.$$

Ennek alapján numerikusan kiszámíthatjuk a jólét–infláció függvényt. A 2. táblázatot követve, a 3. táblázatban az inflációs rátát 0 és 5 százalék között léptetjük, miközben a reáljövedelem növekedési üteme 3 százalék. Ha nincs infláció, akkor – ahogyan már láttuk – reálértékben az indexált törlesztést kapjuk vissza. Amint az infláció 0-ról 4 százalékra növekszik, a törlesztési együttható 5,1-ről 8,7 százalékra emelkedik, a relatív jólét pedig 1-ről 0,909-re süllyed. Itt és a többi táblázatban az irányadó paraméterértékek kimenetét dőlt számokkal jelöljük.

3. táblázat

Az inflációs ráta jóléti hatása a fogyasztási pályára, fix ingatlanérték mellett ($g = 1,03$, $\delta = 0,98$)

Inflációs ráta	Törlesztési együttható	Relatív jólét
$100(p - 1)$	β	η
0	0,051	1,000
1	0,058	0,984
2	0,064	0,967
3	0,071	0,949
4	0,079	0,930
5	0,087	0,909

Érzékenységi vizsgálatainkban azt elemezzük, hogyan módosul a két eljárásban az ingatlanoptimum és a törlesztőrészlet reálértéke, illetve a hagyományos törlesztés értékvesztése.

Ahogy az inflációs ráta emelkedik, úgy csökken az ingatlanoptimum, 4 százalékos inflációnál már csak az éves reáljövedelem 4,5-szerese, és a törlesztőrészlet az idő múlásával 34-ről zuhan 13 százalékra, miközben az átlag 22 százalékra csökken.

4. táblázat

Az inflációs ráta hatása az ingatlanoptimumra és a hagyományos törlesztési pályára ($g = 1,03$, $\delta = 0,98$)

Inflációs ráta	Ingatlan-optimum	Kezdő	Átlagos	Záró
		törlesztőrészlet		
$100(p - 1)$	D_0°	b_1°	$E b^\circ$	b_T°
0	5,00	0,256	0,256	0,256
1	4,87	0,278	0,247	0,219
2	4,74	0,299	0,238	0,186
3	4,62	0,320	0,230	0,158
4	4,49	0,340	0,221	0,133
5	4,37	0,360	0,213	0,112

Mostantól kettéválasztva mutatjuk be a két törlesztési eljárást. Az 5. táblázatban az inflációt 4 százalékon rögzítjük, a reáljövedelem növekedési ütemét 0-ról 4 százalékra léptetjük. Ha nincs növekedés, akkor a hagyományos ingatlanoptimum 3,8-szeres, és a törlesztési részlet reálértéke 29-ről 11 százalékra zuhan, miközben az átlag 19 százalék. Az indexált optimumok nagyobbak. Minél nagyobb a növekedési ütem, annál nagyobbak az ingatlanok és a reáltörlesztések optimumai, valamint az optimumok közti különbségek az indexált törlesztés javára. A táblázat utolsó oszlopában a változás egyik okát, az életpálya-jövedelem növekedését is feltüntetjük. Az életpálya-jövedelem látványosan növekszik, képlete $Y = T$, ha $g = 1$, és $Y = g(g^T - 1)/(g - 1)$, ha $g > 1$. A gyors reáljövedelem-növekedéssel már túllépünk modellünk keretein: ennyire felívelő pályán senki sem fog 60 évig ugyanabban az ingatlanban maradni.

5. táblázat

A családi reáljövedelem növekedési ütemének hatása a két ingatlanoptimumra és a két törlesztési pályára ($p = 1,04$, $\delta = 0,98$)

Reáljövedelem növekedési üteme (százalék)	Hagyományos törlesztés				Indexált törlesztés		Életpálya- jövedelem
	ingatlan- optimum	kezdő	átlagos	záró	ingatlan- optimum	törlesztő- részlet	
$100(g - 1)$	D_0°	b_1°	$E b^\circ$	b_T°	d_0°	b°	Y
0	3,80	0,288	0,187	0,112	3,88	0,199	60,0
1	4,07	0,308	0,200	0,120	4,32	0,221	82,5
2	4,30	0,326	0,212	0,127	4,69	0,240	116,3
3	4,49	0,340	0,221	0,133	5,00	0,256	167,9
4	4,66	0,353	0,230	0,138	5,27	0,270	247,5

Ezen a ponton kitérünk arra az esetre, amikor a hitelfelvevő felülbecsüli a család jövedelmének reálnövekedési ütemét. Egyszerű számítással igazolható, hogy ekkor létezik egy kritikus tényleges növekedési ütem, amely fölött a keletkező növekedési különbség ellenére érvényesül az indexált törlesztés fölénye a hagyománnyal szemben, de a kritikusnál lassabb növekedési ütem esetén annyira nagy a valódi jövedelempályához tartozó optimálisnál nagyobb ingatlan törlesztési terhe, hogy a teljes jóléti hatás negatív. Az évi 3 százalékos reálnövekedéshez tartozó (5,00; 4,49) ingatlanpár esetében a kritikus növekedési ütem 1,2 százalék; ekkor az indexált törlesztés optimumánál nagyobb ingatlan okozta kárt éppen ellensúlyozza a kiegyenlített fogyasztási pálya haszna.

A bevezetésben már utaltunk a reálbér ingadozása által okozott problémára. A 6. táblázatban most egy négyéves jövedelemciklust modellezünk:

$$g_t = g_0 + \begin{cases} \Delta g, & \text{ha } t = 4k \\ 0, & \text{ha } t = 4k + 1 \\ -\Delta g, & \text{ha } t = 4k + 2 \\ 0, & \text{ha } t = 4k + 3 \end{cases}$$

ahol $|\Delta g|$ a maximális kitérés, k pedig egy természetes szám. Ha $\Delta g > 0$, akkor a ciklus elején nő a reáljövedelem; ha $\Delta g < 0$, akkor a ciklus elején csökken a reáljövedelem. Az 5. táblázat számításaihoz képest ciklikusan változó növekedési ütemre fölírva, a 6. táblázatban érdekes képet kapunk. Minél alacsonyabb/magasabb az induló jövedelemdinamika, annál alacsonyabb/magasabb mindkét ingatlanoptimum és a hozzá tartozó törlesztési pálya. Még bonyolultabb lenne véletlen jövedelmi pályát modellezni.

6. táblázat

A családi reáljövedelem növekedési ciklusának hatása a két ingatlanoptimumra és a két törlesztési pályára ($p = 1,04$, $\delta = 0,98$, $g_0 = 1,03$)

Növekedési ütem ciklusa	Hagyományos törlesztés				Indexált törlesztés	
	ingatlan- optimum	kezdő	átlagos	záró	ingatlan- optimum	törlesztő- részlet
		törlesztőrészlet				
Δg	D_0°	b_1°	$E\ b^\circ$	b_T°	d_0°	b°
−0,10	4,15	0,315	0,204	0,123	4,68	0,240
−0,05	4,33	0,328	0,213	0,128	4,86	0,249
0,00	4,49	0,340	0,221	0,133	5,00	0,256
0,05	4,61	0,349	0,227	0,136	5,10	0,261
0,10	4,70	0,356	0,231	0,139	5,15	0,264

A 7. táblázatban a leszámítolás erősödésének hatását vizsgáljuk. Minél erősebb a leszámítolás (minél kisebb a leszámítolási együttható), annál kisebb mindkét ingatlanoptimum és a két törlesztőrészlet-sorozat. Például leszámítolás nélkül a két ingatlanoptimum rendre 4,88 és 5,44, erős, $\delta = 0,96$ leszámítolásnál csak 4,20 és 4,69 évnnyi jövedelem.

7. táblázat

A leszámítolási együttható hatása a két ingatlanoptimumra és a két törlesztési pályára ($g = 1,03$, $p = 1,04$)

Leszámítolási együttható	Hagyományos törlesztés				Indexált törlesztés	
	ingatlan- optimum	kezdő	átlagos	záró	ingatlan- optimum	törlesztő- részlet
		törlesztőrészlet				
δ	D_0°	b_1°	$E\ b^\circ$	b_T°	d_0°	b°
1,00	4,88	0,370	0,240	0,144	5,44	0,279
0,98	4,49	0,340	0,221	0,133	5,00	0,256
0,96	4,20	0,318	0,207	0,124	4,69	0,240

A 8. táblázatban a reálkamatláb emelkedésének hatását vizsgáljuk. Az alapsorból indulva, 2 helyett 4 százalékos reálkamatláb esetén mindkét ingatlanoptimum észrevehetően csökken, és a törlesztőrészletek hasonlóan emelkednek.

8. táblázat

A reálkamatláb hatása a két ingatlanoptimumra és a két törlesztési pályára
($g = 1,03$, $p = 1,04$, $\delta = 0,96$)

Reálkamatláb $100(r-1)$ (százalék)	Hagyományos törlesztés				Indexált törlesztés	
	ingatlan- optimum	kezdő	átlagos	záró	ingatlan- optimum	törlesztő- részlet
		törlesztőrészlet				
		D_0°	b_1°	$E\ b^\circ$		
2	4,49	0,340	0,221	0,133	5,00	0,256
3	4,30	0,359	0,233	0,140	4,77	0,274
4	4,12	0,376	0,244	0,147	4,55	0,291

Végül a 9. táblázatban a tervezési időtáv hatását vizsgáljuk. Látható, hogy amint alulról felfelé haladva rövidül az időtáv, úgy csökken mindkét eljárás ingatlanoptimuma és ennek megfelelően a törlesztőrészlet.

9. táblázat

A tervezési időtáv hatása a két ingatlanoptimumra és a két törlesztési pályára
($g = 1,03$, $p = 1,04$, $\delta = 0,98$)

Időtáv (év)	Hagyományos törlesztés				Indexált törlesztés	
	ingatlan- optimum	nyitó	átlagos	záró	ingatlan- optimum	törlesztés
	D_0°	b_1°	$E b^\circ$	b_T°	d_0°	b°
Z						
30	4,14	0,314	0,204	0,122	4,59	0,235
40	4,30	0,326	0,212	0,127	4,78	0,245
50	4,41	0,334	0,217	0,130	4,91	0,251
60	4,49	0,340	0,221	0,133	5,00	0,256

Kézenfekvő, hogy a tanulmány továbbfejlesztésében meg kell vizsgálni, mennyire érzékenyek eredményeink további paraméterek változására, például a κ relatív ingatlanérték és a γ kockázatkerülési együtthatóra.

Következtetések

Minimmodellünkben visszatértünk a Király Júliával korábban vizsgált kérdésre: hogyan érdemes a hagyományos hiteltörlesztési pályát hozzáilleszteni az inflációhoz? Számos egyszerűsítő feltevést tettünk: nullának vettük az önrészesedést, figyelmen kívül hagytuk az egyéb megtakarításokat, elfeledkeztünk az ingatlan és az egyéb fogyasztás kölcsönhatásáról. További megszorítás: állandó inflációt és kamatlábat feltételeztünk; ha ezt feloldjuk, akkor a banknak időnként módosítania kell

a törlesztőrészletnek akár a nominális, akár a reálértékét. Gyorsan növekvő reáljövedelem esetén elkerülhetetlen az ingatlancsere modellezése. Hasonlóan vizsgálni kell a reáljövedelem vártnál lassabb növekedését, sőt váratlan csökkenését is. Úgy érzem, hogy minden hiányossága ellenére modellünk valószínűsíti az indexált jelzálogtörlesztés gyakori fölényét a hagyományossal szemben. Persze óvatlan alkalmazása viszályra üthet, de még mindig jobbnak tűnik, mint a devizaalapú hitelek vagy a kamattámogatás. A költségvetés szerepe közömbösnek tűnik.

Hivatkozások

- Banai, Á., Berlinger, E., & Dömötör, B. (2022). *Adjustable-rate mortgages in the era of global reflation: How to model additional default risk?* PLOS One. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0263599>
- Berlinger, E. (2009). An efficient student loan system: Case study of Hungary. *Higher Education in Europe*, 34(2), 257–267. <https://doi.org/10.1080/03797720902867542>
- Berlinger, E. (2019). The risks of variable interest rates: A case study of mortgage lending in Hungary from 2004–2018. In B. Bodzási (Ed.), *Foreign currency lending in Hungary: A legal and economic analysis of foreign currency lending* (pp. 35–54). Corvinus University of Budapest.
- Berlinger, E., & Walter, Gy. (2013). Egy unortodox javaslat a deviza- és forintalapú jelzáloghitelek rendezésére. *Hitelintézeti Szemle*, 12, 469–494.
- Bodzási, B. (Ed.) (2019). *Foreign currency lending in Hungary: A legal and economic analysis of foreign currency lending*. Corvinus University of Budapest.
- Boutros, M., Clara, N., & Kartashova, K. (2025). *The value of mortgage choice: Payment structure and contract length*. Mimeo. <https://www.michaelboutros.com/papers/MortgageChoiceModel.pdf>
- Buckley, R., Lipman, B., & Persaud, T. (1993). Mortgage design under inflation and real wage uncertainty: The use of a dual index instrument. *World Development*, 21(3), 455–464. [https://doi.org/10.1016/0305-750x\(93\)90157-5](https://doi.org/10.1016/0305-750x(93)90157-5)
- Campbell, J. Y., & Cocco, J. F. (2003). Household risk management and optimal mortgage choice. *Quarterly Journal of Economics*, 118(4), 1449–1494. <https://doi.org/10.1162/003355303322552847>
- Campbell, J. Y., & Cocco, J. F. (2015). A model of mortgage default. *Journal of Finance*, 70(4), 1495–1554. <https://doi.org/10.1111/jofi.12252>
- Incze, Zs. (2025). Alternatíva a jövőbeli hitelezésben: Jövedelmi pályákhoz igazodó törlesztőrészletek. *Hitelintézeti Szemle*, 24(3), 98–124. <https://doi.org/10.25201/HSZ.24.3.98>
- Király, J., & Simonovits, A. (2015). Jelzáloghitel-törlesztés forintban és devizában – egyszerű modellek. *Közgazdasági Szemle*, 62(1), 1–26. <https://www.kszemle.hu/tartalom/cikk.php?id=1531>
- Kovács, L., & Nagy, E. (2020). Életciklus és törlesztőrészlet: A reálértékben állandó törlesztőrészlet és életciklus-jövedelem alkalmazhatósága a lakáshitelezésben. *Közgazdasági Szemle*, 67(10), 1029–1056. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2020.10.1029>
- Kovács, L., & Pásztor, Sz. (2018). A globális jelzálogpiac helyzete és kihívásai. *Közgazdasági Szemle*, 65(12), 1225–1256. <https://doi.org/10.18414/ksz.2018.12.1225>

- Lessard, D., & Modigliani, F. (Eds.) (1975). *New mortgage designs for stable housing in an inflationary environment*. Federal Reserve Bank of Boston Conference, January 1975.
- Modigliani, F. (1974). Some economic implications of the indexing of financial assets with special reference to mortgages. In M. Monti (Ed.), *The "New Inflation" and Monetary Policy*. Palgrave Macmillan.
- Simonovits, A. (1991). Az 1991. évi lakáshitel-törlesztés matematikája. *Közgazdasági Szemle*, 38(7-8), 755–763.

Függelék

1. függelék: Két időszakos elemzés

Talán nem felesleges a legegyszerűbb két időszakos ($T=2$) modellben bemutatni az alapösszefüggéseket, mindenekelőtt azt, hogy az infláció fix reáljövedelem esetén is csökkenti a hagyományos törlesztés nyújtotta életszínvonalat. Föltesszük, hogy a reálkamatláb nulla: $r=1$, azaz a nominális kamatláb egyenlő az inflációs rátával: $R-1=p-1$. Először rögzítjük a D_0 ingatlanértéket. A hagyományos törlesztés (amely függ az árindextől) és az inflációtól független indexált törlesztés képlete rendre

$$B(p) = \frac{D_0 p^2}{p+1} \quad \text{és} \quad B(1) = \frac{D_0}{2}.$$

Áttérve a reálértékre:

$$b_1(p) = \frac{D_0 p}{p+1} \quad \text{és} \quad b_2(p) = \frac{D_0}{p+1} < b_1(p).$$

Összeadva a két reáltörlesztést, a nulla reálkamat miatt visszkapjuk az ingatlan értékét: $b_1(p) + b_2(p) = D_0$, maga után vonva a $b_2'(p) = -b_1'(p)$ összefüggést. Elegendő csak a fogyasztás életpálya-hasznosságára szorítkoznunk:

$$v(p) = u(y - b_1(p)) + u(y - b_2(p)).$$

Belátjuk, hogy $v'(p) < 0$, tehát $v(p) < v(1)$, ha $p > 1$.

$$\text{Valóban, } v'(p) = -u'(y - b_1(p))b_1'(p) - u'(y - b_2(p))b_2'(p).$$

Tudjuk, hogy $c_1(p) < c_2(p)$, tehát $u'(c_1(p)) > u'(c_2(p))$, ebből adódik, hogy $v'(p) < 0$.

Ha D_0 értéke is választható, akkor a hagyományos törlesztés ingatlanoptimumát kicsit emelve, az indexált törlesztésnél kicsit csökkentve az optimális fogyasztást, mind a fogyasztás, mind az ingatlan hasznossága nagyobb marad, mint a hagyományosé.

2. függelék: Egzogen időbeli változások kezelése

A főszövegben feltettük, hogy az inflációs ráta időben állandó. Most feloldjuk ezt a feltevést (Simonovits, 1991). Legyen p_t a t -edik év inflációs szorozója, $P_t = P_{t-1} p_t$ pedig a t -edik év árszintje a 0. évhez képest. Bevezetve az $R_t - 1$ változó kamatlábat, amelyet egy évre a bank előre lát, a hagyományos törlesztés két alapegyenlete:

$$D_t = R_t D_{t-1} - B_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1')$$

ahol D_t a t -edik év végi tartozás, a t -edik időszakai törlesztés pedig a naiv várakozáson alapuló

$$B_t = \beta_t D_t, \quad \text{ahol} \quad \beta_t = \frac{R_t - 1}{1 - R_t^{-T+t}}, \quad R_t > 1. \quad (2')$$

Kitérő: 1991-ben a Magyarországon terjesztett világbanki szakértői anyagban, amelyet az OTP akkori szakértői megmutattak nekem is, tökéletes előrelátás szerepelt, s ez jogosan csökkentette az anyag vonzerejét.

A reálváltozók definíciója értelemszerűen módosult:

$$b_t = \frac{B_t}{P_t} \quad \text{és} \quad d_t = \frac{D_t}{P_t}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3')$$

és

$$d_t = \frac{R_t}{p_t} \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{B_t}{P_t}, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Általánosítva a reálkamatszorzó $r = R_t/p_t$ képletét, a reáldinamika:

$$d_t = r d_{t-1} - b_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (4')$$

A valóságban a reálkamatláb is változik, de sokkal lassabban, mint a nominális, ezért ettől a bonyodalomtól eltekintünk. Az indexált törlesztés egyenletei változatlanok. Fel kell adnunk azonban a reáljövedelmek állandó növekedési ütemének feltevését.

FAUSZT JUDIT

Érzelmek a döntések hátterében

Módszertani lehetőségek a viselkedés-gazdaságtani kutatások területén

Az érzelmek mérése régóta a viselkedés-gazdaságtani kutatások egyik központi témája, mivel a döntéshozatali folyamatokban betöltött szerepük megkérdőjelezi a kizárólag racionális megközelítések érvényességét. Az érzelemelméletek fejlődésével párhuzamosan számos módszertani megközelítés született, amelyek célja az érzelmi hatások feltárása. Jelen tanulmány nem az elméletek rendszerezésére vagy összevetésére törekszik, hanem arra fókuszál, hogy az elméleti háttér miként tükröződik a kutatások során alkalmazott mérési eszközökben. A technológiai fejlődés új lehetőségeket nyitott meg, ugyanakkor ráirányította a figyelmet a módszertani reflexió szükségességére is. Az érzelmek vizsgálata így egyszerre jelent mérési és értelmezési kihívást is.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: A12, D91, E71.

Kulcsszavak: érzelem, döntéshozatal, mérési eszközök.

Emotions behind decisions

Methodological opportunities in the field of behavioural economics research

JUDIT FAUSZT

The measurement of emotions has long been a central topic in behavioural economics research, as their role in decision-making processes challenges the validity of purely rational approaches. Alongside the development of emotion theories, several methodological approaches have emerged aimed at uncovering the influence of emotions. This study does not seek to systematize or compare the theories but rather focuses on how the theoretical background is reflected in the measurement tools applied during research. Technological advancement has opened up new possibilities, while also emphasizing the need for methodological reflection. The study of emotions thus presents both a measurement and an interpretational challenge.

Journal of Economic Literature (JEL) codes: A12, D91, E71.

Keywords: emotion, decision-making, measurement tools.

* Köszönettel tartozom *Hlédik Erikának*, aki témavezetőként segítette a jelen tanulmány megírását.

Bevezetés

Az érzelmek mérése régóta kutatott terület mind a pszichológia, mind pedig a viselkedés-gazdaságtan tudományterületén. Az érzelmek döntéshozatalban betöltött szerepére, jelentőségére számos empirikus bizonyítékot találunk (Loewenstein, 1996; Rick & Loewenstein, 2008; Kahneman, 2012), de a gazdasági kutatásokban az érzelmek hatásának empirikus vizsgálata még mindig viszonylag alulreprezentált. Különösen igaz ez hazai viszonylatban.

Nemzetközi szinten számos tanulmány foglalkozik az érzelmek mérési lehetőségével (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Desmet, 2002; Poels & Dewitte, 2006; Winkielman et al., 2001). Emellett kiterjedt irodalma van annak is, hogy az érzelmek miként hatnak a döntési folyamatokra (Loewenstein, 1996; Kahneman, 2012; Petty & Cacioppo, 1986). A hazai gazdasági fókuszú kutatások azonban többnyire azt támasztották alá konkrét példákkal, hogy szükséges az érzelmek bevonása a közgazdasági elemzésekbe (Hámori, 1998; Csillag & Neszveda, 2020). További kutatások tárgya volt az érzelmek hatásának vizsgálata, valamint az érzelemmérési eszközök validálása is (Balázs et al., 2019; Deák, 2011; Koltay & Vincze, 2009; Nábrády, 2002a; Sajó, 2008). Ugyanakkor a viselkedés-gazdaságtani kutatások számára releváns, részletes módszertani elemzésre eddig hazánkban csak korlátozottan került sor.

Az elmúlt évek technológiai fejlődése révén számos olyan eszköz (például EEG, fMRI) vált elérhetővé a gazdaságtudományi kutatók szélesebb rétege számára is, amelyek lehetővé teszik az érzelmek azonosításának, erősségének és változásának mérését nemcsak az akadémiai, de az alkalmazott kutatási, illetve a vállalati gyakorlat szintjén is. Korábban az eszközök főként a konkrét érzellem azonosítására fókuszáltak (Izard & Malatesta, 1987; Plutchik, 1980), és többnyire az önbevallásos módszerek domináltak (Bradley & Lang, 1994; Desmet, 2002). Az új módszerekkel azonban nemcsak pontosabb kép kapható az érzelmi folyamatokról, hanem a felmérés időpontjában jelentkező érzelmi változások is vizsgálhatók, elősegítve a konkrét érzelmi változást kiváltó pillanat azonosítását.

