

KISS LÁSZLÓ MARCELL–CSATÓ LÁSZLÓ–
SZÁDOCZKI ZSOMBOR

A labdarúgó-világbajnokság kvóta- elosztása páros összehasonlításokkal

A labdarúgó-világbajnokság selejtezőit a Nemzetközi Labdarúgó-szövetség (FIFA) hat regionális konföderációja szervezi, amelyek mindegyikéből előre adott számú válogatott jut ki a világbajnokságra. Tanulmányunkban egy, a konföderációk múltbeli teljesítményének összehasonlításán alapuló kvótaelosztást javasolunk. A bemutatott módszertan a hivatalos FIFA-világranglista kontinensek összehasonlítására való kiterjesztésén alapszik. Ennek során számos elméleti és gyakorlati kihívást megválaszolunk, és többféle modellváltozatot is bemutatunk. Az eredmények azt sugallják, hogy a FIFA által 2026-ra alkalmazott kvótaelosztás nem tükrözi a kontinensek közötti tényleges erőviszonyokat. Több európai és dél-amerikai csapatnak kellene részt vennie a jövőbeli világbajnokságokon, valamint az észak- és közép-amerikai, Karibi-térség magasabb kvótát érdemelne, mint az ázsiai. Mindez felhívja a figyelmet egy átlátható, legalább részben teljesítményalapú kvótakiosztás szükségességére.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: C44, D71, Z20.

„És felelvén Jézus, monda nékik: Adjátok meg
a mi a Császáré, a Császárnak, és a mi az Istené,
az Istennek. És elálmélkodának ő rajta.”

(Márk evangéliuma 12:17)

* Hálások vagyunk *Gyimesi András* és a két anonim bíráló értékes megjegyzéseikért. A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal FK 145838 számú pályázata támogatta. A tanulmány *Kiss László Marcell* 2023-ban a Budapesti Corvinus Egyetem Tudományos Diákköri Konferenciáján előadott dolgozatának továbbfejlesztése.

Kiss László Marcell, Budapesti Corvinus Egyetem (e-mail: kissmarci00@gmail.com).

Csató László, HUN-REN SZTAKI Mérnöki és Üzleti Intelligencia Kutatólaboratórium Operációkutatás és Döntési Rendszerek Kutatócsoport; BCE Operáció és Döntés Intézet Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék (e-mail: laszlo.csato@sztaki.hun-ren.hu).

Szádoczki Zsombor, HUN-REN SZTAKI Mérnöki és Üzleti Intelligencia Kutatólaboratórium; BCE Operáció és Döntés Intézet Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék (e-mail: zsombor.szadoczki@sztaki.hun-ren.hu).

A kézirat első változata 2024. február 8-án érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2024.7-8.791>

Bevezetés

A legtöbb sportversenyen korlátozott az indulók száma. Ugyanakkor, amennyiben nincs objektív mércéje a teljesítménynek (mint például a szintidő), a kvalifikációt jelentő kvóták kiosztása a legkevésbé sem triviális feladat. Kutatásunk célja a kvóta-kiosztási probléma megoldása egy, a csapatok különböző halmazai közötti, páronkénti összehasonlításon alapuló megközelítés segítségével.

A módszertan bemutatásához a labdarúgó-világbajnokságot választottuk esettanulmányként. A négyévente megrendezésre kerülő torna az egyik legnépszerűbb sportesemény a világon. A 2022-es világbajnokság eseménysorozata közel ötmilliárd embert ért el valamilyen formában, és 93,6 millió bejegyzést generált a közösségi média platformjain, összesen 262 milliárd kumulatív eléréssel (FIFA [2023]). A világbajnokság számos látogatót vonz a világ minden tájáról, ami mind a rendező országban, mind a szomszédos országokban erőteljes keresletet generál a turisztikai szolgáltatásokat nyújtók számára (Mancini és szerzőtársai [2022]).

A világbajnokság selejtezőit a Nemzetközi Labdarúgó-szövetség (FIFA) hat konföderációjában játsszák: AFC (Ázsia), CAF (Afrika), CONCACAF (Észak- és Közép-Amerika és a Karibi-térség), CONMEBOL (Dél-Amerika), OFC (Óceánia) és UEFA (Európa). A FIFA minden világbajnokság előtt meghatározza, hogy az egyes konföderációk mekkora kvótával rendelkeznek, azaz hány válogatottat küldhetnek a világbajnokságra. A kvótaelosztási szabály azonban ismeretlen (Stone–Rod [2016]), ráadásul több szempontból igazságtalan (Csató [2023b]). A kérdés a közelmúltban különösen nagy figyelmet kapott, ugyanis 2026-tól a korábbi 32 csapat helyett 48 csapat vehet részt az eseményen (Krumer–Moreno–Ternero [2023]).

A jelen tanulmányban javasolt elosztási módszertan e hat konföderáció rangsorolására támaszkodik. Kiindulópontként a hivatalos FIFA-világranglista számítási képletét használjuk, amelyet a nemzeti válogatottak erősségének mérésére alkalmaznak. Ezt a rangsorolási módszert terjesztjük ki úgy, hogy értékelni tudjuk az egyes konföderációk korábbi labdarúgó-világbajnokságokon nyújtott teljesítményét. Bár azt gondolhatnánk, egy ilyen kiterjesztés szinte triviális, számos tényezőt kell figyelembe venni, amint azt a későbbiekben részletezzük.

Kvótaelosztási módszerünk alapján megállapítható, hogy több európai és dél-amerikai csapatnak kellene részt vennie a 2026-os világbajnokságon, mint amennyit a FIFA engedélyez. Ezenkívül a CONCACAF-kvótának magasabbnak kellene lennie, mint az AFC-kvótának, ami szöges ellentétben áll a korábbi évtizedek politikájával.