Ezért a jelen cikk célja a gazdaságtudományi területen leggyakrabban alkalmazott mérési eszközök módszertani vizsgálata, a mérési eszközök előnyeire és hátrányaira, alkalmazási területeire, valamint az eszközök közötti választás során mérlegelendő tényezőkre helyezve a hangsúlyt. További cél annak azonosítása, hogy a különféle gazdasági fókuszú kutatási kérdések vizsgálatára mely mérési módszertan alkalmazása a leghatékonyabb, elkerülve a mérési módszertan pontatlanságából eredő esetleges torzítási hibákat.

Elméleti háttér

A viselkedés-gazdaságtani érzelmekutatás egyik alapvető nehézsége, hogy az érzellem fogalmára az elmúlt évtizedekben számos, egymással részben versengő definíció született, és mindegyik definíció akarva-akaratlanul együtt jár az érzelemelméletek

bizonyos feltevései melletti – sokszor implicit – elköteleződéssel. Emiatt olyan integratív fogalmi keret rögzítése szükséges, amely lehetővé teszi a különböző mérési megközelítések összevetését elméleti hierarchia felállításával.

Az elmúlt csaknem száz évben számos tanulmány született ugyan, amely megpróbálta csoportosítani az érzelmek fogalmával kapcsolatos kutatási eredményeket (English & English, 1958; Fantino, 1973; Kleinginna & Kleinginna, 1981; Plutchik, 1980), de egységes definíciót vagy domináns fogalmi irányt továbbra sem sikerült meghatározni. A különböző irányzatok eltérően értelmezik az érzelem kialakulását, annak jellegét, ami eltérő mérési módszerek alkalmazását eredményezi. Míg Carlson (1980) az érzelmek kialakulását önkéntelen fiziológiai, fizikai változásokra vezette vissza, addig a „darwini iskolát” követők (Balázs et al., 2019; Zaltman & MacCaba, 2007) az idegrendszeri működés eredményeként tekintenek az érzelmekre. A legtöbb empirikus kutatás azonban ahhoz az irányhoz kötődik, amely szerint az érzelem a kognitív értékelésből, a fiziológiai/neurológiai jelzések értelmezéséből ered (Deák, 2011; Derbaix, 1995).

Jelen tanulmány célja ugyanakkor nem egy elméleti taxonómia felállítása vagy az elméletek közötti állásfoglalás, hanem olyan módszertani áttekintés nyújtása, amely későbbi empirikus kutatások tervezését támogatja. Az áttekintés abból a feltevésből indul ki, hogy a konkrét kutatási kérdés és döntési kontextus (például időkorlát, érintettség) egyszerre befolyásolja az alkalmazandó érzelemelméleti keretet és a mérési eszköz kiválasztását. Így szándékosan nem választunk ki „elsődleges” elméletet. Ugyanakkor olyan munkadefiníció választása volt szükséges, amely lehetőséget biztosít a szakirodalomban megjelenő, sokszor egyetlen összetevőre (például a fiziológiai aktiválódásra vagy a kognitív értékelésre) koncentráló további definícióknak a saját kereten belüli értelmezésére. Valamint amelyik nem lezárja, hanem megnyitja a módszertani vizsgálatot azáltal, hogy láthatóvá teszi az érzelem sokszínűségét.

E célkitűzéshez illeszkedően Kleinginna és Kleinginna (1981) érzelemdefiníciója tűnik alkalmas kiindulópontnak, hiszen integratív módon fogja át az érzelem több, egymást kiegészítő aspektusát. A definíció így kellően tág ahhoz, hogy a különböző elméleti megközelítésekhez kapcsolódó mérési stratégiák egységes fogalmi térben legyenek összevethetők, miközben nem redukálja az érzelmet egyetlen dimenzióra. Ennek alapján e tanulmány az érzelmeket szubjektív és objektív tényezők komplex interakciójaként azonosítja, amelyek

„a) affektív élményeket, például izgalmi érzéseket, örömet/kedvetlenséget okozhatnak; b) kognitív folyamatokat, például érzelmileg releváns észlelési hatásokat, értékeléseket, címkézési folyamatokat hozhatnak létre; c) széles körű fiziológiai alkalmazkodást aktívalhatnak az izgalmi körülményekhez; és d) gyakran, de nem mindig kifejező, célorientált és adaptív viselkedéshez vezethetnek” (Kleinginna & Kleinginna, 1981, 355. o.).

A definícióból kiindulva e tanulmány a mérési eszközöket az alábbi három fő elméleti kategóriába sorolja:

- A *kognitív elméletek* szerint az érzelmek az egyénben lejátszódó fiziológiai és/vagy neurológiai jelzések értelmezésén, címkézésén keresztül alakulnak ki. Az értelmezés már önmagában az érzelmek tudatosulását eredményezi, azaz az egyén

tudja, hogy milyen érzelmet „élt át”, vagy azt gondolja, hogy tisztában van vele, még ha azt – például a társadalmi kíváncsiság miatt – elrejt is (Deák, 2011; Kleinginna & Kleinginna, 1981; Plutchik, 1980; Smith & Lazarus, 1993).

- *A fiziológiai elméletek* az érzelmek tudatossá válástól függetlenül létező jelentőségét hangsúlyozzák, és az érzelmek kialakulását az egyén önkéntelen fiziológiai reakcióira (mint például a bőrellenállás, a szívritmus vagy a légzés gyorsaságának változására) vezetik vissza (Kleinginna & Kleinginna, 1981; Watson, 1924).
- *A neurológiai elméletek* is a fiziológiai folyamatokból indulnak ki, de már az önkéntelen fiziológiai folyamatok változásainak (az arcizommozgásoknak vagy éppen az agyi aktiválódásnak) a hatását vagy eredményét vizsgálják. Az egyes érzelmek kialakulása jellemzően az agy különböző, egyedi területeinek és funkcióinak aktiválódását eredményezi, lehetőséget adva ezáltal a konkrét érzelem azonosítására (Balázs et al., 2019; Nábrády, 2002a).

A háromféle elmélet nem kizárja egymást, hanem az érzelmek eltérő elemzési szintjét (testi válaszok/fizikai jelek, agyi aktivitás/idegrendszeri jelzések, kognitív értékelés/élmény) jeleníti meg. Stout és Leckenby (1986), valamint Deák (2011) szerint a fiziológiai és neurológiai megközelítések főbb előnyei közé sorolandók, hogy alkalmazásukkal több érzelem azonosítható, és az érzelem kialakulásának időpontjában – akár azok tudatosulása nélkül (tudattalan érzelmi folyamatok) is – képesek mérni az érzelmeket. Ezzel szemben például Derbaix (1995) szerint a mindennapokban van idő a döntéssel kapcsolatos mérlegelésre, az érzelmek feldolgozására, így ilyen esetben nem a ténylegesen átélt, hanem a ténylegesen azonosított érzelmek hatnak a döntéshozatalra, ami a kognitív elméletet erősíti.

Az érzelemelméletek és a döntési kontextus kapcsolata

Kleinginna és Kleinginna (1981) komplex érzelemdefiníciójához illeszkedve e tanulmány alapfeltevése, hogy a konkrét döntési helyzet a mérési alkalmasságon és operacionalizálhatóságon keresztül határozza meg a követendő érzelemelméletet és így az alkalmazandó mérési módszertant. A döntési helyzet jellemzői nem az érzelemelméletek érvényességét rangsorolják, hanem azt jelölik ki, hogy az adott cél (azonosítás, intenzitásbecslés, időbeli lefutás stb.) mellett mely mérési megoldások tekinthetők leginkább alkalmasnak.

A döntési kontextus hatása az operacionalizálhatóságra

A jelen tanulmány alapfeltevésével összhangban a döntési kontextus többek között az operacionalizálhatóság révén befolyásolja, hogy az érzelem a döntési epizódban milyen formában ragadható meg, és ez ténylegesen mely érzelmi komponensek (kognitív értékelés, fiziológiai aktiváció, neurológiai reakciók) vizsgálatát teszi relevánssá.

Az információfeldolgozás módja és az érzelmek mérésének lehetősége

A viselkedés-gazdaságtan és a fogyasztói magatartás szakirodalmi szerinti döntési helyzetek egyik típusú kategorizálása az adott helyzethez kapcsolódó információ/inger feldolgozásának módja, valamint az ehhez szükséges kognitív erőforrás mértéke szerinti felosztás. A feldolgozás módját számos tényező befolyásolhatja: például az érintettség mértéke, az adott döntési helyzet komplexitása, értéke. Ennek alapján két, módszertanilag is különböző irány azonosítható: a racionális cselekvési modell, illetve a heurisztikus modell (Lu, 2024; Petty & Cacioppo, 1986). Az egyes kutatók eltérő elnevezést alkalmaztak ugyan, de a különbség elsősorban terminológiai, nem pedig koncepcionális. E tanulmányban Strack és Deutsch (2004) nyomán reflektív, illetve impulzív rendszerként azonosítjuk őket.

A reflektív rendszert részletes információgyűjtés és -értékelés jellemzi, ami nagyfokú kognitív erőforrást igényel. Ezzel szemben az impulzív rendszer előzetesen rögzült viselkedési mintákat, asszociációkat aktivál, alacsonyabb feldolgozási és értelmezési szinten. Az impulzív rendszer esetében az aktiváció történhet közvetlenül, tudatos gondolkodás nélkül (például önmagában a látvány vagy az illat által kiváltott hatás), valamint olyan reflektív, tudatos gondolkodásból, mint például egy felidézett emlék hatása (Strack & Deutsch, 2004). Ez a csoportosítás összhangban áll több, hasonló szisztémát követő modellel, mint például a kettősfolyamat-modell (Smith & DeCoster, 2000), a centrális-perifériás feldolgozási logikát követő *Elaboration Likelihood Model* (ELM) (Petty & Cacioppo, 1986), valamint ezek különböző változataival. Ezek szerint a döntési környezet (például az idődimenzió, a kognitív erőforrás iránti igény, az érintettség mértéke) meghatározza, hogy a kontrollált értékelés (reflektív rendszer) vagy az automatikus válaszmechanizmusok (impulzív rendszer) dominálnak-e az információfeldolgozási, döntéshozatali folyamat során. Ez viszont – az érzelmek operacionalizációján keresztül – már az érzelemelméletekre is hatást gyakorol.

A két rendszer viszonyát illetően nincs egységes tudományos álláspont. A reflektív-impulzív modell azonban az impulzív rendszert állandó tényezőként azonosítja (minden helyzet az impulzív rendszer aktiválódásával indul), miközben a rendszerek közötti párhuzamos működés mellett érvel (Strack & Deutsch, 2004). Emiatt a komplex értékelés biztosítása érdekében e tanulmány a döntési kontextust a reflektív-impulzív modell keretein belül vizsgálja.

Az első kategóriába azok a döntési helyzetek tartoznak, amelyekben a döntéshozónak van ideje mérlegelésre, információgyűjtésre, a döntés időben elnyújtott, és a döntés erősen érinti az egyént (Petty & Cacioppo, 1979). Ilyen kontextusokban a döntési kimeneteket gyakran a tudatosan átélt, reflektív módon (Strack & Deutsch, 2004) azonosított érzelmi állapotok jelzik előre megbízhatóbban, mint a tudattalan érzelmi reakciók. Ezt a megközelítést erősíti Derbaix-nak (1995) a tudatos érzelmek jelentőségével kapcsolatos érvelése is. Ebből következően ezekben a helyzetekben indokoltnak tekinthető a tudatos érzelmek mérésére fókuszáló, kognitív elméletekre épülő eljárások alkalmazása. Ugyanakkor az így gyűjtött adatok érvényességét befolyásolhatja az időbeli torzítás, különösen akkor, ha a mérés és a döntés között számottevő idő telik el, és a beszámolót közben újabb tapasztalatok, értelmezések módosíthatják (Mauss & Robinson, 2009).

A második kategóriát a gyors, azonnali és csekély erőforrást igénylő döntési helyzetek alkotják (Petty et al., 1983; Strack & Deutsch, 2004). Idesorolhatók például az impulzusvásárlások, illetve a széles választékból történő rutinszerű választások, különösen alacsony érintettség (involváltság) mellett. Ezekben a kontextusokban az érzelmek hatása gyakran tudatosulás nélkül, automatikus módon érvényesül, ami rövid feldolgozási időt és gyors döntést eredményezhet. Következésképpen a kizárólag kognitív elméletekre építő mérés (az elmélet „tudatos” alapfeltevése miatt) nem minden esetben ad megbízható előrejelzést, ezért módszertanilag indokoltabb lehet az automatikus, nem tudatos reakciókat rögzítő fiziológiai vagy neurológiai elmélethez kapcsolódó eszközök bevonása, akár kognitív elméletet követő eszközökkel kombináltan.

A döntéshozatal idődimenziójának érzelmet operacionalizáló hatása

A döntéshozatali helyzetek elemzésében módszertani szempontból indokolt megkülönböztetni a döntés pillanatában megjelenő közvetlen, illetve a cselekvés előre látható következményeihez kapcsolódó várható érzelmeket (Rick & Loewenstein, 2008). A várható érzelmek a döntési alternatívák következményeire irányuló előrevetítésből származnak. A döntéshozó „előre” társít érzelmi kimeneteket az egyes opciókhoz, majd ezek a döntést követően ténylegesen is jelentkezhetnek. Ily módon főként a reflektív rendszer mechanizmusához kapcsolódnak.

Ezzel szemben a közvetlen érzelmek, amelyek főként az impulzív rendszer mechanizmusához illeszkednek, a döntés pillanatában hatnak. Idetartoznak egyrészt a döntés tárgyához szorosan kötődő azonnali érzelmek (például a következmények végiggondolása nyomán fellépő azonnali félelem), másrészt az úgynevezett véletlen érzelmek, amelyek a szituáció külső, a döntés tartalmától független tényezőiből erednek (például pillanatnyi hangulat, háttérben szóló tévéműsor hatása). Ezek a „véletlen” érzelmek objektíven nem kapcsolódnak a döntés kimenetéhez, mégis módosíthatják például a választást, a véleményformálást vagy a kockázatészlelést (Rick & Loewenstein, 2008).

A két érzeletípus viszonyáról sincs egységes tudományos álláspont. Ez a bizonytalanság módszertani következménnyel jár: a kutatási kérdés és a döntési kontextus pontosítása nélkül nehéz előre megmondani, mely érzelmi komponens lesz domináns, és milyen mérési eljárás tekinthető optimálisnak.

De a várható érzelmek erősebben támaszkodnak kognitív értékelésre és előrevetítésre, ezért a jelen tanulmány többnyire a kognitív elméletekhez kapcsolódó mérésekhez kapcsolja őket. Ezt támasztja alá Derbaix (1995) tanulmánya is. A közvetlen érzelmek ezzel szemben akár tudatosulás nélkül is befolyásolhatják a döntést, ezért megragadásukhoz a fiziológiai és a neurológiai megközelítések eszköztára kínálhat pontosabb mérési alapot (Baumeister & Sommer, 1997; Loewenstein, 1996; Slovic et al., 1982). Ugyanakkor megjegyzendő, hogy a közvetlen érzelmek nem szükségképpen tudattalanok, így a tudattalan és a tudatos érzelmek együttes vizsgálhatósága érdekében célszerű a fiziológiai/neurológiai méréseket kognitív elméletet követő eszközökkel kombinálva alkalmazni.

A döntési kontextus hatása a mérési alkalmasságra

A mérési alkalmasság meghatározhatja, hogy az érzelem a konkrét döntési epizódban az adott eljárással mennyire mérhető érvényesen és torzításmentesen. A döntési kontextuson belül külön tárgyaljuk a mérés időzítését, mert az időzítés – az érzelemelméleti kerettől nagyrészt függetlenül – kutatástervezési döntésként alakítható, és alapvetően meghatározza az adatminőséget, valamint a lehetséges (például emlékezeti) torzítások mértékét. A mérési alkalmassághoz kapcsolódó további tényezők (például társas hatás, technikai feltételek) viszont eszközspecifikusak, ezért részletesen az egyes mérőeszközök tárgyalásakor mutatjuk be őket.

Kutatástervezés

Az érzelmek vizsgálatának tervezése során a kutatási célhoz és kérdésekhez igazodva több, egymással összefüggő döntést kell meghozni. Először tisztázni szükséges, hogy a vizsgálat tárgya elsősorban tudatos vagy tudattalan érzelmi folyamat-e.

E tanulmányban a tudatos (vagy tudatosan átélt) érzelemnek azt a szubjektíven átélt érzelmi élményt nevezzük, amelyet az ember érez és felismer, és amiről képes beszámolni. Viselkedés-gazdaságtani értelemben ez az érzelem már nemcsak „hat” a választásra, hanem mentális reprezentációként meg is jelenik (például tudatos kockázateszlelés formájában). Tudattalan (vagy nem tudatos) érzelmi folyamatnak pedig az tekinthető, amikor egy helyzet vagy emlék beindít egy érzelmi reakciót, amely fiziológiai, viselkedési és/vagy kognitív készenléti változásokat indít el, és a befolyásoló hatása kimutatható anélkül, hogy az egyén ezt szubjektív érzésként tudatosan megélné, vagy megbízhatóan beszámolna róla. Viselkedés-gazdaságtani jelentősége, hogy ennek alapján az érzelem már azelőtt hathat a választásra, döntésre, mielőtt tudatosulna (LeDoux, 2015). Megjegyzendő, hogy Damasio és Carvalho (2013) hasonló megállapításra jutott az *emóció (emotion)* és *érzés (feeling)* megkülönböztetésekor.

További eldöntendő kutatási kérdés annak meghatározása, hogy milyen típusú jelenségeket (kognitív értékeléseket, fiziológiai vagy fizikai jeleket, esetleg agyi aktivitást) kívánunk mérni. A korábbiakban kifejtettek miatt a mérés időzítése is kulcskérdés. Utólagos (visszatekintő) mérésről vagy folyamaton belüli adatfelvételtől van-e szó? Az utóbbi esetben folyamatos vagy bizonyos pillanatokhoz kötött rögzítés történjen-e? Milyen mértékű közreműködés várható el a kutatásban részt vevőtől: aktív közreműködés (önbevallás) vagy passzív részvétel (automatikus reakciók vizsgálata) a konkrét érzelem meghatározásában.

Dönteni kell továbbá a mérendő érzelmek operacionalizálásáról is, mint például a megközelítés módjáról (diszkrét vs. dimenzionális), a vizsgált érzelmek köréről, illetve számáról. Ezek a döntések a konkrét mérési eszközt, valamint a mérés pontosságát, a különféle torzító hatások érvényesülését is meghatározzák (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025).

A mérés időzítése

A kutatástervezés során alapvető kérdés, hogy az érzelmeket utólag, az inger/döntési epizód lezárulta után mérjük-e, vagy a folyamat során, valós időben rögzítjük a változásokat (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Poels & Dewitte, 2006).

Mivel utólagos mérés esetén a résztvevő már egy értelmezett, részben „címkézett” érzelmi élményről számol be (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Deák, 2011), a kognitív elméletekre építő módszerek alkalmazása indokoltabb választásnak tűnhet. Folyamaton belüli méréskor viszont az érzelmi válasz fiziológiai és neurológiai komponensei kerülnek előtérbe (Danner & Duerschmid, 2018). Így ilyenkor a fiziológiai és neurológiai elméletekhez illeszkedő eszközök (például fiziológiai reakciók, agyi aktivitás, fizikai kifejező jelek) alkalmasabbak lehetnek az érzelmi reakciók időbeli lefutásának és az érzelmet kiváltó pillanatoknak a megragadására.

Fontos kiemelni, hogy e tanulmány az ingerhez vagy döntési epizódhoz kapcsolódóan kiváltott érzelmekre fókuszál, és nem tárgyalja részletesen a kiinduló hangulat, illetve az előzetes érzelmi állapotok mérését. A várható érzelmek a döntést megelőzően formálódnak ugyan, elemzési szempontból mégis a döntési folyamat részének tekinthetők, mivel a lehetséges kimenetek előrevetítéséhez, az információfeldolgozáshoz kötődnek.

Végül az idő szerepe abban az értelemben is releváns, hogy ha a döntés és a viselkedés időben elválik, az érzelmi hatás jellemzően csökkenhet (Kunreuther & Kleindorfer, 1981) vagy torzulhat (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025). Ennek módszertani jelentősége egyfelől a kutatási célhoz illeszkedő adatfelvétel idejének tervezéséhez, másfelől a kapott eredmények értékeléséből származó következtetések, becslések óvatos értelmezéséhez kapcsolódik. Ha például a cél az adott inger által kiváltott érzelem motivációs hatásának vizsgálata, akkor az inger „érzékeléséhez” az időben minél közelebbi időpontban folytatott felmérés mutathat relevánsabb eredményt. Míg ha a kutatás az attitűdváltozás vizsgálatára irányul, akkor a visszaemlékezés-torzítás is hordozhat értékes információt a kutatók számára.

A diszkrét és a dimenzionális érzelmek elmélete

A mérendő érzelmek megközelítése szerint alapvetően két nagy irány különíthető el: a diszkrét érzelmek, illetve a dimenzionális megközelítés elmélete (Balázs et al., 2019; Deák, 2011). Míg az első irányt követők az érzelmek jelentőségét a cselekvésre való felkészítésben látják (Zakar, 2018), addig a dimenzionalista megközelítés a cselekvés „valószínűségét” vizsgálja. Mindkét irány egyaránt alkalmas az érzelmek empirikus vizsgálatának megalapozására, ugyanakkor eltérő operacionalizálást és mérési logikát igényelnek.

A diszkrét érzelmek 20. század közepétől terjedő, darwini hagyományokat követő elmélete szerint az érzelmek egymástól jól elkülöníthető csoportokba

sorolhatók, önmagukban vizsgálhatók és megfigyelhetők. E nézőpont szerint léteznek alapérzelmek, amelyek velünk születettek, gyorsan és többnyire önkéntelenül aktiválódnak, valamint jellegzetes kifejező mintázatokkal (például arc-kifejezésekkel) társulnak.

Ennek következtében az alapérzelmek mérését egyes szerzők kultúráról és életkortól részben függetlennek tekintik (Arnold, 1960; Ekman, 1972; Mowrer, 1960). A kultúrafüggőség kérdésében azonban nincsen konszenzus. A tranzakcióanalízis elmélete szerint az érzelmek csak kultúrában belül hordoznak egységes jelentést, mert az érzelmek jelentése és kifejezése tanult mintázatokon keresztül is szerveződik, így az értelmezés kulturálisan beágyazott (Nábrády, 2002b).

Az alapérzelmek számosságában sincs egyetértés az egyes kutatók között, viszont a leggyakrabban idézett felosztás az Ekman (1972) nevéhez fűződő hat alapérzelem. Az alapérzelmeket több szerző olyan állapotokként írja le, amelyek rövid időtartamúak, szubjektív élménnyel járnak, és kifejezésük nem feltétlenül igényli a kogníció magasabb szintű működését (Deák, 2011; Izard & Malatesta, 1987).

Ezen elméleti kiindulópont alapján a diszkrét érzelmek mérésénél intuitívan azt várhatnánk, hogy a jelen tanulmányban használt keret szerint elsősorban a fiziológiai és neurológiai elméletekhez kapcsolódó eszközök dominálnak. A mérőeszközök gyakorlati áttekintése azonban eltérő képet mutatott. A diszkrét érzelemelméleti logika leggyakrabban a kognitív (önbevallásos) és a neurológiai megközelítésekhez kapcsolódó módszertanokban jelent meg.