A javasolt módszertan lehetővé teszi a világbajnoki kvóták kontinensek közötti transzparens elosztását. Mivel módszerünk a hivatalos FIFA-világranglista kiterjesztésén alapul, könnyebben elfogadható lehet az érdekelt felek számára, mint Krumer–Moreno–Ternero [2023] méltányos elosztási eljárásokon alapuló megközelítése.

Tanulmányunk az alábbi felépítést követi. Rövid irodalomáttekintést követően bemutatjuk a felhasznált adatokat, majd a módszertant ismertetjük. Végül az eredmények tárgyalását követően kutatásunk fő tanulságait foglaljuk össze.

Szakirodalmi áttekintés

Bár a szűkös erőforrások elosztása a közgazdaságtan egyik alapvető problémája, meglepően kevés tanulmány foglalkozik a labdarúgó-világbajnokság kvótáinak allokációjával. *Stone–Rod* [2016] szerint a kvalifikáció jelenlegi rendszere sem nem biztosítja a legjobb 32 válogatott részvételét, sem más észszerű mérőszám (például a konföderációhoz tartozó csapatok száma) alapján nem osztja el igazságosan a világbajnoki helyeket. *Csató* [2023b] jelentős különbségeket talált a kontinensek válogatottjainak kijutási esélyei között: egy dél-amerikai csapat (Peru) például megháromszorozhatta volna a 2018-as kvalifikációs esélyeit, ha Ázsiában versenyzett volna. Ezzel analóg módon Ausztrália (a kétezres évek elején történő) átlépése az óceániaiból az ázsiai zónába mintegy 65 százalékkal növelte a 2018-as világbajnokságon való részvételének valószínűségét.

A 32-ről 48 csapatosra történő bővítés kapcsán *Krumer–Moreno–Ternero* [2023] a méltányos elosztás eszközeivel vizsgálta a további 16 kvóta allokációját. A szerzők a kontinensek „követeléseit” a FIFA világranglistája és a World Football Elo Ratings (<http://eloratings.net/>) alapján állapították meg. Fontos különbség az imént említett tanulmány és a jelen kutatás között, hogy míg az előbbiben használt ranglisták a nemzeti válogatottak összes hivatalos mérkőzésének eredményein alapulnak, az általunk javasolt megközelítés kizárólag a világbajnokságokon és az interkontinentális pótszelejtezőkön lejátszott mérkőzéseket veszi figyelembe. Tehát sem a barátságos, sem a kontinenseken belüli mérkőzések nem befolyásolják az eredményeinket.

Elosztási szabályunk a hivatalos FIFA-világranglista módszertanából indul ki. A FIFA-világranglista számítási elve 2018 óta az Élő-féle megközelítést használja (*FIFA* [2018]). Az Élő-pontrendszert egy magyar származású amerikai fizikus, Élő Árpád dolgozta ki sakkozók rangsorolására, a témában írt könyve 1978-ban jelent meg (*Elo* [1978]). *Gomes de Pinho Zanco és szerzőtársai* [2024] sztochasztikus módszerekkel átfogóan elemzik az Élő-algoritmust. A 2018-as reform a korábbi FIFA-világranglista számos gyengeségét korrigálta, amelyeket *Cea és szerzőtársai* [2020], *Csató* [2021], illetve *Lasek és szerzőtársai* [2016] foglalnak össze. *Szczecinski–Roatis* [2022] azonban még mindig azonosít néhány lehetőséget az előrejelző képesség javítására.

Örvendetes módon bővül a sportban felmerülő problémákat módszertani, statisztikai eszközökkel vizsgáló hazai tanulmányok száma is. *Fűrész–Rappai* [2018] koncentrációs mutatószámokat használ a sportbajnokságokon belüli erőviszonyok modellezésére. *Dobránszky–Sziklai* [2020] két egyéni teljesítménysport, az úszás és a fedett pályás futás versenyformátumát hasonlítja össze Monte-Carlo-szimulációk segítségével. *Braun–Gyimesi* [2021] 21 európai labdarúgóliga historikus adatai alapján számszerűsíti az első osztály előnyét a másodosztállyal szemben. *Petróczy* [2021] páros összehasonlításokon alapuló eljárásokat javasol a Forma-1 nemzetközi autóverseny bevételeinek elosztására. *Braun és szerzőtársai* [2022] az európai labdarúgás legnagyobb presztízsű kupasorozata, az UEFA Bajnokok Ligája esetén vizsgálja a mérkőzések szorosságát, illetve a legsikeresebb csapatok összetételének változását. Végül, de nem utolsósorban, a *Csató* [2023a] monográfia a sportversenyek lebonyolításának tudományos szempontú elemzésére vállalkozik, operációkutatási fókusszal.

Felhasznált adatok

Adatbázisunk alapját az 1954-es kiírás óta az összes labdarúgó-világbajnokságon és interkontinentális pótselejtezőn lejátszott mérkőzés képezi. Két interkontinentális pótselejtezőt figyelmen kívül hagytunk, mert a politika erősen befolyásolta azok kimenetelét (*Csató és szerzőtársai* [2024]). Az 1954 és 2022 közötti világbajnokságok versenyformátumait *Lapré–Palazzolo* [2023] 1. táblázata ismerteti. Minden országot ahhoz a konföderációhoz soroltunk, amelynek a mérkőzés időpontjában tagja volt. Ez elsősorban Ausztrália esetében lényeges, amely a 2006-os világbajnokságig az OFC-ben szerepelt, azóta viszont az AFC-ben versenyez.

A konföderációk közötti erőviszonyok meghatározásához csak azokat a mérkőzéseket használjuk fel, amelyeket két különböző konföderációból származó válogatott játszott egymással.