A diszkrét érzelmek elméletével szemben a dimenzionális megközelítés hívei szerint az érzelmek nem önmagukban, hanem különböző dimenziókon keresztül vizsgálhatók, és a dimenzióban elfoglalt hely határozza meg az adott érzelem hatását, irányát és erősségét (Bradley & Lang, 1994; Desmet, 2002; Izard, 2007). A szakirodalom leggyakrabban három dimenziót emel ki. A *valencia* (kellemesség/*pleasure*) elsősorban a kiváltott érzelem kellemes-kellemetlen jellegére, az *arousal* (éberség/intenzitás/izgalmi szint) a kiváltott aktiváció mértékére, a *kontroll* (dominancia) pedig a kiváltott érzelem ellenőrizhetőségére, szabályozhatóságára utal. A kontroll dimenzió jelentőségét több szerző vitatja (Deák, 2011; Desmet, 2002), így az egyes eszközök használatánál rendszerint el is hagyják. A *valencia-éberség* keret gyakran a motivációs rendszer szemléletével kapcsolódik össze (Russell, 1980). Ugyanakkor a kellemes vagy kellemetlen jelleg (*valencia*) önmagában nem garantálja a mozgósítót, illetve elkerülő viselkedés aktiválódását (Balázs et al., 2019; Russell & Barrett, 1999; Witte & Allen, 2000). Ezért az érzelem azonosításához legalább a *valencia* és az éberség együttes vizsgálata szükséges. A végső viselkedési válaszok értelmezésénél azonban a döntési kontextus további tényezőit is figyelembe kell venni (Lu, 2024; Russell & Barrett, 1999; Sajó, 2008).

Fontos kiemelni, hogy a diszkrét és a dimenzionális megközelítések viszonyáról nincs egységes tudományos álláspont. Izard (2007) például kifejezetten komplexen tekinti őket, míg Mauss és Robinson (2009) amellett érvelt, hogy a diszkrét érzelmek dimenzionális térben is megragadhatók. Ebből következően a konkrét mérőeszköz kiválasztása – még módszertani áttekintés esetén is – szükségképpen választást jelent a megközelítések között.

A mérési eszközök résztvevői aktivitás szerinti csoportosítása

A mérési eszközök csoportosításának egyik szempontja, hogy az adott módszer milyen mértékű aktivitást, közreműködést vár el a vizsgálatban részt vevőtől. A jelenleg elérhető eszközök két nagy csoportba sorolhatók, az *önbevalláson alapuló* (a továbbiakban: önbevallásos), valamint az *automatikus reakciók* (a továbbiakban: automatikus) csoportjába (Poels & Dewitte, 2006).

Az önbevallásos eszközök feltételezik, hogy az érzelmek legalább részben tudatosulnak, ezért jellemzően a kognitív megközelítésekhez illeszkednek. Főbb előnyeik közé sorolható, hogy a vizsgálat gyakran a mindennapi helyzetekhez közelebb álló, „természetesebb” környezetben is lefolytatható. Általában kevesebb erőforrást igényelnek, és az érzelmek azonosításában kisebb mértékben függnak külső szakértői értelmezéstől. Emellett a kutatásban részt vevőnek a kognitív felmérésekhez való viszonya is vizsgálható. Korlátjuk ugyanakkor, hogy az eredmények erősen függnek a résztvevők értelmezési és verbalizációs képességeitől. Idetartozik például az, hogy mennyiben tudnak különbséget tenni egyes érzelmek között, illetve az érzelem és az érzés fogalma között. Az önbevallások többnyire visszatekintő jellegűek, ezért megjelenhetnek emlékezeti és értékelési torzítások. A kognitív feldolgozás lehetősége – különösen időben késleltetett mérés esetén – módosíthatja a beszámolókat. A társadalmi elvárások (társadalmi kíváncsiság) hatása szintén torzíthatja az eredményeket. Végül az önbevallásos eljárások gyakran korlátozottabb érzelmekészletet fednek le, mint az automatikus reakciókat mérő eszközök.

Ezzel szemben az automatikus technikák többnyire azokat az érzelmi reakciókat mérik, amelyek nem vagy csak alacsony mértékű kognitív feldolgozáson mentek keresztül (Derbaix, 1995; Poels & Dewitte, 2006). E módszerek előnye, hogy alkalmazásuk során több érzelem figyelhető meg, az érzelmek különböző aspektusú vizsgálatát teszik lehetővé, valamint elősegítik az érzelmek biológiai háttérének pontosabb megértését is. Emellett differenciáltabb képet adhatnak az átélt érzelmekről, folyamatos érzelmireakció-mérést tesznek lehetővé, miközben kiszűrhetők a társadalmi elvárások és a kognitív feldolgozás hatása (Bradley & Lang, 2000; Deák, 2011; Derbaix, 1995; Ekman & Friesen, 1978; Poels & Dewitte, 2006).

A technikák alkalmazásának gyakorlati korlátja, hogy a mérés gyakran sok eszközt és humán erőforrást igényel, ezért költséges lehet. Több eljáráshoz laboratóriumi vagy erősen kontrollált környezetre van szükség, és a külső szakértő – például szubjektív véleményével – maga is befolyásolhatja a felmérés eredményét. További nehézség, hogy nem mindig választható szét egyértelműen az inger hatása és a figyelmi állapot változása. A mérési eredményeket pedig befolyásolhatják olyan külső tényezők is, mint a résztvevő aktuális pszichés és fiziológiai állapota (Derbaix, 1995; Poels & Dewitte, 2006). A viselkedés-gazdaságtani kutatásokban alkalmazott főbb érzelemmérési eszközöket összegző áttekintő táblázat a tanulmány interneten elérhető függelékében található (<https://ojs.mtak.hu/index.php/kszemle/article/view/21754/17972>).

A kognitív elmélethez kapcsolódó eszközök – önbevallásos módszerek

A gazdasági szemléletű kutatások döntő többsége a kognitív irányt követi, a hozzá kapcsolódó elsődleges eszközök (önbevallásos módszerek) dominanciája mellett. Az önbevallásos módszerekhez tartozó technikák az átélt érzelmi élmény szubjektív aspektusát, a tudatosan átélt érzelmi élményt ragadják meg, ezért a mérés a résztvevő aktív közreműködésére épül. A válaszadó feladata tipikusan az átélt érzelmek azonosítása és/vagy intenzitásának megítélése. Ezért ezeknél az eszközöknél különösen erősen érvényesülhet Hochschild (1979) koncepciója a helyzetértelmezés társas beágyazottságáról: az érzési szabályok („az adott helyzetben mit illik érezni?”) és a kifejezési szabályok („az adott érzelmet mennyire elfogadható kimutatni?”) torzító hatása. A válaszokat az is befolyásolhatja, hogy a döntési helyzetben kik vannak jelen, illetve mennyire észlelt a társas kíváncsiság kockázata.

Az önbevallásos módszerek fontosságát támasztja alá Derbaix-nek (1995) a tudatos érzelmek jelentőségét, valamint az értékelésre jutó időt hangsúlyozó érvelése is.

Az önbevallásos eszközök között egyaránt megtalálhatók a dimenzionális megközelítést és a diszkrét érzelemelméletet követő módszerek. A dimenzionális eszközök elsősorban a *valencia* (kellemes–kellemetlen) és az *éberség* (aktiváció/intenzitás) mentén írják le az érzelmi állapotot (Deák, 2011; Stout & Leckenby, 1986). E megközelítés akkor előnyös, ha a kutatási kérdés középpontjában az áll, hogy az adott inger (reklám, termék stb.) a dimenzionális megközelítés alapján kellemes vagy kellemetlen érzetet váltott-e ki (valencia), valamint milyen intenzitással (éberség) volt jelen. Ennek eldöntése már verbalizáció nélkül is magában foglal egyfajta értékelést.

Ezen eszközök előnye, hogy gyorsan és költséghatékonyan alkalmazhatók, valamint széles körben standardizálhatók. Hátrányuk a kognitív „szűrő” és a társas kíváncsisági szempontokból fakadó torzítás, amely a válaszadói feldolgozásban és a válaszadásban egyaránt megjelenhet (Goncalves et al., 2024; King & Bruner, 2000). További hátrányuk, hogy szubjektív beszámolókra épülnek, amelyek sok esetben pontatlanul közelítik azokat az érzelmi folyamatokat, amelyek automatikusak, gyorsak, illetve nem igényelnek expliciten megfogalmazott „címkézést” (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Poels & Dewitte, 2006; Winkler et al., 2023). Ugyanakkor Mauss és Robinson (2009) kiemeli, hogy az időzítés különösen kritikus. A visszatekintő (retrospektív) torzítások mérséklésére az önbevallásos eszközöket a döntési helyzethez időben közeli felmérések során célszerű alkalmazni.

Módszertani szempontból célszerű megkülönböztetni az utólagos, visszatekintő verbális, illetve vizuális technikákat, valamint a folyamatba épített, pillanatról pillanatra történő beszámolóra építő eljárásokat.¹

¹ E technikák lényegét is bemutatja cikkünk honlapunkon elérhető függeléke: <https://ojs.mtak.hu/index.php/kszemle/article/view/21754/17972>

Verbális technikák

A verbális módszerek között a diszkrét, illetve a dimenzionális megközelítésen alapuló eszközök mellett külön csoportot képeznek a „megközelítéstől független”, szabadmezős, nyitott kérdésre épülő megoldások is. Ezek nem előre rögzített érzelmekészletre építenek, hanem a válaszadó megfogalmazására bízzák az élmény leírását, így elsősorban feltáró (exploratív) célokra alkalmasak.

A verbális technikák közül a legelterjedtebbek a diszkrét érzelmekategóriákra épülő skálák, például az Izard-féle (1977) differenciálskála (*Differential Emotion Scale*) vagy Plutchik (1980) *Emotion Profile Indexe*. Ezek az eszközök különösen jól használhatók, ha a kutatási kérdés konkrét érzelmek (például öröm, félelem, harag) jelenlétére, arányára vagy intenzitására irányul. Ilyen lehet például egy reklám vagy termékélmény „érzelmi profiljának” feltérképezése, illetve az érzelmi összetevők egybevetése alternatív döntési keretek között.

De dimenzionális megközelítést alkalmazó verbális technikák is elérhetők, amelyek az érzelmi állapotot néhány – jellemzően eszközönként eltérő – dimenzió mentén írják le. Ilyen például az Osgood-féle skála (1957). Ezek azoknál a gazdasági kutatási kérdéseknél alkalmazhatók jól (Poels & Dewitte, 2006), ahol nem az érzelmecímke, hanem az érzelmi (affektív) irány és erősség (például márkaattitűd, termékértékelés, élményminőség vagy üzenethatás).

Ezen eszközök előnye a standardizált, gyors és nagy mintán is megvalósítható adatfelvétel, valamint az egyszerű statisztikai összehasonlíthatóság. A diszkrét értékelő skálát alkalmazó eszközök az előre rögzített kategóriákkal könnyebb kiértékelhetőséget biztosítanak, miközben a címkézésből fakadó szemantikai bizonytalanság és a verbalizációs nehézség módszertani korlátot jelenthet.

Népszerű eszköz a *szabadmezős technika* – azon belül is a legelterjedtebb eszközök a nyitott kérdések – alkalmazása, amely nem korlátozza a válaszadás értékelését, részletes információgyűjtést biztosít, miközben feloldja a verbális megfogalmazási és szemantikai problémákat. Hátránya a szubjektív leírás és az utólagos tartalomelemzés, illetve, hogy használatakor sok esetben nem érzelmet, hanem véleményt fogalmaz meg a válaszadó (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Poels & Dewitte, 2006).

A verbális technikák elsősorban akkor indokoltak, amikor a kutatási kérdések tudatos értékelések (például üzenethitelesség, megértés, attitűdök) feltárását célozzák (Batra & Ray, 1986; Derbaix, 1995; Holbrook & Batra, 1987; Hunt, 2015; Poels & Dewitte, 2006). E mérések jellemzően a valencia dimenziójában informatívak, ezért dimenzionális, különösen vizuális eszközökkel is hatékonyan kombinálhatók (Morris et al., 2002).

Vizuális technikák

Számos kutatás vizuális eszközök (különbéle ábrák, képek, piktogramok) alkalmazásával jeleníti meg az érzelmeket. Az egyik legkorábbi vizuális eszköz a diszkrét elméletet követő Plutchik (1980) érzelmekereke (*Wheel of Emotions*), amely nyolc

elsődleges és azokból származtatott érzelmek, a közöttük fellépő kapcsolatok vizsgálatát biztosítja. Az eszköz az elsődleges érzelmek rendszerezésével támogatja az érzelencímkeztést, és így elsősorban akkor hasznos, ha a kutatás célja a reakciók kategorizálása (például fogyasztói élmények vagy reklámreakciók feltérképezése).

A dimenzionális irányhoz kapcsolódóan kiemelendő a *Self-Assessment Manikin* (SAM) technika (Bradley & Lang, 1994), az erre épülő AdSAM eszköz (Morris et al., 2002), valamint a *Product Emotion Measurement Tool* (PrEmo) nem verbális önbeszámoló eszköze (Desmet, 2002). Ezek az eszközök tipikusan skálázott válaszadozt kérnek, de a válaszadozt nem nyelvi, hanem vizuális: „képek felismerésén” alapul. Emiatt jól illeszkedhetnek olyan gazdasági kutatási helyzetekhez, ahol gyors mérésre, heterogén mintára vagy alacsony verbalizációs készségű válaszadozt bevonására van szükség (például termékteszt, csomagolástereszt, online A/B tesztek kiegészítése, felhasználói élmény vizsgálata). A SAM három dimenzióban (valencia–éberség–kontroll), a PrEmo az érzelmek aktiválódására gyakorolt hatások relevanciájának köszönhetően már csak két dimenzióban (valencia–éberség) vizsgálja az érzelmeket (Deák, 2011; Desmet, 2002). Néhány ilyen eszköz abból a feltevésből indul ki, hogy az érzelmek univerzálisak, és az emberek képesek őket arckifejezésekhez kapcsolódó ábrákból, képekből felismerni (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025).

Az *emojik*, hangulatjelek is alapvetően a vizuális technikák közé sorolhatók, megbízható alkalmazhatóságukat azonban számos vita övezi (Jaeger et al., 2021). Széles körű, hétköznapi használatuk egyszerűsítheti ugyan az érzelmek kifejezését vagy felismerését. Az *emojikat* ritkán használók azonban értelmezési gondokkal küszködhetnek, illetve az életkor változásával változhat az értelmezésük is (Jaeger et al., 2018; Schouteten et al., 2023). Az érzelmek mérésének egyszerű, olcsó gyakorlati alkalmazásai széles körben elterjedtek. Ilyen például a szolgáltatásminőség gyors elégedettségmérése, amikor repülőtereken vagy kiskereskedelmi egységekben kihelyezett terminálokön a válaszadozt jellemzően ötfokú, piktogramokkal (*smiley*) jelölt skálán jelzik, mennyire elégedettek az adott szolgáltatással. Emellett a Microsoft (2025) is kínál olyan ügyfélszolgálati megoldást (*Dynamics 365 Customer Service*) vállalatoknak, amely valós időben képes érzelm- és hangulatelemzést végezni.

A vizuális technikák alkalmazásának egyik fő előnye, hogy már tudják kezelni az önbevallásos módszerek tipikus korlátainak jelentős részét (verbalizációs nehézség, unalom, válaszadoztai elkalandozt stb.). Ezen túlmenően kultúra- és életkorfüggetlen vizsgálatokat tesznek lehetővé, valamint mérsékelhetik az önvizsgálat szükségességét. Ezen eszközökkel a konkrét érzelmek anélkül is megragadhatóvá válnak, ha a használt képek, figurák csak tudat alatt jelennek meg a befogadóónál (Desmet, 2002; Poels & Dewitte, 2006). Ez azonban nem jelenti automatikusan azt, hogy a tudatos érzelmek ne lennének vizsgálhatók velük, hiszen elősegítik, hogy a válaszadozt gyorsabban és kevesebb nyelvi közvetítéssel adjon számot a reakciójáról. További előnyük, hogy „a hétköznapi helyzetekhez analóg formában bemutatott ingerek erőteljesebb érzelmi reakciókat váltanak ki, mint a nyelvi eszközökkel történő leírás” (Deák, 2011, 30. o.).

Hátrányuk, hogy önbeszámoló módszerek, így csak az érzelmi reakció észlelését, a szubjektív érzelmeket tudják mérni, ezért a kognitív szűrő és a társas kíváncsisági

torzítások itt is megjelenhetnek (Poels & Devitte, 2006). További hátránnyként róható fel a vizuális technikák által vizsgálható érzelmek körének szűk volta: a legtöbb eszköz csak azokat az érzelmeket képes megragadni, amelyekhez explicit vizuális ábrázolás tartozik. Ezalól az olyan technikák jelenthetnek kivételt, amelyek nem konkrét érzelmeket (mint a PrEmo), hanem dimenziókat vizsgálnak, mint például a SAM technika. Az első esetben a konkrét érzelmekészlettel dolgozó eszközök „gazdagabb” kategóriainformációt adhatnak (például melyik érzelem aktiválódott), de a kutatás tervezésekor el kell dönteni, hogy mely érzelmek felmérése releváns. A dimenzionális eszközök rugalmasabbak és könnyebben összevethetők, viszont az eredmények értelmezése összetettebb, mert több különböző érzelem is azonos *valencia*–*éberség* (esetenként dominancia) tartományba eshet, ami nehezítheti az eredmények értelmezését.

Pillanatról pillanatra történő beszámolóra építő technika

Ez a dimenzionális alapú technika az adott inger által kiváltott érzelmi állapotot valós időben képes vizsgálni. A résztvevő egy semleges referenciaponthoz képest a kurzor vagy a ceruza balról jobbra történő mozgásával tudja kifejezni az átélt érzelem erősségét, annak pozitív vagy negatív valenciáját. Így az érzelmi reakció nem utólagos összegzésként, hanem időbeli lefutásként ragadható meg (Baumgartner et al., 1997; Poels & Dewitte, 2006). A reklámkutatásban legelterjedtebb eszközök a papírceruza alapú „*warmth monitor*” (Aaker et al., 1986), valamint a szoftveres környezetben használható, kurzoralapú „*feelings monitor*” (Baumgartner et al., 1997). Módszertani szempontból mindkettő ugyanazt a logikát valósítja meg. A válaszadó folyamatos skálán ad visszajelzést a reakció időbeli alakulásáról. Ez különösen akkor illeszkedik jól gazdasági kutatási kérdésekhez, amikor a döntés vagy attitűd kialakulása gyors, impulzív, illetve az inger döntésepizód-időben tagolt (például videó, tévéreklám). Ilyen helyzetekben a reakció sokszor nem igényel jelentős tudatos feldolgozást, és a hatás akár alapérzelmekhez kapcsolódó, automatikus komponenseket is tartalmazhat (Hazlett & Hazlett, 1999; Poels & Dewitte, 2006).

A módszer előnye – az olcsó és könnyű használat mellett – az, hogy azonnali, valós idejű és folyamatos felmérést biztosít, valamint az érzelem észlelése mellett azonosíthatók azok a pillanatok, amikor megváltozott a reakció vagy annak intenzitása (például csökkent a félelem). A *warmth monitor* sajátossága, hogy a *warmth* (pozitív tónus) mint konstrukció könnyen összemósódhat a vizsgálat tárgyával (például tetzés, attitűd, kedveltség), ami validitási kérdéseket vet fel. De a pozitív érzelmek általános jelzőjeként, ha a kutatási cél kifejezetten a pozitív érzelmi bevonódás nyomon követése, jól működhet (Poels & Dewitte, 2006).

E technika főbb hátránya, hogy az utólagos vizsgálati módszerekhez képest „kevésbé” természetes vizsgálati környezetet eredményez, a mérés informatikai eszközöket igényel, illetve a külső értékelő hatása befolyásolhatja az eredményt. Emellett egyfajta kognitív feldolgozás ebben az esetben is végbemegy. A résztvevőnek egyszerre kell befogadnia az ingert és monitoroznia a saját állapotát, ami különösen komplex vagy gyorsan váltakozó tartalmaknál mérési zajt okozhat.

Gyakorlati, etikai, adatvédelmi útmutató

Az önbevallásos eljárások alkalmazása akkor javasolt, ha a kutatási kérdés tudatos értékelésre épül (például elégedettség, márkaattitűd, mérlegelést igénylő választás), és cél a nagy mintás, költséghatékony adatfelvétel. Érvényességüket ugyanakkor korlátozhatják a kognitív és időbeli torzítások, ezért gyakran indokolt több önbevallásos eszköz kombinálása, illetve automatikus mérésekkel való kiegészítése. Tudattalan hatások (például impulzusvásárlás) és epizódon belüli érzelmi lefutások (például ügyfélélmény kritikus pontjai) esetén önmagukban jellemzően nem elegendők. Tipikus hibaforrásként azonosítható a társas kíváncsiság hatása, a verbalizációs nehézség, az emlékezeti torzítás, valamint a vizsgálható érzelmek körének korlátozottsága (előzetesen rögzített érzelmerkészlet). Ezek többek között anonim/online kutatási környezettel, standard instrukciókkal, rövid időzítési távolsággal, verbális nehézségek esetén vizuális eszközök bevonásával mérsékelhetők.

Etikai-adatvédelmi elvárások • Ezeknél a vizsgálatoknál is biztosítani kell az önkéntességet, az anonimitást és a megszakítás lehetőségét. Előzetesen rövid, de egyértelmű tájékoztatást szükséges adni a kutatás céljáról, az adatkezelés módjáról és az eredmények felhasználásáról. Érzékeny témák esetében indokolt a kockázatok minimalizálása (például semleges megfogalmazás, kihagyható kérdések), valamint szükség esetén támogató információk (például segítségkérés lehetőségének) megadása. Az adatgyűjtésben a célhoz kötöttség és az adattakarékosság elve irányadó.

Módszerválasztási javaslat • Magas involváltságú, időben elnyújtott döntéseknél elsődlegesen önbevallásos mérés javasolt, lehetőleg a döntési epizóddhoz időben közel, és szükség esetén automatikus validációval kiegészítve.

Fiziológiai és neurológiai megközelítéshez kapcsolódó eszközök – automatikus reakciók mérési módszerei

Az érzelmek neurológiai és fiziológiai alapú azonosítása olyan automatikus mérési módszereken alapul, amelyek objektív, testi reakciók rögzítésével következtetnek az érzelmi folyamatokra. E megközelítés az idegsejtek, izmok vagy mirigysejtek működésében megjelenő változások mérésére épít (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Damasio & Carvalho, 2013). Így fiziológiai paraméterek, agyi reakciók, illetve arckifejezések és egyéb fizikai jelek elemzése is lehetővé válik (Danner & Duerrschmid, 2018). A vizsgálat kivitelezése gyakran igényel minimális résztvevői együttműködést (például szenzorok viselése, instrukciók követése), ugyanakkor az érzelem tudatos megnevezése és az érzelmet kiváltó pillanat szubjektív azonosítása nem szükségszerű feltétele a mérésnek. Az utóbbi években egyre több olyan megoldás terjedt el, amelyek nem igénylik a résztvevő aktív közreműködését; ilyen például az ügyfélszolgálati hívások intonációalapú elemzése. E módszerek nem a tudatos (és kifejezett) érzelmeket, hanem a résztvevő kontrollján legalább részben kívül eső, adott időpontban bekövetkező, átmeneti testi reakciók megjelenését mérik (Deák, 2011; Stout & Leckenby, 1986). Így különösen alkalmasak olyan érzelmi folyamatok feltárására, amelyek nem követelik meg a konkrét címkézést (Poels & Dewitte, 2006), ami csökkenti a kognitív feldolgozás (például az emlékezés) torzító hatásait (Verhulst et al., 2020). E módszerek legfontosabb előnye, hogy az objektív mérések

egy adott időpontban jelentkező, átmeneti testi reakciókról nyújtanak információt. Úgy alakíthatók ki, hogy valós időben rögzítsék az érzelmi reakciókat, és ezáltal láthatóvá tegyék azok időbeli változásait is (Bastiaansen et al., 2019). Ez viszont további kutatási irányoknak nyit teret (amilyen például az érzelmi eltolódás hatásának vizsgálata). Bár eltérés mutatkozik a különböző érzelemelméletek követői között annak megítélésében, hogy ezek kultúrafüggetlen vizsgálatot biztosítanak-e, abban valamennyien egyetértenek, hogy minden érzelem valamilyen testi reakciót is kivált, s mint ilyen, lehetőség van rajtuk keresztül vizsgálni a kiváltott érzelmi reakciókat (Bagozzi, 1991; Winkielman et al., 2001).

Izard és Malatesta (1987) tanulmánya alapján a fiziológiai megközelítésekhez elsődlegesen a diszkrét érzelemelméletek kapcsolhatók, ugyanakkor a gyakorlati kutatásokban az automatikus módszerek jelentős része dimenzionális keretben (különösen éberség/aktiváció) értelmezi a mért jeleket. E módszerek sajátossága, hogy az érzelmek azonosítása, kiértékelése az egyéntől függetlenül, egy külső megfigyelő (humán, gépi eszköz vagy mesterségesintelligencia-alapú szoftver) révén történik.

A szakirodalom az automatikus módszereket több kategóriába sorolja (Bastiaansen et al., 2019; Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Lim, 2018). Az egyik nagy csoportba tipikusan olyan fiziológiai reakciók vizsgálata tartozik, mint a szívfrekvencia vagy a galvános bőrreakció (Caruelle et al., 2019). A fizikai jelek mérése a beszédhez és arckifejezésekhez, testmozgáshoz kapcsolódó jelek elemzésére szolgáló eljárásokat foglalja magában (Bell et al., 2018; Jasielska, 2011). Míg végül a harmadik kategóriába olyan eszközök tartoznak (például fMRI, EEG), amelyek az agyi aktivitást mérik (Guixeres et al., 2017; Khondakar et al., 2024; Sabio et al., 2024).

Tanulmányunkban e felosztás logikájához illeszkedve három, módszertanilag elkülöníthető csoportot tárgyalunk, az egyes érzelemelméletek szerinti csoportosításban. Ezek 1. a fiziológiai paramétereket rögzítő fiziológiai vizsgálati eszközök; 2. a fizikai jelekre (például arckifejezés, beszéd/intonáció, testtartás) épülő, érzelemkifejezést mérő megoldások; valamint 3. az agyi aktivitást mérő eszközök. E kategóriák együttesen ragadják meg az automatikus mérési megközelítések fő logikáját, a valós idejű, átmeneti testi reakciók objektív rögzítését és az ebből az érzelmi folyamatok természetére és időbeli lefutására vonatkozóan levont következtetéseket.

A fiziológiai elmélethez kapcsolódó eljárások – fiziológiai vizsgálati eszközök

A fiziológiai eljárások alkalmazása a pszichológia és az idegtudomány területéről terjedt át a fogyasztói és gazdasági kutatásokba. Ezek az eszközök a perifériás (agyon kívüli) idegrendszeri aktivitás és a hozzá kapcsolódó fiziológiai változások (bőrellenállás, pupillatágulat stb.) mérésére épülnek (Lim, 2018). A fiziológiai elméletek szerint az érzelmek kialakulása az egyén önkéntelen fiziológiai változásaira, például a szívritmus, a testhőmérséklet, a légzés változására vezethető vissza, amelyek az aktiváció (éberség) izgalom komponenséhez kapcsolódnak, és annak az érzésnek a kiváltásáért

felelnek. Ennek megfelelően az ehhez a csoporthoz tartozó eszközök elsősorban az érzelmi aktiváció időbeli változásaira koncentrálnak.

Az idegtudomány ezen csoporton belül is megkülönbözteti az invazív, azaz beavatkozáson alapuló technikákat, valamint a nem invazív eljárásokat. Az invazív eljárások tipikusan beavatkozással járnak (ilyen például a gyógyszeres hatásvizsgálat). A nem invazív eljárások közé pedig azok az eljárások tartoznak, amelyek például „szabad szemmel” való megfigyelést tesznek lehetővé, mint amilyen a bőrpír vizsgálata, vagy valamilyen fiziológiai változást mérő eszköz (például vérnyomásmérő) használatával valósulnak meg (Deák, 2011). A gazdasági célú kutatásokban főként a nem invazív eljárások terjedtek el.

Ezek közé az eszközök közé sorolható például a bőr vezetőképességének, a bőrellenállásnak vagy a szívritmusnak és a pulzusszámnak a vizsgálata is. Módszertani szempontból mindkét vizsgálat a fiziológiai aktivációhoz kapcsolódik, ezért jól használhatók az éberség szintjének és időbeli lefutásának becslésére, de a konkrét érzélem vagy valencia meghatározására önmagukban nem alkalmasak. Míg a bőrellenállás mérése érzékeny az egyéni és a környezeti tényezőkre, és szigorú protokoll szerinti eljárást igényel, addig a pulzusszám mérése alacsonyabb eszközterheléssel is megvalósítható, így kisebb mértékben torzítja a vizsgálati helyzet természetességét.

Mindkét eszköz validitása erősen kontextusfüggő, mert számtalan más tényező (figyelmi terhelés, gyógyszeres kezelés, fáradtság stb.) is befolyásolhatja a mért jel alakulását (Poels & Dewitte, 2006; Hopkins & Fletcher, 1994). Főbb előnyük, hogy részletesebb és folyamatos képet ad(hat)nak az érzelmi folyamatokról, miközben alkalmazásukkal kiszűrhető a társadalmi elvárások és a kognitív feldolgozás torzító hatása (Danner & Duerschmid, 2018). Hátrányuk, hogy a jel nem egyértelműen „érzelemspecifikus”, ezért a konkrét érzélem azonosításához több eszköz együttes alkalmazása szükséges. Az értékelés szaktudást igényel, a laboratóriumi elrendezés, illetve a szenzorviselés reaktivitása (a mérés „tudata”) is módosíthatja a természetes reakciókat.

Többek között az eszközök elérhetősége miatt is az elmúlt évtizedben megnövekedett a fogyasztói érzelmeket fiziológiai reakciók mérésével vizsgáló kutatások száma (Caruelle et al., 2019). De az érvényességi és értelmezési problémák miatt módszertani következtetésként e méréseket elsősorban kiegészítő vizsgálatként javasoljuk más eszközök validálásának ellenőrzésére, illetve az inger döntési epizódja időbeli hatásintenzitásának ellenőrzésére. Hiszen az egyes eszközök jellemzően csak egy-egy reakciót mérnek. Például galvanométerrel mérhető az elektrodermális reakció, amiből következtethetünk az éberség szintjére (Caruelle et al., 2019; Sequeira et al., 2009), de nem nyújt információt a valenciáról (a kellemes–kellemetlen dimenzióról) vagy a konkrét érzélemről (Karmarkar & Plassmann, 2019; Li et al., 2015).

Gyakorlati, etikai, adatvédelmi útmutató

A fiziológiai módszerek módszertani értéke, hogy az érzelmi aktivációt a válaszadói kontrolltól viszonylag független jelzések alapján képesek követni. Különösen alkalmasak az éberség hirtelen változásait jelző időpontok azonosítására, amit önbevallásos eszközökkel gyakran nehéz megbízhatóan megragadni. Ugyanakkor önmagukban ritkán

adnak teljes képet, mert elsősorban az éberség szintjére érzékenyek, és korlátozottan informatívak a valencia vagy a konkrét érzelem tekintetében. Ezért célszerű előre rögzíteni, hogy mely fiziológiai jel mely döntési következtetéshez kapcsolódik, és az értelmezést kognitív (önbevallásos) adatokkal kombinálni.

A mérés érvényessége erősen protokollfüggő. Előzetesen tisztázni kell a feltételeket (például koffein- és alkoholfogyasztás, gyógyszeresedés). A személyes jelenlét társas kíváncsisági torzítást is kiválthat, ezért standardizált, diszkrét adatfelvétel, kiszámítható menetrend és minimális interakció javasolt. A tipikus hibaforrásokat (környezeti zaj, aktuális pszichofiziológiai állapot) protokollban szükséges kezelni, és indokolt esetben kontrollmérésekkel ellenőrizni.

Etikai-adatvédelmi elvárások • A résztvevőket előzetesen tájékoztatni kell az eszközökről, a mért jellegű aktivitásokról és a lehetséges kellemetlenségekről (például bőrirritáció). A részvételhez kifejezett hozzájárulás szükséges, és biztosítani kell a megszakítás lehetőségét. Az adatok kezelésében a célhoz kötöttség és az adattakarékosság elve irányadó; a nyers jelanyag hozzáférését korlátozni szükséges. A publikált eredményeknek aggregált, visszaazonosításra nem alkalmas formában kell megjelenniük.

Módszerválasztási javaslat • Ha a kutatási cél az érzelmi aktiváció időzítésének és éberségdinamikájának feltárása, a fiziológiai mérés indokolt, de értelmezését célszerű önbevallásos adatokkal ellenőrizni.

A neurológiai elmélethez kapcsolódó eszközök

A testi visszajelzések (reakciók) érzelmekben, illetve döntéshozatalban betöltött jelentőségének vizsgálata a 19. század végéig vezethető vissza. Lowe és Ziemke (2011), valamint Desmet (2002) szerint az érzelmek számos esetben a viselkedést megelőző, illetve azt kísérő testi változásokban „érhetők tetten”. A testi változások közül kiemelt figyelmet kapnak az arckifejezések, a hanghordozás (intonáció) és a testtartás (Bem, 1967; Ekman, 1972; Laird, 2007). Bár a legtöbb eljárás dimenzionális keretben értelmezhető (például aktiváció/intenzitás), az arcelelmzésen alapuló megoldások sok esetben diszkrét érzelmek kategóriák (például öröm, harag, félelem) felismerésére törekednek. E mérőeszközök két fő csoportja különíthető el:

1. Érzelemkifejezést közvetlenül mérő eszközök, amelyek a kutatásban részt vevő passzív részvételével, a fiziológiai folyamatok eredményeként megjelenő fizikai jeleket (például arckifejezés, hangjellemzők, testtartás) rögzítik.
2. Agyi aktivitást mérő eszközök, amelyek alkalmazása során az egyén maga is aktív részese a mérésnek, a mérés célja pedig az agyi aktiváció feltérképezése.

Közgazdasági kutatási kontextusban e megközelítések különösen relevánsak, ha a cél a spontán, gyors, azonnali reakciók megragadása (például reklám- vagy termékinger azonnali hatása), illetve, ha az önbevallásos mérés torzulhat (visszaemlékezés, társas kíváncsiság stb. hatására). Az érzelemkifejezést mérő eszközök korlátja ugyanakkor, hogy a kifejezés–érzelem megfeleltetés nem mindig egyértelmű, és a jelek kulturális, helyzeti és egyéni tényezőktől is függhetnek. Az agyi aktivitást mérő eszközök pedig jelentősen megnövelhetik a kutatási szituáció torzító hatását is.

Az érzelm kifejezést közvetlenül mérő eszközök

Módszertani szempontból ezek a „kifejezésalapú” eszközök hidat képeznek a fiziológiai és a neurológiai megközelítés között. Egyszerre támaszkodnak a testi reakciókra, és gyakran következtetnek mögöttes idegrendszeri folyamatokra. Az érzelm kifejezést közvetlenül mérő eszközök a fiziológiai folyamatok eredményét, a fizikai jeleket vizsgálják, de a kutatás alanyainak passzív részvétele mellett. E módszerek előnye, hogy akár az alany tudta nélkül is képesek érzelmi reakciókat rögzíteni, amivel csökkenthető a vizsgálati kontextus (vizsgálat helye, stressz stb.) torzító hatása, és javítható a kutatás prediktív értéke. Alkalmazásukkor az akadémiai kutatásokban szigorú etikai szabályoknak kell megfelelni, de a használatuk az üzleti életben is erősen szabályozott.

Arcizommozgást vizsgáló eljárások – az arc dekódolására alkalmas technikák • Az arcizom mozgását vizsgáló eljárások az arckifejezések és az arcizom-aktivitás (például homlokráncolás, szemöldökmozgás, ajak- és orrmozgások) alapján következtetnek érzelmi folyamatokra, akár humán kódolással, akár MI-alapú (szoftveres) elemzéssel (Bell et al., 2018). Az ezen eszközök használata mögött meghúzódó módszertani logika, hogy az arcizommozgások összekapcsolhatók érzelm kifejezési mintákkal. Az emberi arcon megjelenő érzelmek vizsgálatának legismertebb eszköze a diszkrét érzelmek elméletére építő *Facial Action Coding System (FACS)* rendszer, amely az arcizmok rándulásait kapcsolja össze valamilyen konkrét, diszkrét érzelmre való következtetéssel (Ekman & Friesen, 1978).

Az eszköz előnye, hogy az alapérzelmek viszonylag jól azonosíthatók, valamint kultúra- és életkorfüggetlen vizsgálatok végezhetők vele. Emellett valós idejű, természetes környezetben és a viselkedésbe való beavatkozás nélkül is elvégezhető a vizsgálat.

Megjegyzendő, hogy néhány kutató az arcizommozgásokra épülő érzelm mérést életkorfüggőként alkalmazza (Jasielska, 2011; Oster, 2003). Szerintük a kisgyermekeknél kevésbé kifejezettek az arcvonások, illetve a bőr alatti zsírszint magasabb, az idősebbek pedig kevésbé hajlamosak kimutatni az érzelmeiket, ami megnehezíti az érzelmek azonosítását, csökkentve a mérés pontosságát.

Ezen eljárások hátránya, hogy a mérés erősen függ a környezeti feltételektől (például a megvilágítástól vagy a kameraállástól), és a hatások kimutatásához jelentős aktivitásra van szükség, vagyis túl lágy reakciók mérésére (például a márka- vagy reklámmattitűdhöz kapcsolódó változások kimutatására) nem alkalmas (Derbaix, 1995). Ezt támasztják alá a különféle elektromiográfiai (EMG) vizsgálatok eredményei, amelyek olyan esetekben is kimutattak aktivitást, amikor az FACS-szal nem volt mérhető (Hazlett & Hazlett, 1999). A FACS-szal szemben, amely „csupán” az arcizmok rándulását vizsgálja, az EMG-vel az izmok „aktivitását”, pontosabban azokat az elektromos jeleket méri, amelyeket az izmok (esetünkben az arcizmok) összehúzódsukkor, illetve ellazuláskor váltanak ki (Deák, 2011). Módszertani következmény, hogy az EMG érzékenyebb lehet a mikroreakciókra, viszont nagyobb eszközigényű, és invazívabb élményt jelenthet a résztvevő számára.

Kiemelendő, hogy az arcizmok mozgása befolyásolhatja az érzelmek tényleges átélését, és annak intenzitását is módosíthatja (Darwin, 1965; Strack & Deutsch,

2004; Tomkins, 1981). Azaz a résztvevők a saját arckifejezésükből következtethetnek érzelmi állapotukra (Bem, 1967; Strack & Deutsch, 2004). Ez a kutatástervezésben azért fontos, mert a mérési helyzet (például saját arcképeének láthatósága, megfigyeltség érzete) vagy az arckifejezés tudatosulása (például tudja, hogy mosolyog) önmagában is módosíthatja a kifejezést, így közvetetten az érzelmi folyamatot is.

További hátrányuk e technikáknak, hogy elsősorban azok az érzelmek azonosíthatók velük megbízhatóbban, amelyekhez jellegzetes arcminiatúrák társulnak, és a kiértékelés (különösen humán kódolás esetén) képzett kódolókat igényel. Emellett az elmúlt évtizedek érzelmekutatásai az érzelmeket egyre inkább dinamikus, kontextusfüggő viselkedésmintázatként értelmezik (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025), ami módszertani kihívást jelent az arcizommozgást vizsgáló eljárások számára. Az MI-alapú szoftverek ugyanakkor ígéretes fejlesztési irányt jelenthetnek ezeknél a vizsgálatoknál.

Képek és videófelvevételek szoftveres kiértékeléséhez kapcsolódó eszközök • Az MI térnyerésével egyre több olyan szoftver érhető el mobiltelefonos vagy internetes alkalmazásként, amelyek képesek az arckifejezések automatikus és folytonos értékelésére. Ezek az eszközök a skálázhatóság miatt különösen vonzóak a gazdasági kutatásokban (például reklám- és tartalomelemzéshez), ahol a reakciók időbeli lefutása is releváns.

A szakirodalomban az egyik legtöbb hivatkozással rendelkező megoldás a Noldus Information Technology (a továbbiakban: Noldus) által kifejlesztett FaceReader, amely videó- vagy képalapon, az arckifejezésekből kiindulva képes becsülni az érzelmeket. A FaceReader az Ekman-féle alapérzéseket és a „semleges” állapotot képes vizsgálni, valamint valencia- és éberségmutatókat számolni (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; FaceReader Methodology Note, 2024; Mauss & Robinson, 2009).

Módszertani szempontból ezeknek az eszközöknek az erőssége, hogy nemcsak valamilyen érzelem jelenlétéről, hanem az érzelmi reakció időzítéséről is adnak információt. Ez jól illeszkedhet olyan kutatási kérdésekhez, ahol az inger, a döntés epizód-szerkezete fontos (például reklám jelenetei, termékhasználati lépések, szolgáltatási interakciók fordulópontjai).

Az elmúlt évek műszaki fejlesztésének köszönhetően több olyan kutatás is zajlott, amely az arckifejezést fiziológiai becslésekkel kombinálta. Ilyen többek között a FaceReader 8.1. változatával történő pulzusszámbecslés, amelyet a szoftver a bőr fényvisszaverődése alapján számol. Az empirikus eredmények vegyesek: egyes vizsgálatok elfogadható közelítést, mások mérési bizonytalanságot jeleznek (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Castillo et al., 2020). Ezért az ilyen kiegészítő becslések a jelenlegi eredmények alapján inkább ellenőrzésre, semmint önálló mérésre alkalmasak.

Ezzel szemben az üzleti gyakorlatban elterjedt másik szoftver, az Affectiva által kifejlesztett Emotion AI, amely a konkrét érzelmet az egyes arckifejezések (például a szemöldök ráncolása vagy felhúzása) súlyozott összegéből számítja. Az Emotion AI már kilenc érzelmek vizsgálatára képes (Affectiva, 2025).

Egyes multivállalatok kommunikációját vizsgálva megállapítható, hogy az MI-alapú arckódolás már a vállalati termékinnovációs folyamatokban is megjelent. Például a Coca-Cola (2024) MI-alapú arckódolást alkalmaz az új ízek és aromák kifejlesztésével kapcsolatos fogyasztói reakciók mérésére.

Ezen eszközök előnye, hogy egyszerre több érzelm azonosítható velük automatikusan és folytonosan, így az érzelmi folyamat, az érzelmek dinamikus viselkedésmintái is vizsgálhatóvá válnak. Emellett valencia/éberség mutatókat is számolnak. Ez különösen akkor hasznos, ha a kutatás célja a „hol és mikor vált ki reakciót” kérdés megválaszolása, nem pedig kizárólag egy összesített utólagos értékelés. Az eszközök legfőbb hátránya viszont, hogy csak az előzetesen betanított, szűk számosságú érzelm azonosítására képesek, így fogalmilag is korlátozott, szűrt érzelemértelmezést adnak. Emellett az eredmények érzékenyek a technikai és környezeti feltételekre (például kamera, felbontás, képkockaszám, megvilágítás, részleges takarás), ami jelentős mérési zajt okozhat. További hátrányuk, hogy ezek az eszközök a látható kifejezésmintákból következtetnek, ezért kevésbé érzékenyek a finom mikroreakciókra, illetve nem tudják elkülöníteni, hogy egy kifejezés milyen kontextusban (például irónia) jelenik meg. A gazdasági kutatások szempontjából ez azt jelenti, hogy a módszer önmagában korlátozottan alkalmas finom attitűdeltolódások vagy alacsony intenzitású reakciók mérésére.

Intonációt, hangadást vizsgáló eljárások • Az intonáció elemzése az érzelmkifejezés kevésbé kutatott területe. Folytak már ugyan vizsgálatok ezen a területen is (Bänziger & Scherer, 2005; Johnstone & Scherer, 2000), de a módszer megbízhatósága és általánosíthatósága több okból is vitatott.

Bänziger és Scherer (2005) például nem a kiváltott érzelm mérését, hanem az érzelmek esetleges intonációs sémáit vizsgálta, aminek módszertani jelentősége van. Az intonációban megbújó érzelmek azonosíthatósága az intonációs jegyek (hangmagasság, hossz, hangerő) olyan „szószedetének” összeállítását segítheti elő, amely később – például az MI használatával – közvetett érzelmi indikátorként használható. A gazdaságban ez elsősorban olyan szolgáltatási folyamatokhoz illeszkedik, ahol a kommunikáció hangalapú, és az érzelmi állapot gyors felismerése operatív döntéseket támogathat.

Ilyen gyakorlati alkalmazás az ügyfélszolgálati hívások rögzített beszélgetéseinek MI-alapú elemzése. A döntéstámogatás egyik lehetséges formája, hogy a rendszer a beszélgetéseket kulcsszavak és hangalapú érzelmi jelzések alapján rangsorolja, és jelzi, ahol a beszélő valószínűsíthető érzelmi állapota miatt visszahívás vagy épp magasabb szintű ügyintézői beavatkozás szükséges (Lakatos, 2022).

Az intonáció- és hangadásalapú vizsgálatok az éberség szintjének elemzéséhez kapcsolódnak, így főként a dimenzionális érzelmelméletet követik. Színészekkel végzett kutatás alapján például kiderült, hogy a magas éberségsszinttel jellemzett érzelmek (például félelem) magasabb hangmagasságot, az alacsonyabb éberségsszintű érzelmek (például szomorúság) pedig alacsonyabb hangmagasságot eredményeznek (Scherer et al., 1991). De Banse és Scherer (1996) arra a megállapításra jutott, hogy tíz akusztikai jellemzőt vizsgálva már pontosabban meghatározhatók az érzelmek,

mint önmagában a valencia–éberség dimenziókkal. A rendelkezésre álló eredmények vegyesek, és a módszer általánosíthatósága – a nyelvek különbözősége, a beszédhelyzetek és a minták sokfélesége miatt – további vizsgálatot igényel.