A múltbeli világbajnokságokon és interkontinentális pótselejtezőkön legfeljebb egy óceániai csapat játszott, ez az ország pedig 1986 és 2006 között – egy kiírás kivételével – Ausztrália volt, ezért az OFC értékelése csak nehezen, számos finomítással lenne kivitelezhető. Emiatt úgy döntöttünk, hogy a 2026-os világbajnokságra meghatározott 4/3-os szinten rögzítjük az OFC helyeinek számát. Ugyanakkor *Krumer–Moreno–Ternero* [2023] szerint nem indokolt ilyen magas kvótaszám.

A FIFA világranglistája az oda-vissza vágós selejtezőket két külön mérkőzésként kezeli annak ellenére, hogy a kvalifikációt a két mérkőzés összesített eredménye határozza meg. Ezért a továbbiakban mi is ezzel a megoldással élünk.

A csoportmérkőzések utolsó fordulójának figyelmen kívül hagyása

A csoportkör utolsó fordulójában a már biztosan továbbjutó csapatok nincsenek különösebben motiválva a győzelemre, és más tényezőket is figyelembe vehetnek, például pihentethetik legjobb játékosaikat (*Chater és szerzőtársai* [2021]). Ezek a mérkőzések lehetőséget kínálnak az összejátszásra (*Guyon* [2020]) vagy taktikázásra is (például szándékos vereség azért, hogy az egyenes kieséses szakaszban könnyebb ágra kerüljenek). Illusztrációként vegyük a 2022-es világbajnokság D csoportját. Itt Franciaország az első két fordulóban legyőzte Ausztráliát és Dániát, ami biztosította számára a továbbjutást a legjobb 16 közé. Ezek után annak ellenére is megnyerte a csoportot, hogy a harmadik fordulóban kikapott Tunéziától.

Az 1974-es, 1978-as és 1982-es világbajnokságokon megrendezett második csoportkör kisebb mértékben szenved ettől az ösztönzési problémától, mivel 1974-ben és 1978-ban a két csoportgyőztes jutott a döntőbe, a két második helyezett pedig a bronzéremért játszhatott, míg 1982-ben csak a négy csoportgyőztes jutott az elődöntőbe.

Ezért a csoportkör utolsó fordulójában játszott mérkőzéseket – az esetleges második csoportkör kivételével – figyelmen kívül hagyjuk.

Leíró statisztikák

Az 1. táblázat az adatbázisunkban szereplő, különböző konföderációk közötti mérkőzések számát mutatja be. A világbajnoki mérkőzéseket a Football – FIFA World Cup, 1930–2022 című honlapról¹ gyűjtöttük össze, az interkontinentális pótsejtezőket pedig kézzel adtuk hozzá. A 451 kontinensközi mérkőzés 81 százalékán szerepelt európai csapat, a mérkőzések több mint egyharmadát dél-amerikai csapat játszotta európai ellen. Ezzel szemben a CAF és a CONCACAF, valamint az AFC és a CONCACAF között kevesebb mint 10 mérkőzés volt (az interkontinentális pótsejtezőkben további két oda-vissza vágós összecsapás szerepel az utóbbi két régió között).

1. táblázat

A konföderációk egymás elleni mérkőzéseinek gyakorisága

A mérkőzés típusa	A mérkőzés éve*																		Σ
	54	58	62	66	70	74	78	82	86	90	94	98	02	06	10	14	18	22	
AFC–CAF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	2	3	2	3	14
AFC–CONCACAF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0	0	1	1	7
AFC–CONMEBOL	0	0	0	1	1	0	0	0	2	1	1	1	1	0	4	2	2	5	21
AFC–UEFA	2	0	0	2	1	0	2	2	2	3	3	5	9	4	4	3	6	6	54
CAF–CONCACAF	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0	0	6
CAF–CONMEBOL	0	0	0	0	1	0	0	1	1	2	2	2	2	2	4	1	1	0	19
CAF–UEFA	0	0	0	0	1	2	1	3	4	4	4	9	9	6	6	6	7	12	74
CONCACAF–CONMEBOL	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	2	1	1	2	2	3	2	1	18
CONCACAF–UEFA	1	2	1	2	3	2	1	4	5	4	4	4	4	5	4	7	4	7	64
CONMEBOL–UEFA	7	9	11	9	7	13	11	9	10	9	8	12	11	8	9	12	11	8	174
Pótsejtező (1 mérkőzés)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Pótsejtező (2 mérkőzés)	0	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	12
Σ	11	11	19	14	14	17	17	19	25	24	25	36	41	32	38	40	37	44	464

* A labdarúgó-világbajnokságok éveit az utolsó két számjeggyel rövidítjük.

Megjegyzés: az első csoportkör utolsó fordulójában játszott mérkőzések nem szerepelnek a táblázatban.

A kvótaelosztások történelme

A 2. táblázat a hat kontinens számára kiosztott kvóták számát mutatja a 32 csapatos világbajnokságokon. Az elosztás 2006 és 2022 között lényegében állandó volt – a rendező országnak juttatott automatikus kvótát kivéve. Megfigyelhető, hogy a 2026-os

¹ https://www.kaggle.com/datasets/piterfm/fifa-football-world-cup?select=matches_1930_2022.csv.

2. táblázat

Kvótaelosztások a legalább 32 csapatos világbajnokságokon

Konföderáció	1998	2002	2006	2010	2014	2018	2022	2026
AFC	3,5	2,5+2	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5+1	8,33
CAF	5	5	5	5+1	5	5	5	9,33
CONCACAF	3	3	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,67+3
CONMEBOL	5	4,5	4,5	4,5	4,5+1	4,5	4,5	6,33
OFC	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,33
UEFA	14+1	14,5	13+1	13	13	13+1	13	16
Összesen	32	32	32	32	32	32	32	48

Megjegyzés: a törtszámok az interkontinentális pótszelejtezőn keresztül elérhető helyeket jelentik. A + jel utáni érték a házigazdát (házigazdákat) jelöli.

bővítés abszolút értékben elsősorban az ázsiai és afrikai konföderációknak kedvezett, míg Európát és Dél-Amerikát relatív értelemben kedvezőtlenül érintette a változtatás.

Módszertan

A módszertan kidolgozása során a lehető legnagyobb mértékben követni kívántuk a hivatalos FIFA-világranglista számítási képletét (FIFA [2018]). Ez azonban a nemzeti válogatottak erejének mérésére készült, ezért bizonyos pontokon módosítást igényel.

A FIFA-világranglista számítási szabálya

A FIFA-világranglista 2018 óta Élő-alapú pontszámítást használ (FIFA [2018]). Az i -edik csapat $R_i^{(0)}$ pontszáma $R_i^{(1)}$ értékre frissül a j -edik csapat elleni mérkőzés után, mégpedig a következőképpen:

$$R_i^{(1)} = R_i^{(0)} + \Delta R_i = R_i^{(0)} + I(W - W_{ij}^E), \quad (1)$$

ahol I a mérkőzés súlya, W a mérkőzés tényleges, W_{ij}^E pedig a várható eredménye.

A mérkőzések fontosságát tekintve adatbázisunkban a FIFA [2018] kategóriáit használva háromféle mérkőzéstípus van: a) $I = 25$ a világbajnokság selejtezőmérkőzései; b) $I = 50$ a világbajnokság mérkőzései a nyolcaddöntőig; c) $I = 60$ a világbajnokság mérkőzései a negyeddöntőtől kezdve. A második csoportkörben játszott mérkőzések súlyát 1974-ben és 1978-ban 60-nak, 1982-ben 50-nek választottuk. Egy mérkőzés kimenetele győzelem ($W = 1$), döntetlen ($W = 0,5$) vagy vereség ($W = 0$) lehet. A büntetőpárbajban eldőlt mérkőzések a vesztes csapat számára döntetlenként ($W = 0,5$), a győztes csapat számára pedig „fél” győzelemként ($W = 0,75$) kerülnek elszámolásra.

W_{ij}^E a (2) képlet alapján határozható meg, ahol R_i és R_j a két csapat Élő-pontszáma:

$$W_{ij}^E = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{(R_i - R_j)}{600}}}. \quad (2)$$

Vegyük észre, hogy $W_{ji}^E = 1 - W_{ij}^E$. Továbbá $W_{ij}^E > 0,5$ akkor és csak akkor, ha $R_i > R_j$, tehát a döntetlen a gyengébb csapat számára előnyös, az erősebb számára viszont kedvezőtlen.

Létezik egy további speciális szabály is: a csapatok pontszáma a világbajnokság egyenes kieséses szakaszában nem csökkenhet. Az (1) képlet önmagában biztosítaná, hogy az összes csapat Élő-pontszámának összege nem változik, mivel $\Delta R_i + \Delta R_j = 0$. A büntetőpárbajban eldölt mérkőzések speciális kezelése és az egyenes kieséses szakaszban történő pontvesztés tilalma azonban állandó „inflációt” jelent a pontszámokban.

A FIFA-pontszámok online kalkulátora elérhető például a Calculation of the rating number in the FIFA Ranking című oldalon, ahonnan a megfelelő Excel-megoldás is letölthető.²

A frissítés gyakorisága

A konföderációk teljesítményének értékelésekor az azonos régióhoz tartozó csapatok között nem teszünk különbséget, egy adott pillanatban mindegyik ugyanazzal az Élő-pontszámmal rendelkezik. Amikor két különböző konföderációból származó válogatott találkozik egymással, a mérkőzés értékelését a konföderáció Élő-pontszáma alapján végezzük el, és a mérkőzés kimenetele is a teljes konföderáció Élő-pontszámát módosítja.

Egy adott válogatott nagyon ritkán játszik két mérkőzést három napnál rövidebb idő alatt, és természetesen sohasem játszhat egy időpontban két mérkőzést. Ha azonban a csapatok halmazával dolgozunk, akkor előfordulhat, hogy ugyanazon konföderáció két tagja (például Argentína és Brazília) ugyanazon a napon vagy akár egy időben játszik különböző ellenfelek ellen. A mérkőzések sorrendje viszont hatással van az Élő-pontszámokra (Csató és szerzőtársai [2024]).

A mérkőzések sorrendjének kezelésére három lehetőséget vizsgálunk:

1. *Fordulók közötti frissítés* • A kontinensek Élő-pontszámait a csoportkör(ök) minden fordulójának kezdetén, valamint minden egyenes kieséses forduló elején rögzítjük. Az interkontinentális pótselejtezőt extrafordulónak tekintjük. A ΔR frissítéseket a forduló összes releváns mérkőzésén meghatározzuk, majd ezeket összeadjuk, hogy megkapjuk az új Élő-pontszámokat, amelyeket a következő forduló elején írnak jóvá. A frissítések maximális száma egy világbajnokságon megegyezik az egy csapat által játszható mérkőzések maximális számával, ami az 1998 és 2022 közötti világbajnokságok esetében hét. Ezt nevezzük *fordulónkénti* frissítési gyakoriságnak.

² https://hermann-baum.de/excel/WorldCup/en/FIFA_Ranking.php.