A módszer egyik fő korlátja az adat- és validálási probléma. Azaz a beszélő „valódi” érzelmi állapotára vonatkozó megbízható kognitív értékelések azonosítása nehéz, különösen természetes szolgáltatási helyzetekben. Ezt tovább bonyolítják a nyelvi, életkori és nemi különbségek, valamint MI-alapú megoldásoknál a tanítóadatok összetétele és torzítása (Ülgen Sönmez & Varol, 2024).

Legalább ilyen nehéz feladat az érzelmet kiváltó kontextus azonosítása és elkülönítése (például a tartalom, a helyzet és a kommunikációs stílus hatása), mert ugyanaz az akusztikai mintázat különböző helyzetekben eltérő jelentést hordozhat.

Testtartást és gesztusokat vizsgáló eljárások • A testtartás, a gesztusok a mimikához és a hangadáshoz képest gyakran kevésbé tudatosan kontrollált jelzések, az érzelmekkel kapcsolatos összefüggésben mégis kevés kutatás foglalkozik velük (Gottman & Krokoff, 1989; Pease, 1989). Ahmed és szerzőtársai (2019) ugyanakkor arra jutottak, hogy az egyes érzelmek jellegzetes testtartás- és mozgásmintázatokkal járnak. Így a kutatás csekély volta ellenére bizonyos érzelmeknél, mint a büszkeség vagy a szégyen, már azonosították a jellegzetes testtartási és viselkedési jegyeket.

E vizsgálati irány fejlesztése több alkalmazási területen (például biometrikus azonosítás, játékok, robotika, betegmegfigyelés) is releváns (Ahmed et al., 2019), de a gazdasági kutatások számára elsősorban a természetes viselkedés megragadása miatt érdekes. Ilyen lehet például az ügyfél és az ügyintéző közötti interakciók elemzése, üzleti tárgyalások nonverbális dinamikája vagy felhasználói tesztek, ahol a frusztráció/elégedettség jelei is feltűnhetnek. Módszertani korlát, hogy a testtartási és gesztusmintázatok erősen függenek személyes és kulturális jellemzőktől (például nem, kultúra), ezért az eredmények általánosíthatósága és összehasonlíthatósága korlátozott lehet (Ahmed et al., 2019). Ezeknek a torzító hatásoknak a jelentős része további mérési eszközökkel (például vizuális technikákkal, az arcizom mozgásának vizsgálatával) már többnyire kiküszöbölhető. Az eljárás további hátránya, hogy a kiértékelés nagy szaktudást igényel, és érzékeny a megfigyelési környezetre (kameraállás, térbeli korlátozottság, takarás, résztvevők elhelyezkedése). Előnye azonban többek között éppen a „természetes” környezetben végezhető felmérés, amellyel csökkenthető a kutatási szituációból eredő torzító hatás. Az MI-alapú eszközök használata nagy potenciált hordozhat az ilyen típusú technikák fejlesztésében. Ugyanakkor a passzív megfigyelés lehetősége komoly etikai és adatvédelmi kockázatokat vet fel, különösen akkor, ha a résztvevők nem észlelik a megfigyelés mértékét vagy célját. Álláspontunk szerint a testtartásra és gesztusokra építő kutatási technikák olyan kifinomult továbbfejlesztése szükséges, amelyben egyszerre érvényesül a kutatási szituáció torzító hatásának csökkenése és az egyének jogainak, adatainak védelme. Mindemellett az időhorizont jelentősége ezen technikák esetében további kutatást igényel. Hiszen a testtartás és a mozgásmintázat nemcsak pillanatnyi érzelmet, hanem tartósabb hangulati állapotot vagy fáradtságot is tükrözhet. Ezek elkülönítése a jövőbeli alkalmazások egyik fő módszertani feladata.

Gyakorlati, etikai, adatvédelmi útmutató

Az érzelemkifejezést közvetlenül mérő technikák a fizikai kifejezésmintázatokból (arc, hang, testtartás) következtetnek az érzelmi állapotra. Fő erősségük a gyors, stimulushoz köthető reakciók rögzítése, ugyanakkor megbízhatóságuk jellemzően azokra az érzelmekre korlátozódik, ahol a jel stabil és kellően intenzív. Finom attitűdtolódások esetén önmagukban gyakran nem elégségesek, ezért tipikusan önbevallásos és/vagy fiziológiai mérésekkel érdemes kombinálni őket.

Alkalmazásuk különösen indokolt, ha a spontán reakciók időzítése is kutatási cél (például reklám kulcsjelenetei, szolgáltatási interakciók kritikus pontjai), és a jelminőség standardizálható, illetve a kiértékelési protokoll előre rögzíthető. A tipikus hibaforrások közé tartozik a felvételi környezet (fény, kameraállás, hangminőség), az algoritmus- és tanítóadatfüggőség, valamint az egyéni sajátosságok; ezek standard protokollal, előzetes kizárási szabályokkal, jelminőség-ellenőrzéssel és kontrollmérésekkel mérsékelhetők.

Etikai-adatvédelmi elvárások • Az érzelemkifejezést közvetlenül mérő eszközök alkalmazásánál technológiailag lehetséges ugyan a passzív megfigyelés, de kutatási környezetben elengedhetetlen a résztvevők előzetes tájékoztatása és kifejezett hozzájárulása. Mivel az arc- és hangminták biometrikus jellegűek lehetnek, a nyers felvételek kezelése fokozottan kockázatos, ezért kerülni kell a tárolásukat. Ha ez mégis szükséges, azt rövid megőrzéssel és szigorúan korlátozott hozzáféréssel célszerű megoldani. Egyértelművé kell tenni a törlési lehetőséget, a hozzáférési jogosultságokat és az automatizált feldolgozás (profilalkotás) kereteit.

Módszerválasztási javaslat • Fontos tudnunk, hogy ezek az eszközök a gyors, stimulushoz köthető reakciók (például reklámjelenetek) esetében alkalmazhatók hatékonyan, de finom attitűdhatásoknál rendszerint csak kombinált mérési dizájnban adnak értelmezhető eredményt.

Az agyi aktivitást mérő eszközök

A különböző érzelmi reakciók eltérő agyterületeket aktiválnak, miközben egyes agyi régiók többféle érzelmi válasz esetén is konzisztensen aktivitást mutatnak (Damasio & Carvalho, 2013; Phan et al., 2004). Az agyi aktivitást mérő eszközök főként a klinikai és idegtudományi környezethez kapcsolódnak, viszont a műszaki fejlődés következtében egyes változataik a gazdasági és gazdaságpszichológiai kutatásokban is megjelentek. Ezek az eszközök akkor különösen relevánsak, ha a kutatási kérdés nem pusztán a résztvevő által bevallott élményre, hanem a döntés mögötti idegrendszeri mechanizmusokra vagy a reakciók előrejelzésére irányul (például reklámhatás, preferencia). A legismertebb eszközök a funkcionális mágneses rezonancián alapuló képalkotás (fMRI), valamint az elektroencefalográfia (EEG). Az fMRI a személyek agyi aktivitását vizsgálja, azaz, hogy az adott inger hatására vagy éppen a konkrét döntési epizód során mely agyi terület mutat aktiválódást. Ezt pedig az agyi véráramlás megváltozása révén észleli (Alsharif & Mohd Isa, 2024; Bell et al., 2018). Az EEG az agy elektromos aktivitását vizsgálja (különböző frekvenciasávokon és időbeli mintázatok alapján) milliszekundumos időbeli felbontásban (Khondakar et al., 2024; Sabio et al., 2024). A fogyasztói kutatásokban megjelentek hordozható EEG-változatok is (például fejpánt, sapka, fülbe helyezhető megoldások), amelyek növelik a gyakorlati

alkalmazhatóságot, de gyakran kompromisszumokkal járnak jelminőségben és megbízhatóságban (Moumane et al., 2024; Sabio et al., 2024).

A neuromarketing-kutatásokban mind az fMRI, mind az EEG használata során konkrét feladatokat végeznek el a kutatásban részt vevők, miközben az agyi aktivitásukat folyamatosan rögzítik (Lim, 2018). Mindkét eszköz jelentős erőforrásigényű, és speciális szakértelemmel rendelkező személy szükséges a vizsgálat lefolytatásához, valamint az eredmények kiértékeléséhez.

Módszertani összevetésben az EEG általában költséghatékonyabb és rugalmasabban szervezhető, mint az fMRI. Előnye a nagy időbeli, míg hátránya a kisebb térbeli felbontás. Az EEG egyik gyakorlati előnye, hogy kevésbé támaszkodik a válaszadói együttműködésre, így bizonyos – például társadalmi kíváncsiság hatására fellépő – torzítások kisebb szerepet kaphatnak, mint az önbevallásos eljárásoknál. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy mind az EEG, mind az fMRI esetében az „objektivitás” inkább a jel rögzítésére vonatkozik; az érzelmi jelentés hozzárendelése továbbra is erősen modell- és értelmezésfüggő (Bell et al., 2018; Guixeres et al., 2017; Lim, 2018; Venkatraman et al., 2015). Megjegyzendő, hogy a különböző EEG-eszközök eltérő pontosságúak, ami többek között az eszközök felhelyezésének nehézségére, az esetleges illeszkedési problémákra, valamint az ebből eredő „frusztráltabb mérési kiindulási állapotra” vezethető vissza (Moumane et al., 2024; Sabio et al., 2024).

A módszerválasztás a kutatási kérdés függvénye. Reklám- vagy stimulusidőzítésre érzékeny vizsgálatokban az EEG-t több szerző az fMRI-nél előnyösebbnek tartotta a költségek és az időbeli felbontás szempontjából (Goncalves et al., 2023; Khurana et al., 2021). Ezzel szemben prediktív célú kutatásokban Venkatraman és szerzőtársai (2015) több módszer (önbevallás, EEG, fMRI) kombinációját alkalmazva azt találták, hogy a reklámok hatásainak előrejelzésében az fMRI adta a legerősebb prediktív értéket.

Gazdasági kutatásokban kisebb számban más eljárások is megjelentek az érzelmek agyi aktivitásra gyakorolt hatásának feltérképezésére. Például végeztek méréseket magnetoencefalográfiával is (Ioannides et al., 2000), amely az agy elektromos aktivitása által létrehozott mágneses teret méri, 3D-s térképként ábrázolva azt.

Emellett számos további empirikus kutatásban alkalmaztak már különféle képalkotó diagnosztikai eljárásokat, például EEG-t termékpreferencia mérésére (Khusbaba et al., 2013; Prónay et al., 2022) vagy fMRI-t fogyasztói magatartás elemzésére (Venkatraman et al., 2015).

Fontos hangsúlyozni, hogy az agyi aktivitást mérő eljárások nem kizárólag laboratóriumi keretek között alkalmazhatók, hanem a vállalati innovációs folyamatokba is beépíthetők. Az Unilever például arról számolt be, hogy EEG-alapú mérésekre támaszkodva vizsgálja, milyen érzelmi és aktivációs válaszok társulnak bizonyos érzékszervi ingerekhez – elsősorban illathoz és érintéshez. A kapott jelzéseket a vállalat termékfejlesztési döntésekben hasznosítja, többek között kozmetikai termékek fejlesztése során (Unilever, 2025).

Egyes eredmények arra utalnak, hogy az agyi aktivitást mérő eljárások bizonyos helyzetekben (például preferencia-előrejelzés során) kiegészíthetik, sőt részben

felül is múlhatják az önbevallásos eszközök prediktív erejét. Alkalmazásuk azonban a gazdasági kutatásokban továbbra is korlátozott, ami többek között arra vezethető vissza, hogy az eszközök használata, a kapott eredmények kiértékelése idegtudományi szakértelmet igényel (Plassmann et al., 2015). Emellett az eszközök drágák, és használatuk jelentősen megnövelheti a kutatási szituáció torzító hatását, alkalmazásuk pedig számos etikai és személyiségi jogi kérdést vethet fel. A szakirodalomban megjelenik az az aggály is, hogy e módszerek a döntési preferenciák korai jelzéseit tehetik láthatóvá, ami különösen érzékeny felhasználási területeken (például célzott befolyásolás esetén) fokozott óvatosságot igényel (Goncalves et al., 2024).

Gyakorlati, etikai, adatvédelmi útmutató

Az agyi aktivitást mérő eszközök a döntési mechanizmusok és az információfeldolgozás idegrendszeri folyamatairól adhatnak részletesebb képet, ezért érdemi kiegészítői lehetnek az önbevallásos eljárásoknak. A fiziológiai mérésekhez hasonlóan hozzájárulhatnak olyan affektív folyamatok feltárásához is, amelyek nem tudatosulnak, vagy társas okokból elfedettek. Ugyanakkor technikai és kontextuális korlátaik miatt önmagukban ritkán nyújtanak teljes értelmezési keretet. A megbízható következtetések jellemzően önbevallásos és/vagy fiziológiai adatok bevonásával erősíthetők meg.

A gyakorlati kivitelezés szigorú protokollt (például az EEG esetében jelminőségi előfeltételeket, előzetes instrukciókat) igényel, ezért a résztvevőket egyértelműen tájékoztatni kell. A mérés és az adatértelmezés speciális idegtudományi szaktudást kíván. Célszerű előre rögzíteni, milyen döntési következtetéshez milyen idegrendszeri mutató szükséges, és önbevallással vagy fiziológia eszközökkel történik-e a validáció. A publikálható eredmények körét (mutatók, aggregálás, bizonytalanság) szintén előre érdemes meghatározni. Tipikus hibaforrás a jelminőség, az eszközillesztés, a protokolltól való eltérés, valamint a hibás elemzői döntések (előzetes feltételezés, szűrés, küszöbök). Részletes protokoll, jelminőségi kritériumok, valamint standardizált eljárás meghatározásával és önbevallásos/fiziológiai adatokra építő validációs mérésekkel növelhető a felmérés megbízhatósága.

Etikai-adatvédelmi elvárások • Az agyi aktivitás mérése etikai és adatvédelmi szempontból kiemelkedően érzékeny, mivel a jelekből a résztvevő számára nem tudatosult információkra, illetve akár egészségi állapotára vonatkozó következtetések is levonhatók. Ezért alkalmazása kizárólag akkor tekinthető elfogadhatónak, ha az a kutatási cél eléréséhez feltétlenül szükséges.

A résztvevőket egyértelműen tájékoztatni kell a mérés menetéről, a kinyerhető adatok köréről, a kockázatokról, a megszakítás lehetőségéről, valamint az eljárás korlátairól. Az adatkezelésben a célhoz kötöttség és adattakarékosság elve az irányadó: minimális adatgyűjtés, korlátozott hozzáférés a nyers adatokhoz, előre rögzített megőrzési és törlési szabályok szükségesek. A hibaforrások kezelését dokumentált protokollban célszerű rögzíteni, az eredményeket pedig kontrollmérésekkel indokolt megerősíteni.

Módszerválasztási javaslat • Az agyi aktivitás mérése csak akkor indokolt, ha a döntési mechanizmusokra vonatkozó többletinformáció üzletileg is releváns, és a kérdés megválaszolása nem biztosítható olcsóbb vagy kevésbé invazív módszerekkel; az értelmezéshez pedig jellemzően kombinált mérési módszer alkalmazása szükséges.

Következtetések és javaslatok

Az érzelmek mérésére alkalmazható eszközökkel kapcsolatban nincs egységes tudományos konszenzus. A módszerválasztás ezért szükségszerűen mérlegelés eredménye. Így a kutatási kérdés, a vizsgált érzelmi komponens(ek) (szubjektív élmény, fiziológiai aktiváció, kifejezésmintázat, agyi aktivitás), valamint a kivitelezhetőség (például idő, költség, kompetencia, adatminőség) egyaránt meghatározó.

A döntési kontextus nem pusztán „háttérfeltétel”, hanem az operacionalizálhatóság és a mérési alkalmasság révén közvetlenül is kijelöli, mely érzelemelméleti megközelítés és mely mérési módszertan alkalmazása tekinthető adekvátnak.

Az automatikus eszközök – azáltal, hogy a tudattalan érzelmek mérésére is alkalmasak – pontosabb képet adhatnak az érzelmi folyamatokról, mint az önbevallásos módszerek, de költségesek, sok erőforrást igényelnek. Használatuk nem mentes a torzító tényezőktől: egyfelől a laboratóriumi jellegű (vagy egészségügyi intézményt idéző) vizsgálati környezet, másfelől a felmérés okozta stresszhelyzet (a készülék felhelyezése, a megfigyeltség érzékelése stb.) is befolyásolhatja a vizsgálat eredményét (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Derbaix, 1995).

A kutatók többsége a vizsgálati módszertan összeállítása során egyetért a „minél több, annál jobb” elvvel mind az alkalmazandó eszközök, mind pedig az azonosítható érzelmek számát tekintve (Bradley & Lang, 2000). Ezzel szemben a módszertani áttekintés után azt állítjuk, hogy a módszerek kombinálása csak feltételes, a kutatási céltól és kontextustól függően indokolt – ha például validációs kényszer áll fenn, vagy több érzelmi komponenst kívánunk egyszerre értelmezni. Az egyes eszközök az eltérő definíciós és módszertani fókuszuk miatt az érzelmek más és más aspektusát ragadják meg, így a több eszköz együttes alkalmazása részletesebb és pontosabb képet adhat az érzelmi folyamatokról. Ezt támogatja az is, hogy a fiziológiai eszközök önmagukban jellemzően nem képesek a konkrét érzelem azonosítására, így az értelmezés több (akár eltérő elméleti illesztésű) mérés kombinációját teheti szükségessé.

A tudatos érzelmek hatása (Derbaix, 1995) az önbevallásos technikák megbízhatósága mellett szól, de nem lehet figyelmen kívül hagyni a társadalmi elvárások miatti torzítást (Hochschild, 1979), az emlékezeti torzítást, valamint azt az esetet sem, amikor a résztvevő szándékosan elrejtí a valós érzelmeit.

A mérési eszköz kiválasztásánál fontos szempont a döntési helyzet, valamint annak idődimenziója is. Ennek alapján:

- Olyan döntések esetében, amelyeknek hatásai nagymértékben érintik a résztvevőket, és amelyek mérlegelést igényelnek (időben elnyújtott információfeldolgozás), a döntést gyakran a ténylegesen azonosított, tudatosan átélt érzelmek írják le jobban, ezért az önbevallásos eljárások informatívabbak lehetnek.

- Gyors döntést igénylő helyzetekben, különösen alacsony következményű kontextusok esetén (például impulzusvásárlás, stimulushoz kötött mikro döntések) a hatás sokszor automatikus aktivációként jelenik meg, amelyet önbevallással nehéz időben és pontosan megragadni. Ilyenkor indokolt az automatikus – fiziológiai,

kifejezésalapú vagy neurális – mérések bevonása (Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk, 2025; Poels & Dewitte, 2006; Stout & Leckenby, 1986).

– A közvetlen érzelmek gyakran a döntési pillanathoz kötötten jelennek meg, ezért a valós idejű vagy közel valós idejű automatikus mérések ilyenkor előnyösebbek. A várható érzelmek azonban jellemzően kognitív feldolgozással kapcsolódnak a lehetséges kimenetekhez, ezért a strukturált önbevallásos eljárások illeszkedése erősebb lehet ezen érzelmek mérésekor (Rick & Loewenstein, 2008). Mindkét esetben kulcskérdés az időbeli torzítás. Ugyanakkor bizonyos kutatási célok (például tartós attitűd, hosszabb távú hatás felmérése) indokolhatnak késleltetett méréseket is (Mauss & Robinson, 2009).

Mint láthattuk, a konkrét mérési eszköz kiválasztása nem könnyű feladat. A tanulmányunkban részletezett érzelemelméletek, valamint a korábbi empirikus kutatások eredményei alapján a konkrét mérési eszközök kiválasztásához az *1. táblázatban* összefoglalt, támpontadó javaslatokat fogalmaztunk meg.

Bár valamennyi mérési eszköz alkalmazásának vannak korlátai (például a laboratóriumi felmérésből, társadalmi elvárásokból származó torzítás, a mérés okozta stresszhelyzet), többféle eszköz kombinációjával növelhető a mérések megbízhatósága. Az elmúlt évek műszaki fejlődése, különösen az MI-alapú megoldások jelentős potenciált hordoznak. Ugyanakkor legalább ilyen mértékben szükség van a módszertan gondos megválasztására, valamint az etikai és adatvédelmi megfelelésre.

1. táblázat

Az eszközválasztást támogató javaslatok

Kontextus	Kontextusjellemző	Javasolt eszköz	Validációs javaslat
Mérlegelést igénylő választás; tudatos értékelések, attitűd, elégedettség mérése	mérlegelés, erős érintettség, elnyújtott információ-feldolgozás	önbevallásos (verbális és/vagy vizuális) skálák	időzítés a döntési epizódhoz közel; indokolt esetben egyszerű fiziológiai kontroll (éberség) a kiugró pillanatok jelzésére
Impulzusvásárlás, gyors választás	alacsony involváltság, időnyomás, ingerhez kötött mikrodöntések	automatikus mérés (fiziológiai mérés érzelmkifejezést mérő eszközzel kombinálva)	rövid, epizód utáni önbevallásos eljárás csak kiegészítésként
Reklám-kulcsjelenetek, videóhatás, kreatív optimalizálás	időbeli lefutás és töréspontok a fő kérdés	pillanatról pillanatra történő beszámoló és/vagy érzelmkifejezést mérő eszköz fiziológiai eljárással kombinálva	rövid, értelmező önbevallásos eljárás utólag (mit tartott relevánsnak, miért)
Ügyfélút/élmény „kritikus pontjai”	érzelmi dinamika és „töréspontok”, szolgáltatási epizódok	automatikus jel (fiziológiai mérés és/vagy érzelmkifejezést mérő eszköz), epizódon belüli rövid önbevallás (ha kivitelezhető)	kvalitatív ellenőrzés (rövid nyitott kérdés) a „miért” feltárására
Preferencia-előrejelzés és döntési mechanizmusok	prediktív cél; magas költség és komplex protokoll elfogadható	agyi aktivitást mérő eszközök (EEG/fMRI) csak indokolt esetben	önbevallásos eszközök (az érzelmek mérése mellett a konkrét döntés/választás vizsgálatára kitérve) és/vagy fiziológia eljárás
Érzékeny témák, elrejtett válaszadói stratégiák	társas kíváncsiság, önprezentáció	anonimitást erősítő önbevallásos eszközök, vizuális eszközök	automatikus mérés csak akkor, ha az etikai és adatvédelmi feltételek teljesülnek

Forrás: saját szerkesztés Aaker et al. (1986); Bagozzi (1991); Bradley & Lang (2000); Budzanowska-Drzewiecka & Lubowiecki-Vikuk (2025); Derbaix (1995); Hazlett & Hazlett (1999); Holbrook & Batra (1987); Khusbaba et al. (2013); Poels & Dewitte (2006); Prónay et al. (2022); Stout & Leckenby (1986); valamint Venkatraman et al. (2015) alapján.