2. *Szakaszok közötti frissítés* • A kontinensek Élő-pontszámai a csoportkör(ök) kezdetén, valamint minden egyenes kieséses forduló elején rögzítésre kerülnek. Az interkontinentális selejtezőt extraszakasznak vesszük. A ΔR frissítéseket a szakasz összes releváns mérkőzésére vonatkozóan meghatározzuk, ezeket összeadjuk, majd a következő szakasz elején frissítjük az Élő-pontszámokat. Egy világbajnokságon a frissítések maximális száma megegyezik a kieséses fordulók és a csoportkörök számával, ami az 1998 és 2022 közötti világbajnokságok esetében öt. Ebben az esetben *szakaszonkénti frissítésről* beszélünk.

3. *Tornák közötti frissítés* • A kontinensek Élő-pontszámait az interkontinentális selejtezők kezdetén rögzítjük. A ΔR frissítéseket az adott világbajnokság végéig minden releváns mérkőzésre vonatkozóan meghatározzuk és összeadjuk, hogy megkapjuk az új Élő-értékeket, amelyeket a következő világbajnokság selejtezőinek elején frissítünk. Egy kiírás során a frissítések száma egy. Ezt a típusú frissítési gyakorlatot *négyévesnek* nevezzük.

A legjobb csapatok kiemelése

Ha egy konföderációban vannak olyan válogatottak, amelyek szinte mindig kijutottak a világbajnokságra, kérdésessé válik, hogy ezen országok teljesítményét milyen mértékben kell figyelembe venni a kontinens által megérdemelt kvótaszám meghatározásánál. Vegyük példaként Brazíliát, amely 1954 óta mind a 18 tornára kijutott. A kvalifikáció szempontjából tehát Brazília semmiképpen nem „marginális” ország, így a CONMEBOL kvótaszámának növelése nem javítaná érdemben Brazília kvalifikációs esélyeit. Tehát Brazília jó szereplése teljesen lényegtelen, amikor arról döntünk, hogy a dél-amerikai kontinens 5, 6 vagy éppen 7 helyet kapjon. Ellenkező példaként vegyük Hollandiát, amely 1954 óta csak kilenc világbajnokságon (50 százalék) vett részt. Ugyanakkor háromszor játszott döntőt és ötször elődöntőt, azaz az UEFA kvótáinak növelése egy versenyképes válogatott kvalifikációjához vezethet.

Ideális esetben az elosztási szabályt azon „marginális” csapatok teljesítménye alapján kellene meghatározni, amelyek kvalifikációs esélyét jelentős mértékben befolyásolja a kontinentális kvóta nagysága. A leggyengébb csapatok eleve hiányoznak az adatbázisunkból, mivel a selejtezőtornákon kiesnek. Az előző bekezdésben említett problémát orvosolandó, a legtöbbször részt vevő erős csapatokat egy „kiemelt” halmozban, egyfajta „extra” kontinensként kezeljük.

Két kiemelt országcsoportot határoztunk meg az 1954 és 2022 közötti 18 világbajnokságon történő szereplések száma alapján.

A K1 kiemelt csoport négy országot tartalmaz:

- Anglia (UEFA, 15/18),
- Argentína (CONMEBOL, 16/18),
- Brazília (CONMEBOL, 18/18),
- Németország/NSZK (UEFA, 18/18).

A K2 kiemelt csoport a K1-ben levő országokon felül további négy országot tartalmaz:

- Franciaország (UEFA, 13/18),
- Mexikó (CONCACAF, 15/18),
- Olaszország (UEFA, 15/18),
- Spanyolország (UEFA, 14/18).

Egyetlen másik ország sem szerepelt 12-nél több világbajnokságon.

A kiemelt halmazt a többi konföderációval analóg módon kezeljük. A kiemelt halmazba tartozó országok közötti mérkőzéseket nem vesszük figyelembe; például nyolc kiemelt ország esetén az Argentína–Spanyolország mérkőzés eredménye egyáltalán nem számít. A többi válogatott kiemelt csapatok elleni eredményei viszont hatással vannak az Élő-pontszámokra. A szétosztandó kvóták számát a kiemelték számával (0/4/8) csökkentjük, de ezeket a helyeket a végén hozzáadjuk a megfelelő konföderációéhoz. Például, ha a CONMEBOL x helyet kap a K1 vagy K2 kiemelés esetén, akkor a CONMEBOL kvótája végül $x + 2$ lesz, mivel mindkét kiemelt halmazban két dél-amerikai nemzet szerepel.

Az elosztási szabály

Bármelyik két szereplő (csapat vagy jelen esetben konföderáció) esetén a (2) egyenlet megadja, hogy az egyik szereplő hányszor jobb a másikinál. Pontosabban, az i -edik és a j -edik szereplő esetén az $a_{ij} = W_{ij}^E / W_{ji}^E$ arány fejezi ki azt, hogy hányszor valószínűbb az i -edik szereplő győzelme a j -edik szereplő győzelménél. Ez az arány teljesíti a tranzitivitás tulajdonságát (Csató és szerzőtársai [2024] 1. tétel).

A rendelkezésre álló kvóták száma ($48 - 4/3$, mivel az OFC-kvóta 4/3-ban van rögzítve) a tranzitivitás miatt könnyen felosztható a páros összehasonlítások alapján. Egy k -edik kontinenst tetszőlegesen választva az i -edik kontinensnek járó kvóták száma a következőképpen számítható ki:

$$q_i = \frac{a_{ik}}{\sum_{j=1}^n a_{jk}} \times \left(48 - \frac{4}{3} - |S| \right) + |S_i|, \quad (3)$$

ahol $|S|$ a kiemelt országok száma, míg $|S_i|$ az i -edik kontinensről származó kiemelték száma. A tranzitivitásnak köszönhetően q_i független a k -edik választásától.

A kvótakiosztást egy példával illusztráljuk.