Hivatkozások

Aaker, D. A., Stayman, D. M., & Hagerty, M. R. (1986). Warmth in advertising: Measurement, impact, and sequence effects. *Journal of Consumer Research*, 12(4), 365–381. <https://doi.org/10.1086/208524>

- Affectiva (2025, February 1). *Emotion AI 101: All about emotion detection and Affectiva's emotion metrics*. <https://blog.affectiva.com/emotion-ai-101-all-about-emotion-detection-and-affectivas-emotion-metrics>
- Ahmed, F., Bari, A. S. M. H., & Gavrilova, M. L. (2019). Emotion recognition from body movement. *IEEE Access*, 8, 11761–11781. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2963113>
- Alsharif, A. H., & Mohd Isa, S. (2024). Revolutionizing consumer insights: The impact of fMRI in neuromarketing research. *Future Business Journal*, 10(1), 79. <https://doi.org/10.1186/s43093-024-00371-z>
- Arnold, M. B. (1960). *Emotion and personality: Psychological aspects* (Vol. 1). Columbia University Press.
- Bagozzi, R. P. (1991). The role of psychophysiology in consumer research. In T. S. Robertson & H. H. Kassarian (Eds.), *Handbook of consumer behavior*. Prentice Hall.
- Balázs, K., Babinszki, E., & Gerhát, R. (2019). „Dühítő ez a reklám!” Érzelmi reakciók mérése társadalmi célú reklámok esetén. *Alkalmazott Pszichológia*, 19(4), 7–34. http://ap.elte.hu/wp-content/uploads/2019/11/AP_2019_4_Balazs_et_al.pdf
- Banse, R., & Scherer, K. R. (1996). Acoustic profiles in vocal emotion expression. *Journal of Personality and Social Psychology*, 70(3), 614–636. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.70.3.614>
- Bänziger, T., & Scherer, K. R. (2005). The role of intonation in emotional expressions. *Speech Communication*, 46(3–4), 252–267. <https://doi.org/10.1016/j.specom.2005.02.016>
- Bastiaansen, M., Lub, X. D., Mitás, O., Jung, T. H., Ascensão, M. P., Han, D. I., Moilanen, T., Smit, B., & Strijbosch, W. (2019). Emotions as core building blocks of an experience. *International Journal of Contemporary Hospitality Management*, 31(2), 651–668. <https://doi.org/10.1108/IJCHM-11-2017-0761>
- Batra, R., & Ray, M. L. (1986). Affective responses mediating acceptance of advertising. *Journal of Consumer Research*, 13(2), 234–249. <https://doi.org/10.1086/209063>
- Baumeister, R. F., & Sommer, K. L. (1997). Consciousness, free choice, and automaticity. In R. S. Wyer (Ed.), *The automaticity of everyday life: Advances in social cognition* (Vol. 10, pp. 75–81). Erlbaum. <https://doi.org/10.4324/9781315806327>
- Baumgartner, H., Sujan, M., & Padgett, D. (1997). Patterns of affective reactions to advertisements: The integration of moment-to-moment responses into overall judgments. *Journal of Marketing Research*, 34(2), 219–232. <https://doi.org/10.2307/3151860>
- Bell, L., Vogt, J., Willemse, C., Routledge, T., Butler, L. T., & Sakaki, M. (2018). Beyond self-report: A review of physiological and neuroscientific methods to investigate consumer behavior. *Frontiers in Psychology*, 9, 1655. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01655>
- Bem, D. J. (1967). Self-perception: An alternative interpretation of cognitive dissonance phenomena. *Psychological Review*, 74(3), 183–200. [https://doi.org/10.1016/S0065-2601\(08\)60024-6](https://doi.org/10.1016/S0065-2601(08)60024-6)
- Bradley, M. M., & Lang, P. J. (1994). Measuring emotion: The self-assessment manikin and the semantic differential. *Journal of Behavior Therapy and Experimental Psychiatry*, 25(1), 49–59. [https://doi.org/10.1016/0005-7916\(94\)90063-9](https://doi.org/10.1016/0005-7916(94)90063-9)
- Bradley, M. M., & Lang, P. J. (2000). Measuring emotion: Behavior, feeling, and physiology. In R. D. Lane, L. Nadel, & G. Ahern (Eds.), *Cognitive neuroscience of emotion*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oso/9780195118889.003.0011>
- Budzanowska-Drzewiecka, M., & Lubowiecki-Vikuk, A. (2025). *Exploring emotions in customer experience research*. Edward Elgar Publishing. <https://doi.org/10.4337/9781035344369>
- Carlson, N. R. (1980). *Physiology of behavior* (2nd ed.). Allyn and Bacon.

- Caruelle, D., Gustafsson, A., Shams, P., & Lervik-Olsen, L. (2019). The use of electrodermal activity (EDA) measurement to understand consumer emotions: A literature review and a call for action. *Journal of Business Research*, 104, 146–160. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2019.06.041>
- Castillo, L. I., Browne, M. E., Hadjistavropoulos, T., Prkachin, K. M., & Goubran, R. (2020). Automated vs. manual pain coding and heart rate estimations based on videos of older adults with and without dementia. *Journal of Rehabilitation and Assistive Technologies Engineering*, 7, 205566832095019. <https://doi.org/10.1177/2055668320950196>
- Coca-Cola (2024, October 23). *Coca-Cola reports third quarter 2024 results and provides updated guidance*. <https://www.coca-colacompany.com/media-center/coca-cola-reports-third-quarter-2024-results>
- Csillag, B., & Neszveda, G. (2020). A gazdasági várakozások hatása a tőzsdei momentumstratégiára. *Közgazdasági Szemle*, 67(11), 1093–1111. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2020.11.1093>
- Damasio, A., & Carvalho, G. B. (2013). The nature of feelings: Evolutionary and neurobiological origins. *Nature Reviews Neuroscience*, 14, 143–152. <https://doi.org/10.1038/nrn3403>
- Danner, L., & Duerrschmid, K. (2018). Automatic facial expressions analysis in consumer science. In G. Ares & P. Varela (Eds.), *Methods in consumer research: Vol. 2. Alternative approaches and special applications* (pp. 231–252). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101743-2.00010-8>
- Darwin, C. R. (1965). *The expression of emotions in man and animals*. University of Chicago Press. (Original work published 1872.) <https://doi.org/10.7208/chicago/9780226220802.001.0001>
- Deák, A. (2011). *Érzelmek, viselkedés és az emberi agy: Az International Affective Picture System (IAPS) magyar adaptációja és alkalmazásának lehetőségei*. Doktori értekezés. Pécsi Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kar Pszichológia Doktori Iskola.
- Derbaix, C. M. (1995). The impact of affective reactions on attitudes toward the advertisement and the brand: A step toward ecological validity. *Journal of Marketing Research*, 32(4), 470–479. <https://doi.org/10.2307/3152182>
- Desmet, P. (2002). *Designing emotions* (Unpublished doctoral dissertation).
- Ekman, P. (1972). Universals and cultural differences in facial expressions of emotion. In J. Cole (Ed.), *Nebraska symposium on motivation, 1971* (pp. 207–283). University of Nebraska Press.
- Ekman, P., & Friesen, W. V. (1978). *Facial action coding system (FACS)* (Database record). APA PsycTests. <https://doi.org/10.1037/t27734-000>
- English, H. B., & English, A. C. (1958). *A comprehensive dictionary of psychological and psychoanalytic terms: A guide to usage*. McKay.
- FaceReader Methodology Note (2024, February 18). *Noldus Information Technology*. <https://www.noldus.com/facereader-methodology>
- Fantino, E. (1973). Emotion. In J. A. Nevin (Ed.), *The study of behavior: Learning, motivation, emotion, and instinct*. Scott Foresman.
- Goncalves, M., Hu, Y., Aliagas, I., & Cerdá, L. M. (2024). Neuromarketing algorithms' consumer privacy and ethical considerations: Challenges and opportunities. *Cogent Business & Management*, 11(1). <https://doi.org/10.1080/23311975.2024.2333063>
- Goncalves, M., Marques, J. A. L., Silva, B., Luther, V., & Hayes, S. H. (2023). Neuromarketing and global branding reaction analysis based on real-time monitoring of multiple consumers' biosignals and emotions. *Journal of International Business and Management*, 6(5), 1–32. <https://doi.org/10.37227/JIBM-2023-04-5912>

- Gottman, J. M., & Krokoff, L. (1989). Marital interaction and satisfaction: A longitudinal view. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 57(1), 47–52. <https://doi.org/10.1037/0022-006X.57.1.47>
- Guixeres, J., Bigné, E., Ausín Azofra, J. M., Alcañiz Raya, M., Colomer Granero, A., Fuentes Hurtado, F., & Naranjo Ornedo, V. (2017). Consumer neuroscience-based metrics predict recall, liking, and viewing rates in online advertising. *Frontiers in Psychology*, 8, 1808. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01808>
- Hámmori, B. (1998). *Értelemgazdaságtan*. Kossuth Kiadó.
- Hazlett, R. L., & Hazlett, S. Y. (1999). Emotional response to television commercials: Facial EMG vs. self-report. *Journal of Advertising Research*, 39(2). <https://doi.org/10.1080/00218499.1999.12466597>
- Hochschild, A. R. (1979). Emotion work, feeling rules, and social structure. *American Journal of Sociology*, 85(3), 551–575.
- Holbrook, M. B., & Batra, R. (1987). Assessing the role of emotions as mediators of consumer responses to advertising. *Journal of Consumer Research*, 14(3), 404–420. <https://doi.org/10.1086/209123>
- Hopkins, R., & Fletcher, J. E. (1994). Electrodermal measurement: Particularly effective for forecasting message influence on sales appeal. In A. Lang (Ed.), *Measuring psychological responses to media messages* (pp. 113–132). Lawrence Erlbaum Associates.
- Hunt, J. B. (2015). Measuring the effectiveness of emotional commercials: Self-reports versus psychophysiological measures. In *Proceedings of the 1989 Academy of Marketing Science (AMS) Annual Conference* (pp. 28–32). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-17055-8>
- Ioannides, A. A., Theofilou, D. L. L., Dammers, J., Burne, T., Ambler, T., & Rose, S. (2000). Real-time processing of affective and cognitive stimuli in the human brain extracted from MEG signals. *Brain Topography*, 13(1), 11–19. <https://doi.org/10.1023/a:1007878001388>
- Izard, C. E. (2007). Basic emotions, natural kinds, emotion schemas, and a new paradigm. *Perspectives on Psychological Science*, 2(3), 260–280. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6916.2007.00044.x>
- Izard, C. E., & Malatesta, C. Z. (1987). Perspectives on emotional development I: Differential emotions theory of early emotional development. In J. D. Osofsky (Ed.), *Handbook of infant development* (2nd ed., pp. 494–554). John Wiley & Sons.
- Jaeger, S. R., Xia, Y., Lee, P. Y., Hunter, D. C., Beresford, M. K., & Ares, G. (2018). Emoji questionnaires can be used with a range of population segments: Findings relating to age, gender, and frequency of emoji/emoticon use. *Food Quality and Preference*, 68, 397–410. <https://doi.org/10.1016/j.foodqual.2017.12.011>
- Jaeger, S. R., Vidal, L., & Ares, G. (2021). Should emoji replace emotion words in questionnaire-based food-related consumer research? *Food Quality and Preference*, 92, 104121. <https://doi.org/10.1016/j.foodqual.2020.104121>
- Jasielska, A. (2011). Emotion regulation as an example of emotional functioning in age. *Gerontologia Polska*, 19(2), 112–118.
- Johnstone, T., & Scherer, K. R. (2000). Vocal communication of emotion. In M. Lewis & J. Haviland (Eds.), *Handbook of emotion* (2nd ed., pp. 220–235). Guilford Press.
- Kahneman, D. (2019). *Gyors és lassú gondolkodás*. HVG Kiadó Zrt.
- Karmarkar, U. R., & Plassmann, H. (2019). Consumer neuroscience: Past, present, and future. *Organizational Research Methods*, 22(1), 174–195. <https://doi.org/10.1177/1094428117730598>
- Khondakar, M. F. K., Sarowar, M. H., Chowdhury, M. H., Majumder, S., Hossain, M. A., Dewan, M. A. A., & Hossain, Q. D. (2024). A systematic review on EEG-based

- neuromarketing: Recent trends and analyzing techniques. *Brain Informatics*, 11(1), 17. <https://doi.org/10.1186/s40708-024-00229-8>
- Khurana, V., Gahalawat, M., Kumar, P., Roy, P. P., Dogra, D. P., Scheme, E., & Soleymani, M. (2021). A survey on neuromarketing using EEG signals. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 13(4), 732–749. <https://doi.org/10.1109/TCDS.2021.3065200>
- Khusbaba, R. N., Wise, C., Kodagoda, S., Louviere, J., Kahn, B. E., & Townsend, C. (2013). Consumer neuroscience: Assembling the brain response to marketing stimuli using electroencephalogram (EEG) and eye tracking. *Expert Systems with Applications*, 40(9), 3803–3812. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.12.095>
- King, M. F., & Bruner, G. C. (2000). Social desirability bias: A neglected aspect of validity testing. *Psychology & Marketing*, 17(2), 79–103. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6793\(200002\)17:2<79::AID-MAR2>3.0.CO;2-0](https://doi.org/10.1002/(SICI)1520-6793(200002)17:2<79::AID-MAR2>3.0.CO;2-0)
- Kleinginna, P. R., & Kleinginna, A. M. (1981). A categorized list of emotion definitions, with suggestions for a consensual definition. *Motivation and Emotion*, 5(4), 345–379. <https://doi.org/10.1007/BF00992553>
- Koltay, G., & Vincze, J. (2009). Fogyasztói döntések a viselkedési közgazdaságtan szemszögéből. *Közgazdasági Szemle*, 56(6), 495–525.
- Kunreuther, H., & Kleindorfer, P. (1981). *Guidelines for coping with natural disasters and climatic change*. International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA).
- Laird, J. D. (2007). *Feelings: The perception of self*. Oxford University Press.
- Lakatos, M. (2022). A Nemzeti Adatvédelmi és Információszabadság Hatóság 2021. évi beszámolója – összefoglaló. *Statistikai Szemle*, 100(12), 1178–1184.
- LeDoux, J. E. (2015). Feelings: What are they & how does the brain make them? *American Academy of Arts & Sciences*, 144(1), 58–67. https://doi.org/10.1162/DAED_a_00319
- Li, S., Scott, N., & Walters, G. (2015). Current and potential methods for measuring emotion in tourism experiences: A review. *Current Issues in Tourism*, 18(9), 805–827. <https://doi.org/10.1080/13683500.2014.975679>
- Lim, W. M. (2018). Demystifying neuromarketing. *Journal of Business Research*, 91, 205–220. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2018.05.036>
- Loewenstein, G. (1996). Out of control: Visceral influences on behavior. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 65(3), 272–292. <https://doi.org/10.1006/obhd.1996.0028>
- Lowe, R., & Ziemke, T. (2011). The feeling of action tendencies: On the emotional regulation of goal-directed behavior. *Frontiers in Psychology*, 2, Article 346. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2011.00346>
- Lu, Y. (2024). The influence of cognitive and emotional factors on social media users' information-sharing behaviours during crises: The moderating role of the construal level and the mediating role of the emotional response. *Behavioral Sciences*, 14(6), 495. <https://doi.org/10.3390/bs14060495>
- Mauss, I. B., & Robinson, M. D. (2009). Measures of emotion: A review. *Cognition and Emotion*, 23(2), 209–237. <https://doi.org/10.1080/02699930802204677>
- Microsoft (2025, September 30). *Sentiment monitoring (User Guide)*. <https://learn.microsoft.com/en-us/dynamics365/customer-service/use/supervisor-sentiment-monitoring>
- Morris, J. D., Woo, C., Geason, J. A., & Kim, J. (2002). The power of affect: Predicting intention. *Journal of Advertising Research*, 42(3), 7–17. <https://adsam.com/wp-content/uploads/2020/02/The-Power-of-Affect.pdf>

- Moumane, H., Pazuelo, J., Nassar, M., Juez, J. Y., Valderrama, M., & Le Van Quyen, M. (2024). Signal quality evaluation of an in-ear EEG device in comparison to a conventional cap system. *Frontiers in Neuroscience*, 18, 1441897. <https://doi.org/10.3389/fnins.2024.1441897>
- Mowrer, O. H. (1960). *Learning theory and behavior*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1037/10802-000>
- Nábrády, M. (2002a). Az érzelmek különböző szempontú megközelítései, avagy betekintés a labirintusba. *Magyar Pszichológiai Szemle*, 57(4), 529–561. <https://doi.org/10.1556/MPSzle.57.2002.4.2>
- Nábrády, M. (2002b). Az érzelmek szocializációjának tranzakcióanalitikus megközelítése. A rakett érzések hatása az érzelemfelismerésre preadoleszcens korban. *Magyar Pszichológiai Szemle*, 57(2), 251–288. <https://doi.org/10.1556/MPSzle.57.2002.2.1>
- Osgood, C. E., Tannenbaum, P. H., & Suci, G. J. (1957). *The Measurement of Meaning*. University of Illinois Press.
- Oster, H. (2003). Emotion in the infant's face. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1000(1), 197–204. <https://doi.org/10.1196/annals.1280.024>
- Pease, A. (1989). *Testbeszéd: Gondolatolvasás gesztusokból*. Park Könyvkiadó.
- Petty, R. E., & Cacioppo, J. T. (1979). Issue involvement can increase or decrease persuasion by enhancing message-relevant cognitive responses. *Journal of Personality and Social Psychology*, 37(10), 1915–1926. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.37.10.1915>
- Petty, R. E., & Cacioppo, J. T. (1986). The elaboration likelihood model of persuasion. In L. Berkowitz (Ed.), *Advances in experimental social psychology* (pp. 123–205). Academic Press. [https://doi.org/10.1016/S0065-2601\(08\)60214-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2601(08)60214-2)
- Petty, R. E., Cacioppo, J. T., & Schumann, D. (1983). Central and peripheral routes to advertising effectiveness: The moderating role of involvement. *Journal of Consumer Research*, 10(2), 135–146. <https://doi.org/10.1086/208954>
- Phan, K. L., Taylor, S. F., Welsh, R. C., Ho, S. H., Britton, J. C., & Liberzon, I. (2004). Neural correlates of individual ratings of emotional salience: A trial-related fMRI study. *NeuroImage*, 21(2), 768–780. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2003.09.072>
- Plassmann, H., Venkatraman, V., Huettel, S., & Yoon, C. (2015). Consumer neuroscience: Applications, challenges, and possible solutions. *Journal of Marketing Research*, 52(4), 427–435. <https://doi.org/10.1509/jmr.14.0048>
- Plutchik, R. (1980). A general psychoevolutionary theory of emotion. In R. Plutchik & H. Kellerman (Eds.), *Emotion: Theory, research, and experience: Vol. 1. Theories of emotion* (pp. 3–33). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-558701-3.50007-7>
- Poels, K., & Dewitte, S. (2006). How to capture the heart? Reviewing 20 years of emotion measurement in advertising. *Journal of Advertising Research*, 46(1), 18–37. <https://doi.org/10.2501/S0021849906060041>
- Prónay, Sz., Lukovics, M., Kovács, P., Majó-Petri, Z., Ujházi, T., Palatinus, Zs., & Volosin, M. (2022). Pánik próbája a mérés – Avagy önvezető technológiák elfogadásának valós idejű vizsgálata neurotudományi mérésekkel. *Vezetéstudomány*, 53(7), 40–50. <https://doi.org/10.14267/VEZTUD.2022.07.05>
- Rick, S., & Loewenstein, G. (2008). The role of emotion in economic behavior. In M. Lewis, J. M. Haviland-Jones, & L. F. Barrett (Eds.), *Handbook of emotions* (3rd ed., pp. 138–156). Guilford Press. <https://doi.org/10.2139/ssrn.954862>
- Russell, J. A. (1980). A circumplex model of affect. *Journal of Personality and Social Psychology*, 39(6), 1161–1178. <https://doi.org/10.1037/h0077714>

- Russell, J. A., & Barrett, L. F. (1999). Core affect, prototypical emotional episodes, and other things called emotion: Dissecting the elephant. *Journal of Personality and Social Psychology*, 76(5), 805–819. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.76.5.805>
- Sabio, J., Williams, N. S., McArthur, G. M., & Badcock, N. A. (2024). A scoping review on the use of consumer-grade EEG devices for research. *PLoS ONE*, 19(3), e0291186. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0291186>
- Sajó, A. (2008). Az állam működési zavarainak társadalmi újratermelése. *Közgazdasági Szemle*, 55(7-8), 690–711. <https://m2.mtmt.hu/api/publication/23669962>
- Scherer, K. R., Banse, R., Wallbott, H. G., & Goldbeck, T. (1991). Vocal cues in emotion encoding and decoding. *Motivation and Emotion*, 15(2), 123–148. <https://doi.org/10.1007/BF00995674>
- Schouteten, J. J., Llobell, F., Chheang, S. L., Jin, D., & Jaeger, S. R. (2023). Emoji meanings (pleasure-arousal-dominance dimensions) in consumer research: Between-country and interpersonal differences. *Journal of Food Science*, 88(1), 106–121. <https://doi.org/10.1111/1750-3841.16374>
- Sequeira, H., Hot, P., Silvert, L., & Delplanque, S. (2009). Electrical autonomic correlates of emotion. *International Journal of Psychophysiology*, 71(1), 50–56. <https://doi.org/10.1016/j.ijpsycho.2008.07.009>
- Slovic, P., Fischhoff, B., & Lichtenstein, S. (1982). Response mode, framing, and information-processing effects in risk assessment. In R. Hogarth (Ed.), *New directions for methodology of social and behavioral science: Questions of framing and response consistency* (pp. 21–36). Jossey-Bass.
- Smith, C. A., & Lazarus, R. S. (1993). Appraisal components, core relational themes, and the emotions. *Cognition and Emotion*, 7(3–4), 233–269. <https://doi.org/10.1080/02699939308409189>
- Smith, E. R., & DeCoster, J. (2000). Dual-process models in social and cognitive psychology: Conceptual integration and links to underlying memory systems. *Personality and Social Psychology Review*, 4(2), 108–131. https://doi.org/10.1207/S15327957PSPR0402_01
- Stout, P. A., & Leckenby, J. D. (1986). Measuring emotional response to advertising. *Journal of Advertising*, 15(2), 8–13. <https://doi.org/10.1080/00913367.1986.10673036>
- Strack, F., & Deutsch, R. (2004). Reflective and impulsive determinants of social behavior. *Personality and Social Psychology Review*, 8(3), 220–247. https://doi.org/10.1207/s15327957pspr0803_1
- Tomkins, S. S. (1981). The role of facial response in the experience of emotion: A reply to Tourangeau and Ellsworth. *Journal of Personality and Social Psychology*, 40(2), 355–357. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.40.2.355>
- Ülgen Sonmez, Y., & Varol, A. (2024). In-depth investigation of speech emotion recognition studies from past to present: The importance of emotion recognition from speech signal for AI. *Intelligent Systems with Applications*, 22, 200351. <https://doi.org/10.1016/j.iswa.2024.200351>
- Unilever (2025, September 5). *How neurosignalling is driving product innovation at Unilever*. <https://www.unilever.com/news/news-search/2025/how-neurosignalling-is-driving-product-innovation-at-unilever/>
- Venkatraman, V., Dimoka, A., Pavlou, P. A., Vo, K., Hampton, W., Bollinger, B., Hershfield, H. E., Ishihara, M., & Winer, R. S. (2015). Predicting advertising success beyond traditional measures: New insights from neurophysiological methods and market response modeling. *Journal of Marketing Research*, 52(4), 436–452. <https://doi.org/10.1509/jmr.13.0593>

- Verhulst, N., Vermeir, I., Slabbinck, H., Larivière, B., Mauri, M., & Russo, V. (2020). A neurophysiological exploration of the dynamic nature of emotions during the customer experience. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 57, 102217. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2020.102217>
- Watson, J. B. (1924). *Psychology from the standpoint of a behaviorist* (2nd ed.). Lippincott.
- Winkielman, P., Berntson, G. G., & Cacioppo, J. T. (2001). The psychophysiological perspective on the social mind. In A. Tesser & N. Schwarz (Eds.), *Blackwell handbook of social psychology: Intraindividual processes* (pp. 89–114). Blackwell Publishers. <https://doi.org/10.1002/9780470998519.ch5>
- Winkler, J. R., Appel, M., Schmidt, M.-L. C. R., & Richter, T. (2023). The experience of emotional shifts in narrative persuasion. *Media Psychology*, 26(2), 141–171. <https://doi.org/10.1080/15213269.2022.2103711>
- Witte, K., & Allen, M. (2000). A meta-analysis of fear appeals: Implications for effective public health campaigns. *Health Education & Behavior*, 27(5), 591–615. <https://doi.org/10.1177/109019810002700506>
- Zakar, A. (2018). A joghallgatók pályairányulásának érzelmi összetevői. *Acta Universitatis Szegediensis: Acta Juridica et Politica*, 81, 101–114.
- Zaltman, G., & MacCaba, D. (2007). Metaphor in advertising. In L. K. Tellis & T. Ambler (Eds.), *The SAGE handbook of advertising* (pp. 135–154). Sage Publications. <https://doi.org/10.4135/9781848607897>

A közgazdasági Nobel-emlékdíj 2025. évi nyertesei

Bevezetés

2025-ben a Sveriges Riksbank (a svéd jegybank) által alapított közgazdasági Nobel-emlékdíjat¹ Joel Mokyr, Philippe Aghion és Peter Howitt kapta. (A nem csekély pénzdíj felét Mokyrnak ítélték, a másik felén a másik két tudós osztozik.) Az előbbi esetében a hivatalos indoklás szerint „az innováció vezérelte gazdasági növekedés magyarázatáért”, míg az utóbbiakéban „az alkotó rombolással együtt járó tartós növekedés elméletéért” járt az elismerés.²

Mivel tavaly szintén a fejlődés-gazdaságtanhoz sorolható tudományos életműveket díjaztak,³ némileg meglepetésnek tekinthető, hogy idén is ebben a témakörben kutató tudósok nyertek. A műszaki haladás, az innováció, illetve ennek tudományos és politikai beágyazódása alapvető fontosságú a hosszú távú gazdasági növekedés magyarázatában. Az idei díjazottak munkássága annak megértéséhez ad támpontokat, hogy miként vált a kapitalizmus alapvető sajátosságának tekinthető „teremtő rombolás” (*creative destruction*) a tartós gazdasági növekedés motorjává, és milyen feltételek szükségesek az innováció vezérelte növekedés további folytatódásához.