1. PÉLDA • Vegyük a 2002-es világbajnokságig lejátszott összes mérkőzést (beleértve a 2002-es világbajnokságot is), és dolgozzunk a K2-es kiemelt halmazzal, valamint fordulónkénti frissítéssel. Ekkor az AFC, CAF, CONCACAF, CONMEBOL és UEFA konföderációk Élő-pontjai a 2002-es torna végén rendre 1576,56, 1734,71, 1574,12, 1590,36 és 1806,89. Ezek az értékek függetlenek a konföderációkhoz rendelt egységes kezdeti Élő-pontszámoktól, mivel csak az Élő-pontok felhalmozódó különbsége van hatással az erőviszonyokra.

3. táblázat

A konföderációk egymás elleni eredményei

a) NINCS KIEMELÉS

	AFC	CAF	CONC	CONM	UEFA	Σ
AFC	0 (0)	6 (5)	2 (3)	3 (4)	9 (12)	20 (24)
CAF	5 (5)	0 (0)	2 (2)	2 (2)	16 (19)	25 (28)
CONCACAF	6 (3)	2 (2)	2 (0)	4 (4)	10 (16)	24 (25)
CONMEBOL	17 (4)	15 (2)	14 (4)	15 (1)	77 (31)	138 (42)
UEFA	41 (12)	41 (19)	38 (16)	68 (31)	173 (30)	361 (108)
Σ	69 (24)	64 (28)	58 (25)	92 (42)	285 (108)	568 (129)

b) K1 KIEMELÉS

	AFC	CAF	CONC	CONM	UEFA	K1	Σ
AFC	0 (0)	6 (5)	2 (3)	2 (4)	8 (12)	2 (0)	20 (24)
CAF	5 (5)	0 (0)	2 (2)	1 (2)	15 (16)	2 (3)	25 (28)
CONCACAF	6 (3)	2 (2)	2 (0)	4 (3)	9 (14)	1 (3)	24 (25)
CONMEBOL	9 (4)	6 (2)	4 (3)	2 (0)	18 (14)	2 (3)	41 (26)
UEFA	36 (12)	34 (16)	29 (14)	28 (14)	110 (14)	42 (26)	279 (96)
K1	13 (0)	16 (3)	19 (3)	21 (3)	86 (26)	24 (5)	179 (40)
Σ	69 (24)	64 (28)	58 (25)	58 (26)	246 (96)	73 (40)	568 (129)

c) K2 KIEMELÉS

	AFC	CAF	CONC	CONM	UEFA	K2	Σ
AFC	0 (0)	6 (5)	2 (3)	2 (4)	6 (10)	4 (2)	20 (25)
CAF	5 (5)	0 (0)	1 (0)	1 (2)	12 (16)	6 (5)	25 (28)
CONCACAF	3 (3)	1 (0)	0 (0)	2 (1)	3 (7)	2 (4)	11 (15)
CONMEBOL	9 (4)	6 (2)	4 (1)	2 (0)	15 (6)	5 (13)	41 (26)
UEFA	28 (10)	25 (16)	16 (7)	19 (6)	56 (9)	49 (27)	193 (75)
K2	24 (2)	26 (5)	16 (4)	32 (13)	107 (27)	73 (15)	278 (66)
Σ	69 (25)	64 (28)	39 (15)	58 (26)	199 (75)	139 (66)	568 (129)

A K1 kiemelt halmazban Anglia (UEFA), Argentína (CONMEBOL), Brazília (CONMEBOL), Németország (UEFA) szerepel. A K2 kiemelt halmazban Anglia (UEFA), Argentína (CONMEBOL), Brazília (CONMEBOL), Franciaország (UEFA), Mexikó (CONCACAF), Németország (UEFA), Olaszország (UEFA), Spanyolország (UEFA) szerepel. A CONC a CONCACAF-ot, a CONM a CONMEBOL-t rövidíti.

A cellák a sorban szereplő konföderáció által megnyert mérkőzések számát mutatják az oszlopban lévő konföderációval szemben. Zárójelben a döntetlenek száma szerepel. A büntetőpárbajban eldöntött mérkőzések egyszerű győzelemként vagy vereségként vannak feltüntetve. Az oda-vissza vágós selejtezőket két mérkőzésként számoljuk a FIFA-világranglistával összhangban. A (első) csoportkör utolsó fordulójában lejátszott mérkőzések eredményei nem szerepelnek.

Legyen k most az AFC konföderáció. Ekkor a CAF által megérdemelt kvóták száma

$$\frac{1 + 10^{(1576,56-1734,71)/600}}{1 + 10^{-(1576,56-1734,71)/600}} = 1 + 10^{(1734,71-1576,56)/600} \approx 1,83\text{-szorososa az AFC által kiérdemelt}$$

kvóták számának. A CONCACAF, a CONMEBOL és az UEFA esetében a megfelelő arányok rendre 0,99, 1,05 és 2,42. Az AFC-nek járó kvóták száma ekkor (3) alapján

$$q_{AFC} = \frac{48 - 4/3 - 8}{1 + 1,83 + 0,99 + 1,05 + 2,42} \approx 5,3.$$

Hasonlóan, az UEFA által megérdemelt kvóták száma

$$q_{UEFA} = (48 - 4/3 - 8) \frac{2,42}{1 + 1,83 + 0,99 + 1,05 + 2,42} + 5 \approx 17,82,$$

mivel a K2 kiemelés öt UEFA-oroszgot tartalmaz.