Miben különbözik a 2025-ös témakör a 2024-es megközelítéstől? Mindkét esetben a gazdasági fejlődés makróökonómiai, történeti és intézményi kérdései állnak a középpontban. Ugyanakkor a 2024-es díjnál az országok közötti fejlettségi különbségek magyarázatán volt a hangsúly, adottságnak véve a műszaki haladás létét és – megfelelő feltételek teljesülése esetén – az országok közötti terjedését. 2025-ben a keresztmetszeti összehasonlítás helyett az időbeliség a fő dimenzió. A díjazottak fő kutatási kérdése az, hogy minként volt *egyáltalán* lehetséges az innováció, a műszaki

¹ Az alábbiakban az egyszerűség kedvéért használni fogom a nem teljesen pontos Nobel-díj kifejezést is.

² <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2025/summary/>

³ Daron Acemoglu, Simon Johnson és James Robinson az intézmények gazdasági fejlődésben betöltött szerepének megértéséhez való hozzájárulásért kapták az elismerést. A 2019-es kitüntetettek: Abhijit Banerjee, Esther Duflo és Michael Kremer szintén fejlődés-gazdaságtani témákban kutattak, bár az ő munkásságuk inkább annak a mikroökonómiai-kísérleti ágához kötődött. 2018-ban Paul Romer pedig kifejezetten a műszaki haladás gazdasági fejlődésben betöltött szerepének vizsgálatáért kapta a Nobel-díját.

haladás és a gazdasági növekedés olyan szinergiája, amely az emberiség egésze számára lehetővé tette és teszi az életszínvonal folyamatos emelkedését.

Fontos kérdés, hogy miért éppen Nagy-Britannia volt az az ország, ahol ez a folyamat beindult, és ehhez milyen intézményi keretek voltak szükségesek. A figyelem fókuszában mégis az áll, hogy az emberi tudás és a világ gazdaság egésze miként volt képes történeti léptékben páratlan és új növekedési modellre átállni. A 2024-es díjazottak kutatásai inkább a lemaradókra és a lemaradás okaira koncentráltak, 2025-ben viszont a gazdasági fejlődés éllovasainak megértése a legfontosabb szempont.

A kérdés fontosságát illusztrálja az 1. ábra, amelyen Nagy-Britannia (a középkorban Anglia) egy főre jutó GDP-jének alakulását ábrázoljuk logaritmikus skálán. Anglia nemcsak azért különleges, mert az ipari forradalom ott kezdődött a 18. század második felében, hanem azért is, mert a 13. századtól kezdve elérhetők olyan adatok, amelyek segítségével hosszú növekedési idősort sikerült gazdaságtörténészeknek összeállítaniuk. Az ábrán tehát nemcsak a modern, 20. századi növekedést, hanem a korábbi évszázadok folyamatait is nyomon tudjuk követni.

1. ábra

Az egy főre jutó GDP alakulása az Egyesült Királyságban, 1300–2020
(dollár, vásárlóerő-paritáson)



Megjegyzés: az ábrán az Egyesült Királyság (1700 előtt Anglia) egy főre jutó, 2011-es vásárlóerő-paritáson mért GDP-je látható, logaritmikus skálán.

Forrás: Maddison adatbázis⁴ és saját számítás.

Jól látható, hogy az ipari forradalmat megelőző időszakban a gazdasági fejlődés lassú, egyenetlen és ritka jelenség volt. 1400 és 1650 között a brit (angol) egy főre

⁴ <https://www.rug.nl/ggdc/historicaldevelopment/maddison/?lang=en>

jutó GDP stagnált. Utána ugyan lassú növekedés indult el, de érdemi gyorsulás csak az 1800-as években következett be. A logaritmikus skála miatt a gyorsulás mértéke szerénynek tűnik, de míg 1650 és 1825 között az egy főre jutó GDP több mint kétszeresére nőtt, addig a következő 175 évben (1826–2000) az emelkedés mértéke kilencszeres!

Joel Mokyr gazdaságtörténeti munkássága elsősorban arra a kérdésre kereste a választ, hogy miként volt lehetséges Nyugat-Európában és ezen belül elsősorban Nagy-Britanniában ez az óriási növekedési ugrás. Philippe Aghion és Peter Howitt pedig egy formális közgazdasági modellben elemezte a modern műszaki fejlődés és a gazdasági növekedés kapcsolatát, vagyis a modern gazdaságokra jellemző, innováció vezérelte életszínvonal-emelkedés mozgatórugóit.

A díjazottak

Mielőtt áttekintenénk a három díjazott tudományos teljesítményének lényegét, ismerkedjünk meg szakmai pályafutásuk legfontosabb állomásaival.

Joel Mokyr

Hollandiában született 1946-ban. Édesanyjával 9 éves korában Izraelbe költöztek, ahol iskoláit végezte. Alapdiplomáját a Jeruzsálemi Héber Egyetemen szerezte, közgazdaságtanra és történelemtudományra specializálódva. Közgazdasági mester-, majd PhD-fokozatát már az Egyesült Államokban kapta, a Yale Egyetemen. Történelmi érdeklődése nem szűnt meg, disszertációját a 19. század első felének németalföldi ipari fejlődéséről írta.

1974-ben a Northwestern Universityn helyezkedett el adjunktusként. Azóta is ott oktat és kutat, jelenleg a közgazdaságtan tanszék *Robert H. Strotz professzora*. Emellett 2001 óta *Sackler Professorial Fellow* a University of Tel-Aviv közgazdasági intézetében. A Nobel-díj mellett számos további díj és elismerés birtokosa. Tágabb területén gazdaságtörténészként az egyik leginkább ismert és elismert kutató.

Philippe Aghion

Franciaországban született 1956-ban. Alapdiplomáját matematikából kapta egy *grande école*-ban (*École normale supérieure de Cachan*), majd szintén matematikából szerzett mester- és doktori fokozatot. Közgazdasági PhD-fokozatát már az Egyesült Államokban, a Harvard Egyetemen kapta 1987-ben.

Kutatói pályafutását a bostoni MIT-n kezdte adjunktusként, majd visszatért Franciaországba a Nemzeti Tudományos Kutatási Központ (CNRS) kutatójaként. Hosszabb időt töltött Londonban az EBRD-nél, később az Oxfordi Egyetem, a University College London, majd a Harvard professzora lett. Jelenleg a London School of

Economics és a Collège de France professzora. Számos díja és elismerése közül érdemes kiemelni a Rajk Szakkollégium Neumann-díját, amelyet személyesen vett át 2009-ben Budapesten.

Peter Howitt

Kanadában született 1946-ban. Közgazdasági alapidiplomáját a McGill Universityn, mesterfokozatát a University of Western Ontarión kapta. Doktori fokozatát az Egyesült Államokban, a Northwestern Universityn szerezte, monetáris makroökonomia témakörben.

A fokozat megszerzése után visszatért Kanadába, a University of Western Ontario adjunktusaként. Már professzorként újra az Egyesült Államokba költözött, először az Ohio State Universityn, majd 2000-ben a Brown Universityn helyezkedett el. Jelenleg is az utóbbi egyetem *Lyn Crost Professor of Social Sciences* pozícióját tölti be. A Nobel-díj mellett tagja (*fellow*) az Econometric Societynek, a közgazdaságtan legfontosabb szakmai testületének.

Aghion, Howitt és a teremtmő rombolás

A közgazdasági Nobel-emlékdíjat jellemzően nem a teljes életműért, hanem egy szűkebb kutatási területen elért eredményekért lehet elnyerni. Philippe Aghion és Peter Howitt esetében ez az elv olyan erősen érvényesült, hogy gyakorlatilag egyetlen tanulmány, az *A model of growth through creative destruction* (1992) a díj alapja. Természetesen további – részben együtt, részben más társszerzőkkel írt – cikkek is születtek a témában, de az eredeti írás önmagában is korszakosnak és iskolateremtőnek bizonyult.

Hogy úttörő szerepét megértsük, érdemes a cikket két szempontból is kontextusba helyezni. Az innováció és a műszaki haladás alapvető szerepe a gazdasági fejlődésben és a tartós növekedésben régóta központi kérdése a közgazdaságtannak. Schumpeter (1942) a kapitalizmus meghatározó jellemzőjének tartotta a teremtmő rombolást, ahol a sikeres innovátor kiszorítja versenytársait a piacról. Az ezáltal megszerezhető – jellemzően átmeneti – magas profit ösztönzi a kutatás-fejlesztést, de egyben szembe is állítja a folyamat nyerteseit és veszteseit.

A közgazdasági összefüggések matematikai eszközökkel történő formalizálása során évtizedekig nem sikerült a schumpeteri elképzeléseket kezelhető modellben megjeleníteni. Robert Solow (1987 Nobel-díjasa, a gazdasági növekedés neoklasszikus modelljének egyik fő megalkotója) megmutatta, hogy a tőkefelhalmozásra vonatkozó realisztikus feltevések mellett a tartós növekedést a műszaki haladás („a termelékenység javulása”) magyarázza. A neoklasszikus modellben ugyanakkor a termelékenység javulása exogén folyamat, amit a szakirodalom az 1980-as évek végéig fekete dobozként kezelte.

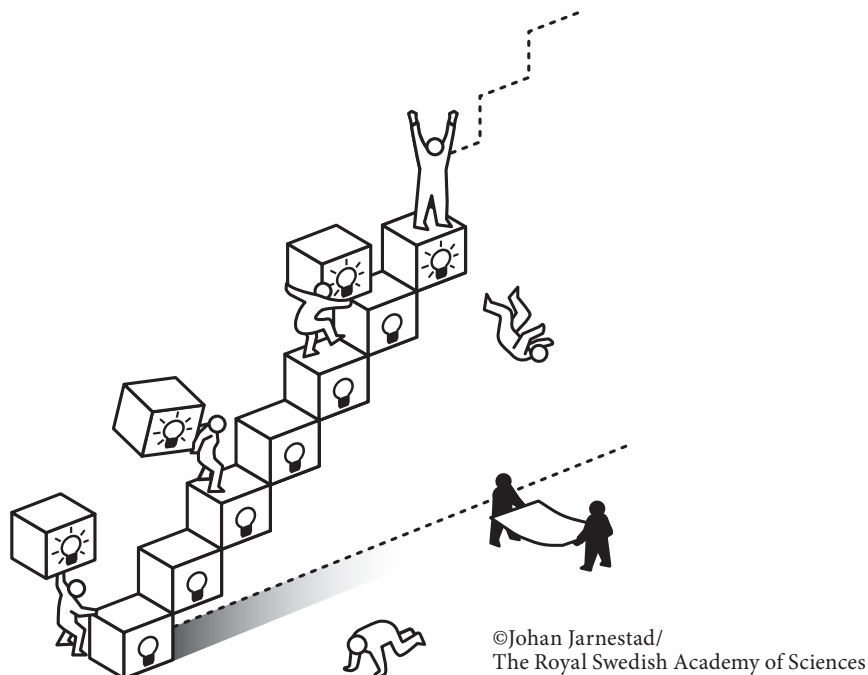
Romer (1990) alkotta meg az első általános egyensúlyi modellt, amely a műszaki haladást a gazdasági növekedés kontextusában endogenizálta, és a vállalati

K+F-döntések eredményeként magyarázta. Az innovációs tevékenység modellezésénél a fő technikai nehézséget az jelentette, hogy az új tudás legalábbis részben közjóság jellegű. Ilyen esetben a feltaláló számára kérdéses, hogy a befektetett K+F-erőforrások miként tudnak megtérülni. Romer azt feltételezte, hogy a sikeres innováció örökös monopóliumot eredményez az adott tudást megtestesítő termékre vonatkozóan, de maga a tudás szabadon transzferálható és felhasználható a további kutatások során.⁵ Az innovatív termék és az absztrakt tudás szétválasztása garantálja mind a befektetett kutatómunka megtérülését, mind pedig a műszaki haladás által vezérelt, önfenntartó gazdasági növekedést.

Romer (1990) megközelítése a *horizontális innovációt* írja le, ahol az újítás egy egyre bővülő termékpalettában jelenik meg. Egy új termék nem szorítja ki a meglévőket, hanem kiegészíti a kínálatot – vagyis a teremtő rombolás és az innováció vesztesei nem részei a megközelítésnek. Aghion és Howitt (1992) tanulmánya ezzel szemben a *vertikális innovációt* helyezi középpontba, ahol az újítás egy adott termék jobb minőségű változatát eredményezi. Siker esetén a korábbi verziók kiszorulnak, és az innovátor átmenetileg monopolistaként uralja az adott termék piacát, amíg egy újabb fejlesztés hatására éppen az ő árucikke válik elavulttá.

2. ábra

Innováció és a minőségi lépcsők



Forrás: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2025/press-release/>

⁵ Annak a kérdésnek a tárgyalásához, hogy mennyire van szükség mesterséges monopóliumra (szabadalom), lásd Boldrin és Levine (2013).

Az Aghion–Howitt-modellben az innováció *minőségi lépcsőkön* (*quality ladders*) haladva valósul meg. Ezt illusztrálja a 2. ábra, amelyen a sikeres termékfejlesztés egy magasabb színvonalat testesít meg. Ez egyrészt kiszorítja a korábbi változatokat a piacról, másrészt viszont lehetővé teszi az új lépcsőfokhoz tartozó tudás felhasználását a következő generációban. Aghion és Howitt tehát megtartja Romer azon feltételezését, amely szerint a tudástőke és az értékesített termék koncepcionálisan elváló dolgok. A tudás közjószágjellege garantálja azt, hogy a gazdasági növekedés az AH-modellben endogén és – megfelelő paraméterek mellett – pozitív.

Amellett, hogy a vertikális innováció magyarázata érdemben bővíti a műszaki fejlődés közgazdasági tartalmának megértését, az AH-modell talán legfőbb hozzájárulása a fejlődés nyerteseinek és veszteségeinek világos elkülönítése. A teremtő rombolás során nemcsak a korábbi sikeres vállalatok szűnnek meg, hanem az ott dolgozó, speciális szaktudással rendelkező munkavállalók is elveszítik munkájukat. A megközelítés magyarázza azt az esetenként heves ellenállást, amely a műszaki haladással szemben megnyilvánul, akár decentralizáltan (amire az angol ludditák adnak példát), akár központi szinten (ahogyan az a Kínai Császárságban történt).

Az endogén növekedési modellekben, így az Aghion–Howitt-tanulmányban is, a decentralizált egyensúly jellemzően nem optimális. A sikeres innováció a fogyasztókra és a többi innovátorra pozitív, míg a korábbi piacvezető versenytársra negatív externális hatást gyakorol. Ez utóbbi jelenléte miatt társadalmi szempontból az innováció mértéke akár túl nagy is lehet. Az eltérő irányú és mértékű hatások miatt az innovációs politika gondos és részletes mérlegelést igényel, és szorosan összefonódik a versenypolitikával, az adózással vagy a nemzetközi kereskedelemmel.

A szerzők további tanulmányokban járták körbe a modell tágabb kontextusait. Aghion és szerzőtársai (2001) oligopolisztikus versenyt és stratégiai interakciót feltételeztek. Ezzel olyan iparágakat is lehet tanulmányozni, ahol a „győztes mindent visz” elve helyett innováció révén csak részleges vezető szerepre lehet szert tenni. (Ez utóbbi jellemzi például az Airbus és a Boeing versenyt.) Aghion és szerzőtársai (2002) megkülönböztetik a nagyobb jelentőségű „makro-” és az ezek finomítására szolgáló „mikro-” innovációt; ezeket a fogalmakat később részletesebben is tárgyaljuk. Aghion és szerzőtársai (2005) a verseny mértéke és az innováció közötti empirikus összefüggést vizsgálja.

Bár az endogén növekedés és innováció modellezésének magyar vonatkozású szakirodalma minimális (leginkább Koren és Tenreyro 2013-as tanulmánya sorolható ide), a vállalati termelékenység, az innováció és a külkereskedelem kapcsolatát hazai szerzők is alaposan vizsgálták. Halpern és szerzőtársai (2015) az importált inputok és a vállalati termelékenység közti kapcsolatot számszerűsítik magyar vállalati adatok segítségével. Halpern és Muraközy (2012) az innováció és az exporttevékenység között talál erős pozitív kapcsolatot. Békés és Muraközy (2012) a vállalati termelékenység és a tartós export között talál összefüggést. Végül Görg és szerzőtársai (2012) nemcsak a vállalati, hanem a termékszintű kiválasztódást is vizsgálják, szintén exportpiaci kontextusban.

Mokyr és az ipari forradalom

Aghion és Howitt megmutatta, hogy egy működő piacgazdaságban miként lehet önfenntartó folyamat az innováció és a gazdasági növekedés. Fontos eleme modelljüknek, hogy a teremtő rombolásnak nemcsak nyertesei, hanem vesztesei is vannak. Joel Mokyr gazdaságtörténeti kutatásaiban is központi szerepet játszanak ezek a meglátások. Mokyr legfontosabb eredménye annak történeti dokumentálása és értelmezése, hogy az innováció által vezérelt növekedés miként tudott gyökeret verni először Nagy-Britanniában és Nyugat-Európában, majd innen elterjedve a világ egyre nagyobb részében.

Mokyr több könyvben fejtette ki azt a gondolkodási keretet, amelynek segítségével értelmezni tudta az ipari forradalmat, a teremtő rombolást, valamint a tudományos gondolkodás és a profitvezérelt innováció kapcsolódását. Módszertana elsősorban nem matematikai modelleken, hanem történeti adatokon és esettanulmányokon alapult, felhasználva általa bevezetett fogalmakat és elméleti sémákat. Ezek segítségével meggyőző narratívát épített arra vonatkozólag, hogy miért ott és akkor sikerült az ipari forradalom révén elindulnia az innováció vezérelte gazdasági növekedésnek.

A tudományos-műszaki haladást vizsgálja 1990-es könyve (*The Lever of Riches: Technological Creativity and Economic Progress*).⁶ Történelmi példákkal dokumentálja, hogy bár műszaki haladás az ipari forradalom előtt is létezett, nem automatikus, és nagymértékben függ a társadalom befogadókészségétől. Azok a *makroinnovációk*, amelyek technológiai áttörést jelentettek, ritkán és véletlenszerűen következtek be. Az ezeket finomító és felhasználhatóvá tévő *mikroinnovációk* pedig nem voltak elég rendszerezettek, illetve nem követte őket újabb makroinnováció, amely lendületet adott volna a műszaki fejlődésnek.

Az innováció elakadását Mokyr két fő okra vezette vissza. Egyrészt megfelelő társadalmi háttér nélkül az új felfedezések nem tudnak kiteljesedni. A teremtő rombolás potenciális vesztesei számos alkalommal sikeresen akadályozták meg az újabb, jobb, de számukra fenyegető technológiák bevezetését. Híres példa erre a kínai Ming-dinasztia, amely a 15. század első felében megszüntette a tengeri expedíciók finanszírozását, majd be is tiltotta ezeket. A finanszírozás nehézségei mellett ebben fontos szerepet játszott a kulturális izolacionizmus, az új ötletektől és impulzusoktól való félelem.

Másrészt a tapasztalati alapon született felfedezések megfelelő tudományos háttér nélkül nem tudtak kibontakozni. Amíg az emberek nem értették, hogy miért működik egy új találmány, addig lehetetlen volt célirányos, rendszerezett kutató-fejlesztő projekteket elindítani. Ehhez a tudomány és a kísérletező, gyakorlati „feltalálás” kölcsönhatására és pozitív visszacsatolására volt szükség.

Mokyr ezt a kérdést 2002-es, *Gifts of Athena* című könyvében vizsgálta részleteken. A tudás „termelésének” megértéséhez bevezeti a „ténybeli tudás” (*propositional knowledge*) és a „preskriptív tudás” (*prescriptive knowledge*) fogalmait. Az előbbi nagyjából megfelel a tudományos megértésnek, legalábbis amit egy adott korban ezen értettek.

⁶ Magyarul *A gazdaság gépezete – Technológiai kreativitás és gazdasági haladás* címmel jelent meg 1994-ben, az Akadémiai Kiadó gondozásában. (Fordította: Csontos László.)