Egy konföderáció maximális kvótaszáma

Az imént vázolt elosztási szabály nem tartalmaz semmilyen megkötést az elosztás egyenlőtlenségére vonatkozóan, azaz egy adott konföderáció nulla és az összes rendelkezésre álló kvótaszám között tetszőleges nagyságú kvótát kaphat. Ez első-sorban a CONMEBOL esetében jelenthet problémát, amely a 3. táblázat szerint a legerősebb kontinens, viszont csak 10 tagországgal rendelkezik. Mivel az elosztásnak biztosítania kell, hogy a CONMEBOL kvalifikációs tornáján is megmaradjon a verseny, 8-ban maximáltuk a kontinens kvótaszámát. Ez lehetővé tehet egy olyan konstrukciót, amelyben a hét legjobb dél-amerikai ország közvetlenül kijut a világbajnokságra, a következő két ország pedig egy-egy interkontinentális pótselejtezős helyet kap.

Eredmények

Az adatbázisunkban szereplő mérkőzések kimeneteleit a 3. táblázat foglalja össze. A várakozásoknak megfelelően két kiemelkedő konföderációt láthatunk, amelyek (a döntetleneket leszámítva) a mérkőzéseik több mint felét megnyerték: a CONMEBOL-t (60 százalék) és az UEFA-t (55,88 százalék). Ez azonban megváltozik, ha a legsikeresebb országokat leválasztjuk ezekről a kontinensekről: a CONMEBOL statisztikája mind a négycsapatos, mind a nyolccsapatos kiemelés esetén negatívvá válik, míg az UEFA egyenlege a nyolccsapatos kiemelés esetén fordul negatívba. Nem meglepő módon, mind a K1 (71,03 százalék), mind a K2 (66,67 százalék) halmazhoz tartozó kiemelt válogatottak a mérkőzéseik tekintélyes részét megnyerték.

A fordulónkénti frissítési gyakorisággal számolt Élő-pontszámokat és a nyolc csapatot tartalmazó K2 kiemelést vesszük alapmodellnek. A fordulónkénti frissítési gyakoriság minimalizálja az Élő-pont változása nélkül lejátszott mérkőzések számát. A K2 halmaz kiemelése – ahogy azt az előző bekezdésben láttuk – jól tompítja az UEFA azon jellemzőjét, hogy néhány erős csapat nagymértékben javítja a konföderáció átlagos teljesítményét.

Az alapmodell eredményeit a 4. táblázat foglalja össze. A táblázat hipotetikus historikus kvótaelosztásokat is bemutat, azaz olyan elosztásokat, amelyek az előző nyolc világbajnokság befejezése után lettek volna indokoltak.

4. táblázat

Az alapmodell eredményei (fordulónkénti frissítés, K2 kiemelés)

Konföderáció	Utolsó figyelembe vett világbajnokság								Hivatalos elosztás
	1994	1998	2002	2006	2010	2014	2018	2022	
AFC	3,69	<u>2,81</u>	5,30	5,83	5,19	3,88	3,48	4,48	8,33
CAF	6,59	6,18	9,72	7,16	6,19	5,54	<u>3,96</u>	7,43	9,33
CONCACAF	5,38	<u>3,97</u>	6,25	6,26	5,32	7,24	4,81	5,33	3,67 + 3
CONMEBOL	<u>7,10</u>	7,37	7,59	8	8	8	8	8	6,33
UEFA	23,91	26,34	<u>17,82</u>	19,42	21,98	22,01	26,43	21,43	16

A K2 kiemelt halmazban Anglia (UEFA), Argentína (CONMEBOL), Brazília (CONMEBOL), Franciaország (UEFA), Mexikó (CONCACAF), Németország (UEFA), Olaszország (UEFA), Spanyolország (UEFA) szerepel. A CONMEBOL kvótáját 8-ban maximáltuk. Az (első) csoportkör utolsó fordulóját figyelmen kívül hagytuk. Minden konföderáció esetén megjelöltük a megérdemelt kvóták maximumát (dőlttel) és minimumát (aláhúzással).

A 4. táblázat alapján a CONMEBOL legalább 7, az UEFA pedig legalább 18 kvótát érdemel. Mindkét szám magasabb, mint a 2026-os világbajnokságon számukra biztosított helyek száma (6,33, illetve 16). A CONCACAF erősebbnek tűnik az AFC-nél, bár hogyan is választjuk meg a minta hosszát – ez a tény sem tükröződik a hivatalos kvótaelosztásban. A CAF teljesítménye a leginkább ingadozó, de – a FIFA politikájával összhangban – robusztusan magasabb részesedésre jogosult, mint az AFC.

A 4. táblázat azt is megmutatja, hogy a minta hossza erőteljes hatást gyakorol a kvóták javasolt elosztására (ez a hatás még erősebb akkor, ha ritkább Élő-frissítést alkalmazunk). Az ingadozás elsősorban a kontinensek változó teljesítményének köszönhető, azonban a variabilitás különböző módosításokkal mérsékelhető. A hivatalos FIFA-világranglistához képest jóval több lejátszott mérkőzés miatt felmerülhet a mérkőzések súlyának (*I*) csökkentése, de nem állt szándékunkban önkényesen módosítani a hivatalos képletet. Egy másik megoldás lehet, ha a kvóták egy részét valamilyen *status quo* alapján rögzítjük, és csak a maradékot osztjuk ki a teljesítmény alapján. Kiindulhatnánk például a 2006 és 2022 között használt 31 (és egy, a házigazda számára fenntartott) kvóta elosztásából (2. táblázat), és csak az addicionális 16 helyet oszthatnánk szét a kontinensek között.