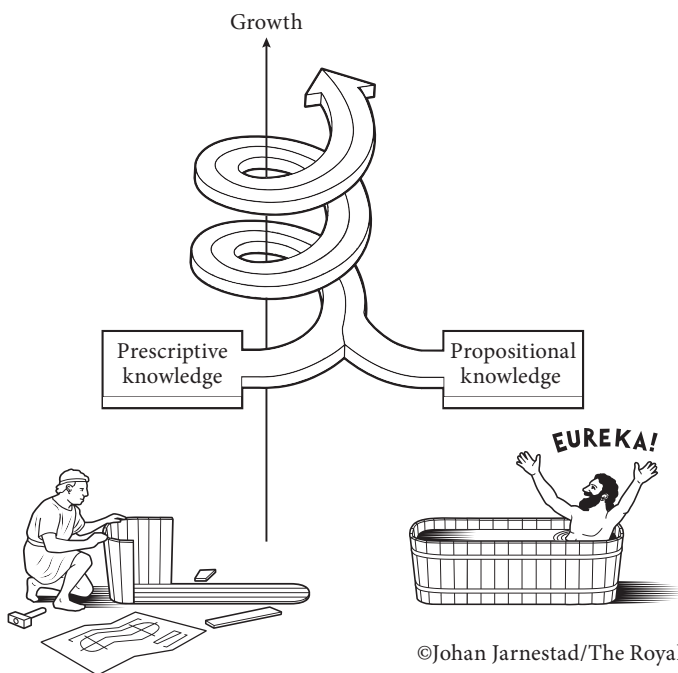
Idetartozik a természeti törvények ismerete (például miért működik a gőzgép). Az utóbbi pedig a „hogyan”-ra vonatkozó tudás (például miként építsünk gőzgépet).

A ténybeli tudás akkor kezdett el erőteljesebben hatni a preskriptív tudás fejlődésére, amikor – jelentős részben a felvilágosodásnak köszönhetően – egyre inkább a kritikai tudomány módszerét kezdte használni. Egyre növekedett az a tudásanyag, amely kísérletekkel, ismétlésekkel igazolt módon volt képes a világ magyarázatára. Elindult egy pozitív visszacsatolás a kétféle tudás között, ahol a gyakorlati alkalmazók egyre inkább értették, hogy miért működik a technológia, és ezért egyre inkább képesek voltak maguk is olyan innovációra, amely visszahatott a tudomány fejlődésére. A 3. ábra illusztrálja az így kialakuló, az ipari forradalomhoz vezető és azt tápláló „hasznos tudomány” paradigmáját.

Mokyr 2009-es könyvében (*The Enlightened Economy*) arra a kérdésre kereste a választ, hogy miért éppen Nagy-Britannia volt az ipari forradalom bölcsője. Ennek egyik okát a felvilágosodás hatásában találja meg, amely korán elérte az országot, és a formálódó alkotmányos monarchia időszakában megtermékenyítőleg hatott a tudományos kutatásokra, a szabadabb tudásáramlásra. Másrészt Nagy-Britanniában nagy számban voltak jelen a kísérletező kedvű gyakorlati szakemberek, akik az elméleti eredményeket adaptálni tudták a mindennapi használatban. Fontos szerepet játszott a szintén kialakuló piacgazdasági intézményrendszer, amely a sikeres innovátorokat gazdag megtérüléssel kecsegtette.

3. ábra

A ténybeli és a preskriptív tudás kölcsönhatása



©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

Forrás: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2025/press-release/>

Az *A Culture of Growth* című, 2016-ban megjelent kötetében Mokyr összegzi és szintetizálja a korábbi elképzeléseket. Nagy-Britanniát a tágabb európai kontextusba helyezve hangsúlyozza a kontinensre jellemző politikai versenyt, amely kedvezett az ötletek és újítások – és az ezeket kitaláló személyek – szabad áramlásának. Mivel az európai államok egymással versenyeztek, egy üldözött tudós át tudott menekülni egy másik országba, ahol nyitottabban fogadták elképzeléseit. Hasonló (persze az adott korban értelmezendő) tudományos szabadság olyan központosított birodalmakban, mint Kína vagy az Oszmán Birodalom, nem volt lehetséges a központi akarat ellenében. A politikai verseny és a technológiai újítások egyre inkább felismert értéke garantálta, hogy Európában nem létezhetett a tudományos gondolkodás olyan kontrollja, mint a centralizáltabb területeken, és nem lehetett „lezárni” a kutatás és vizsgálgódás új irányait egyszerű rendeletekkel.

Az értelmezési kereteket és koncepciókat Mokyr történeti adatokkal támasztotta alá. Ezek egyrészt a fentebb idézett könyvekben, egyéb kötetekben vagy folyóirat-cikkekben jelentek meg. Mokyr (2005) azt is kimutatta, hogy a felvilágosodás hatására növekedett erőteljesen a tudományos kiadványok megjelenési gyakorisága. Meisenzahl és Mokyr (2012) életrajzok sokaságát gyűjtve illusztrálta azt, hogy Nagy-Britanniában különösen szoros volt a kapcsolat a tudományos eredmények és azok gyakorlati implementációja között. Egy érdekes tanulmányban Kelly és szerzőtársai (2014) – közülük az egyik Mokyr – azt dokumentálták, hogy a 19. század közepén a textilipari munkások száma (amely az iparosodás egyik mérőszáma) erős pozitív kapcsolatot mutatott azzal, hogy az adott területen mennyi képzett iparos dolgozott az ipari forradalom előestéjén. Ugyanakkor más tényezőket (például az írástudás, a bankok száma vagy a szénbányák közelsége) nem találtak szignifikánsnak.

Innováció, gazdaságpolitika és fenntarthatóság

Napjaink alapvető fontosságú kérdése, hogy meddig folytatódhat a műszaki haladás által vezérelt gazdasági növekedés a fejlett országokban. 2016-ban Joel Mokyr és egyik tanszéki kollégája, Robert Gordon nagy visszhangot kiváltó vitát folytattak erről.⁷ Gordon szerint az ezredforduló környéki innovációk nem összemérhetők a 20. század nagy tudományos eredményeivel, és ez a termelékenység lassuló növekedéséhez vezet. Ezt részben az amerikai gazdaság egyéb jelenségeivel magyarázta, részben pedig azzal, hogy egyre kevésbé vannak olyan „alacsonyán lógó gyümölcsök”, mint a motorizáció vagy az elektromosság. Mokyr ezzel szemben azt hangsúlyozta, hogy a kommunikációs forradalomnak és a mesterséges intelligenciának köszönhetően soha ennyire könnyen nem lehetett új felfedezéseket tenni. Lehet, hogy nehezebb nagy áttöréseket elérni, de mivel a kutatás költsége csökken, mégis van esély a termelékenység akár gyorsuló ütemű növekedésére.

⁷ <https://northwesternbusinessreview.org/a-clash-of-intellectual-titans-gordon-v-mokyr-7fa2b577970d>

A közgazdasági Nobel-emlékdíj 2025. évi nyertesei megteremtették annak az intellektuális alapját, hogy ezt a kérdést tudományos eszközökkel tanulmányozni tudjuk, és szakpolitikai ajánlásokat fogalmazzunk meg. Mokyr kutatásai tág kontextusba helyezték a műszaki haladást és a – jó esetben – ebből fakadó gazdasági növekedést. Rámutattak, hogy az alap kutatások és a rájuk épülő innováció kölcsönhatása alapvető szerepet játszott az ipari forradalom kirobbanásában. Aghion és Howitt matematikai modellje ugyanakkor azt teszi lehetővé, hogy elméleti és empirikus eszközökkel vizsgáljuk a különféle jogi-gazdasági intézmények (például a versenypolitika) szerepét az innovációban.

Az emberiség történelme megmutatta, hogy a gazdasági növekedés nem automatikus, hanem a megfelelő intézmények és a kreatív gondolkodás együttes következménye. Ahhoz, hogy a növekedés – a természeti környezet minél teljesebb megőrzése mellett – folytatódni tudjon, megfelelő és céltudatos politikai és szakpolitikai döntések szükségesek. A díjazottak ehhez kellő „leíró tudást” adtak – a gyakorlati megvalósítás már a döntéshozók dolga.

Hivatkozások

- Aghion, P., & Howitt, P. (1992). A model of growth through creative destruction. *Econometrica*, 60(2), 323–351. <https://doi.org/10.2307/2951599>
- Aghion, P., Bloom, N., Blundell, R., Griffith, R., & Howitt, P. (2005). Competition and innovation: An inverted-U relationship. *The Quarterly Journal of Economics*, 120(2), 701–728. <https://doi.org/10.1093/qje/120.2.701>
- Aghion, P., Harris, C., Howitt, P., & Vickers, J. (2001). Competition, imitation and growth with step-by-step innovation. *The Review of Economic Studies*, 68(3), 467–492. <https://doi.org/10.1111/1467-937x.00177>
- Aghion, P., Howitt, P., & Violante, G. L. (2002). General purpose technology and wage inequality. *Journal of Economic Growth*, 7, 315–345. <https://doi.org/10.1023/A:1020875717066>
- Békés, G., & Muraközy, B. (2012). Temporary trade and heterogeneous firms. *Journal of International Economics*, 87(2), 232–246. <https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2011.12.007>
- Boldrin, M., & Levine, D. K. (2013). The case against patents. *Journal of Economic Perspectives*, 27(1), 3–22. <https://doi.org/10.1257/jep.27.1.3>
- Görg, H., Kneller, R., & Muraközy, B. (2012). What makes a successful export? Evidence from firm-product-level data. *Canadian Journal of Economics*, 45(4), 1332–1368. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5982.2012.01734.x>
- Halpern, L., & Muraközy, B. (2012). Innovation, productivity and exports: the case of Hungary. *Economics of Innovation and New Technology*, 21(10), 151–173. <https://doi.org/10.1080/10438599.2011.561995>
- Halpern, L., Koren, M., & Szeidl, A. (2015). Imported inputs and productivity. *American Economic Review*, 105(12), 3660–3703. <https://doi.org/10.1257/aer.20150443>
- Kelly, M., Mokyr, J., & Gráda, C. Ó. (2014). Precocious Albion: A new interpretation of the British industrial revolution. *Annual Review of Economics*, 6(1), 363–389. <https://doi.org/10.1146/annurev-economics-080213-041042>
- Koren, M., & Tenreyro, S. (2013). Technological diversification. *American Economic Review*, 103(1), 378–414. <https://doi.org/10.1257/aer.103.1.378>

- Meisenzahl, R. R., & Mokyr, J. (2012). The rate and direction of invention in the British industrial revolution. In J. Lerner, & S. Stern (Eds.), *The rate and direction of inventive activity revisited* (pp. 443–479). University of Chicago Press. <https://doi.org/10.7208/chicago/9780226473062.003.0013>
- Mokyr, J. (1990). *The lever of riches: Technological creativity and economic progress*. Oxford University Press.
- Mokyr, J. (2002). *The gifts of Athena: Historical origins of the knowledge economy*. Princeton University Press.
- Mokyr, J. (2005). The intellectual origins of modern economic growth. *The Journal of Economic History*, 65(2), 285–351. <https://doi.org/10.1017/S0022050705000112>
- Mokyr, J. (2009). *The Enlightened economy: An economic history of Britain 1700–1850*. Yale University Press.
- Mokyr, J. (2016). *A culture of growth: The origins of the modern economy*. Princeton University Press.
- Romer, P. M. (1990). Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, 98(5), 71–102.
- Schumpeter, J. A. (1942). *Capitalism, socialism, and democracy*. Harper & Brothers.

Kónya István

Összeillő különbségek: új utakon az egyenlőtlenség vizsgálatában

Anna Naszódi: *New Methods for Measuring Inequality by Analyzing Assortative Mating*. Springer Kiadó, 2025, 266 o.

Ahogy a különböző társadalmi csoportok közötti szakadék sok országban egyre mélyült, úgy került az egyenlőtlenség kérdése a politikai szintén zajló diskurzusok fókuszába. Ez a körülmény új lendületet adott az egyenlőtlenség mérésére irányuló kutatásoknak.

Az egyenlőtlenség mérésének egyik alapvető megközelítése a jövedelmek közötti különbségek számszerűsítése. Ugyanakkor több olyan ország van, ahol nem állnak rendelkezésre megbízható, a teljes népességre kiterjedő mikroszintű jövedelemadatok. Ahol pedig elérhetők jó minőségű – jellemzően adóbevallásokból származó – rekordok, ott sem feltétlenül olyan bontásban hozzáférhetők, hogy lehetővé tegyék számos fontos kérdés megválaszolását. Például az Egyesült Államokban a szövetségi adóhatóság nem vezet nyilvántartást az adózók etnikai vagy rassz szerinti hovatartozásáról, ezért a bevallások alapján nem tárhatók fel az eltérő etnikai vagy rasszcsoportok közötti jövedelmkülönbségek.

Ezek a problémák több kutatót arra ösztönöztek, hogy alternatív adatforrásokat használjanak. Anne Case és Angus Deaton például az amerikaiak várható élettartamát vizsgálták rassz és iskolázottság szerinti bontásban.¹ Így a megközelítésük alkalmas volt arra, hogy az elmúlt évtizedekre vonatkozóan dokumentálják az amerikai fehérek és feketék átlagosan várható élettartamában meglévő különbség változását, valamint a diplomások és a felsőfokú végzettség nélküliek életévekben megmutatkozó egyenlőtlenségének dinamikáját.

Az egyenlőtlenség mérésére azonban a várható élettartamon túl más demográfiai adatok is lehetőséget kínálnak. Az egyik – talán sok közgazdász számára szokatlan – megközelítés a házasság és az együtt élő partnerek adatainak vizsgálata. Ennek a megközelítésnek a lényege, hogy az eltérő iskolázottságú csoportok közötti egyenlőtlenség növekedésére utal, ha a magasabb iskolázottságú fiatal felnőttek egy adott generációban jobban vágnak saját csoportjukból való párra, mint a korábbi generációk azonos iskolázottságú tagjai. Hasonlóképpen, a rassz szerinti csoportok közötti

¹ Case, A., & Deaton, A. (2021). Life expectancy in adulthood is falling for those without a BA degree, but as educational gaps have widened, racial gaps have narrowed. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(11), e2024777118. <https://doi.org/10.1073/pnas.2024777118>

egyenlőtlenség növekedését jelzi, ha a fiatal felnőttek körében csökken a vegyes házasságok társadalmi elfogadottsága a korábbi generációkhoz viszonyítva.

Összefoglalva, a megközelítés azt használja ki, hogy a párvalasztási preferenciák és attitűdök változása tükrözi a különböző társadalmi csoportok közötti egyenlőtlenségek változását. Ezáltal a különféle gazdaság- és társadalompolitikai döntések egyenlőtlenségre gyakorolt hatása akár a generációk párvalasztási preferenciáinak összehasonlításával is mérhetővé válik.

Naszódi Anna kutatói érdeklődésének fókuszában évek óta az ebben a mérési keretben korábban kidolgozott módszerek felülvizsgálata és újragondolása áll. Kutatásainak sikerességét bizonyítja, hogy szerzőtársaival a 2010-es évek végétől több jelentős módszertani újítással tudta megvizsgálni a *végzettség szerinti homofiliát*, vagyis az azonos iskolai végzettségű egyének egymás iránti preferenciáját, valamint a *rassz szerinti endogámiát*, azaz a saját rasszcsoporthoz tartozók közötti pár választására való hajlamot. Ezek számszerűsítéséhez járult hozzá a korábbi szerzőtársával közösen kifejlesztett Naszódi–Mendonça-módszer (NM-módszer) és az általánosított NM-módszer, amelyeket e könyv részletesen bemutat.

Naszódi Anna több generáció párvalasztási döntéseit vizsgálja, generációnként tízéves bontásban. Így például elemzi a korai és késői boomerek generációját, valamint a korai és késői X generációt is. Az egymást követő generációk homofiliájának összehasonlításakor az empirikusan megválaszolendő kérdés mindig ugyanaz: hogyan választottak volna párt maguknak a később született generációk tagjai a mellett a *tényellentétes* (kontrafaktuális) feltevés mellett, hogy a „piaci felhozatal” változatlan? Vagyis abban az esetben, ha a később született házasulandó férfiak és nők iskolai végzettsége megegyezne a korábban születettekével.

A kiinduló kérdés tehát egyszerűnek tűnik, viszont a megválaszolása már nagyon is összetett feladat. Nem tudjuk megfigyelni ugyanis, hogy milyen lett volna a világ, ha valami máshogyan alakul. A könyvben összehasonlított módszerek pedig éppen ezeknek a nem megfigyelhető tényellentétes világoknak a megkonstruálási módjában térnek el egymástól.

A homofília trendjének meghatározását nehezíti, hogy az egyes generációk egymást váltva vannak jelen a házasságpiacon, így az éppen párt keresők iskolázottsága is folyamatosan változik. Ezzel együtt a párt keresők preferenciái is módosulnak. A két párhuzamos fejlemény elkülönítése és mérése talán már a lehetetlen határát súrolja.

A szerző arra a konklúzióra jut, hogy az egyes vizsgált generációk tagjai számára különböző mértékben volt fontos a párjuk iskolázottsága: a korai boomereknek jellemzően fontosabb volt, mint a késői boomereknek; a korai X generációhoz tartozóknak pedig jellemzően kevésbé volt fontos, mint a késői X generáció tagjainak.

A fenti eredmények szerint az iskolázottsági homofília – és ezzel együtt a társadalmi egyenlőtlenség – az idők folyamán nemcsak nőhet, hanem csökkenhet is. Ráadásul a homofília csökkenése nemcsak az Egyesült Államok egészében, hanem több dél-amerikai, európai, afrikai és ázsiai országban is empirikusan tetten érhető.

A szerző már a monográfia legelső részében figyelmeztet, hogy az egyenlőtlenség mérésére használt módszerek különbségeinek mélyebb megértéséhez magasabb szintű

matematikai ismeretek szükségesek. Ugyanakkor a könyv didaktikussága és egyszerű számpéldái az alapvető ismeretekkel rendelkező olvasók számára is jól illusztrálják az egyes módszerek közötti különbségeket és az új módszerek előnyeit.

A hagyományos módszerek, modellek és indikátorok közül a könyv tárgyalja az *Iterative Proportional Fitting* (IPF) algoritmust, a mátrixdetermináns-alapú módszert, a minimális euklideszi távolság módszerét, a Choo–Siow-modellt, valamint a regressziós koefficiens, az esélyhányadost, a v -értéket, végül pedig a valószínűségi hányadost. Az újonnan javasolt módszerek és indikátorok köréből megismerhetjük az NM-módszert és annak általánosítását, továbbá a rezervációs pontokkal kibővített Gale–Shapley-féle párosító algoritmust, valamint a Liu–Liu-indikátort, amely az NM-módszer alapját képezi. Itt érdemes megjegyezni, hogy az NM-módszer a Gale–Shapley-féle mérési eljárás rezervációs pontokat figyelembe vevő algoritmusának pontosságával vetekszik, ugyanakkor a legelterjedtebb IPF-metódus egyszerűségéhez hasonlítható.

A könyv tudományos kontribúciója tehát többértékű: egyrészt az asszortatív párválasztás irodalmát összegzi, másrészt alaposan tárgyalja a tényellentétes eloszlások meghatározásának problémakörét és a tényellentétes konstruálási módszerek közötti választás általános kérdéseit. Ezenfelül ismerteti az NM-módszert, ami az egyenlőtlenség mérésének elmélete iránt érdeklődő kutatók számára igazi tudományos csemege.

Kovács Emese

A Közgazdasági Szemléhez benyújtott tanulmányok elbírálásának szempontjai

Tisztelt Lektorunk!

Kérjük, hogy *véleményének megfogalmazása után* töltse ki az alábbi táblázatot, kérdés-csoportonként X-szel jelezve azt a minősítést, amely a legközelebb áll értékeléséhez!

Értékelési kritérium	Nagyon gyenge/ elfogadhatatlan	Elfogadható, megüti a mércét	Kiváló
Tartalmi megítélés			
Relevancia, várható hatás			
Precizitás, világosság			
Szakirodalmi megalapozás, hivatkozások			

Kérjük, a táblázatban foglalt minősítéseket összegezve, *feltétlenül* húzza alá az alábbi javaslatok egyikét!

- A cikk közlését (jelentéktelen javításokkal) *támogatom*.
- A cikk közléséhez *lényeges átdolgozásra* van szükség.
- A cikk közlését *nem támogatom*.

Kérjük, lektori véleményét az alábbi megfontolások alapján készítse el, és lehetőség szerint válaszoljon minden fontosabb kérdéscsoportra az elbírálendő cikkel kapcsolatban.

1. A cikk tartalmának megítélése

Világos, könnyen azonosítható és elemzésre érdemes a probléma, amelyet a cikk tárgyal?

- Alkalmas a szerző által kifejlesztett modell (elemzési keret) a probléma megválaszolására?
- Megfelelők a szerző által választott módszerek, illeszkednek a kutatási kérdéshez?
- Elfogadható vagy legalább vitára érdemes a szerző magyarázata, érvelése?

2. A cikk relevanciája, várható hatása

Mennyire fontosak a cikkben felvonultatott új tudományos eredmények az elmélet vagy a gyakorlat (esetleg mindkettő) szempontjából?

- Ösztönöz a cikk továbbgondolásra, új kutatásokra?
- Várható, hogy a tanulmány tudományos vitát ébreszt?
- Van a cikknek gazdaságpolitikai, illetve a vállalatok számára fontos mondanivalója?

3. Precizitás, világosság, áttekinthetőség

Egyértelmű, logikus a kifejtés, világosak a cikk állításai, érvelése?

- Vannak fogalmi csúsztatások, homályos fogalmak a tanulmányban?
- Hibátlanok a matematikai levezetések, képletek, formulák, táblázatok?
- Árnyos a cikk szerkezete?
- Gördülékenyen van megírva a tanulmány?

4. Szakirodalmi megalapozás és hivatkozások

Épít a szerző a témában közölt releváns szakirodalomra, azt kellő mélységben ismeri?

- Tartalmiak a szerző hivatkozásai, vagy formálisak?
- Vannak tételesen felsorolandó hiányosságok ezen a területen (megkerülhetetlen szerzők kihagyása, kevésbé fontos szerzők citálása, túlzott mértékű önhivatkozás, nem független, lekötözött hivatkozások stb.)?
- Nem támaszkodik a szerző megengedhetetlen mértékben más szerzők írásaira?
- Túlmege a tanulmány a szakirodalom egyszerű ismertetésén, összefoglalásán?
- Korrektek, pontosak a szerző hivatkozásai a cikkben belül és a cikk végén közölt hivatkozásjegyzékben?

Kedves Szerzőink!

Az MTA Könyvtár és Információs Központtal együttműködve cikkeinket ellátjuk a CrossRef-nél regisztrált DOI-azonosítóval. Ezért kérjük, hogy a *Hivatkozásokban* tüntessék fel a művek DOI-azonosítóját (természetesen sokszor előfordul, hogy nincs ilyen). A DOI a következő linkre kattintva kereshető meg: <http://search.crossref.org>.

Például:

BOLDRIN, M.–MONTES, A. [2005]: The intergenerational state. Education and pensions. *Review of Economic Studies*, Vol. 72. No. 3. 651–664. o.

A hivatkozott tételt bemásoljuk a keresőmezőbe, a találati listából pedig kiválasztjuk a megfelelő tételnél lévő hivatkozást, és besúrjuk a hivatkozás végére: BOLDRIN, M.–MONTES, A. [2005]: The intergenerational state. Education and pensions. *Review of Economic Studies*, Vol. 72. No. 3. 651–664. o. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937x.2005.00346.x>.

Ne feledkezzenek meg a besúrt hivatkozás hiperhivatkozásként való megjelöléséről a kéziratban!

A CrossRef-nél regisztrált DOI növeli a cikkek láthatóságát, könnyíti az adott, kapott hivatkozások összesámlálását!