Az 5. táblázat a 2026-os világbajnokságra vonatkozó kvótakiosztást vizsgálja az összes, 2022-ig rendelkezésre álló mérkőzés eredménye alapján. A CONMEBOL kvótaszámát minden esetben korlátozza a maximális kvótaszámra vonatkozó szabály. Mind a legerősebb nemzetek elkülönítése, mind az Élő-frissítések gyakoriságának megválasztása jelentősen befolyásolja az eredményeket. Az UEFA esetében a ritkább frissítések kisebb, az összes többi kontinens esetében nagyobb kvótát implikálnak. A kiemelés hatásai kevésbé egyértelműek. A kiemelés nélküli esetről a K1 kiemelésre váltva az UEFA kvótái jelentősen növekednek, ami annak köszönhető, hogy Európában Anglia és Németország nélkül is magas a versenyképes nemzetek száma, és a két legjobb dél-amerikai csapat kiemelése javítja a mérlegüket. A K1 és K2 kiemelés között az UEFA részesedése viszont kissé csökken, mivel újabb három sikeres európai válogatott kerül át a kiemelt halmazba.

5. táblázat

A különböző modellváltozatok eredményei a 2026-os kvótaelosztás szempontjából

Konföderáció	Frissítés								
	fordu- lónkénti	szaka- szon- kénti	négy- éven- kénti	fordu- lónkénti	szaka- szon- kénti	négy- éven- kénti	fordu- lónkénti	szaka- szon- kénti	négy- éven- kénti
	nincs kiemelés			K1 kiemelés			K2 kiemelés		
AFC	4,77	5,30	5,89	3,82	4,10	4,54	4,48	4,89	5,34
CAF	7,60	7,52	8,39	6,40	6,16	6,65	7,43	7,13	7,60
CONCACAF	6,21	6,65	8,07	5,26	5,65	6,68	5,33	5,36	5,50
CONMEBOL	8	8	8	8	8	8	8	8	8
OFC	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33
UEFA	20,09	19,19	16,31	23,19	22,75	20,80	21,43	21,29	20,23

A K1-es kiemelt halmazban Anglia (UEFA), Argentína (CONMEBOL), Brazília (CONMEBOL), Németország (UEFA) szerepel. A K2-es kiemelt halmazban Anglia (UEFA), Argentína (CONMEBOL), Brazília (CONMEBOL), Franciaország (UEFA), Mexikó (CONCACAF), Németország (UEFA), Olaszország (UEFA), Spanyolország (UEFA) szerepel. A CONMEBOL kvótáját 8-ban maximáltuk. Az OFC kvótája 1,33-ban van rögzítve, ami a FIFA hivatalos kvótaelosztásából származik. Az (első) csoportkör utolsó fordulóját figyelmen kívül hagytuk.

Eredményeinket érdemes összevetni a hasonló célkitűzéssel íródott *Krumer–Moreno-Ternero* [2023] tanulmány megállapításaival, bár tanulmányukban a szerzők is több különböző módszerrel dolgoztak. Továbbá jelen kutatás fontos újdonsága a megérdemelt kvótaszámok „evolúciójának” feltárása, ami az említett cikkből hiányzik. Összegezve két fő különbséget látunk:

- *Krumer–Moreno-Ternero* [2023] nem javasol ilyen magas kvótát Dél-Amerikának;
- *Krumer–Moreno-Ternero* [2023] szerint az AFC a FIFA politikájának megfelelően több kvótára jogosult, mint a CONCACAF, míg a mi megközelítésünkkel fordított erőviszony rajzolódik ki.

Az UEFA magasabb kvótaszámára vonatkozó javaslatunk ugyanakkor összhangban van *Krumer–Moreno–Ternero* [2023] megállapításával.

Az eltéréseket nyilvánvalóan a két tanulmány különböző módszertani megközelítése okozza. *Krumer–Moreno–Ternero* [2023] elsősorban a FIFA-világranglistából és a World Football Elo Ratings pontszámaiból indul ki; egészen pontosan az ezeken a ranglistákon a legjobb 48 közé sorolt országok számát (valamint az 1–31. és a 32–48. helyezett csapatok átlagos éves számát) használja fel. A megközelítés ugyanakkor hallgatólagosan feltételezi, hogy mindkét mérőszám megbízható rangsort ad legalább a legjobb 48 csapatról, ami nem feltétlenül teljesül (*Csató és szerzőtársai* [2024]).

Azokban az esetekben, amikor az általunk bemutatott eredmények, valamint *Krumer–Moreno–Ternero* [2023] némileg más szempontú megközelítése ugyanabba az irányba mutat (például az UEFA-nak további kvótákat kellene kapnia), a javaslatok mindenképp megfontolásra érdemesek a döntéshozók számára.

Összegzés

A labdarúgó-világbajnokság 48 csapatosra bővítése által ösztönözve tanulmányunk olyan elosztási módszertant javasol, amely alkalmas a világbajnoki kvóták kontinensek közötti transzparens allokációjára. Megközelítésünk a hivatalos FIFA-világranglista módszertanát veszi alapul, és ezt terjeszti ki az egyes kontinensek teljesítményének összehasonlítására a világbajnokságokon és interkontinentális selejtezőkön 1954 óta játszott mérkőzések alapján. A felmerülő elméleti és gyakorlati problémákra válaszolva különböző modellváltozatokat mutatunk be az Élő-pontszámok frissítési gyakorisága, a minta hossza és a kiemelt csapatok halmazának megválasztása szerint. Az eredmények azt sugallják, hogy több európai és dél-amerikai csapatnak kellene részt vennie a jövőbeli világbajnokságokon. Továbbá a FIFA politikájával ellentétben, a CONCACAF több kvótát érdemelne, mint az AFC.

A javasolt módszertan több irányba is továbbfejleszthető. A kontinensek teljesítményének számszerűsítésekor a hivatalos FIFA-világranglista számítási képletéből indultunk ki, amely nem veszi figyelembe a hazai pálya jól ismert és széles körben elfogadott előnyét. Szintén nem tartalmaz korrekciót a lejátszott mérkőzések száma szerint, pedig ez is indokolható lenne. A teljesítményalapú kvótaelosztás kombinálható egy kompenzációs mechanizmussal, amely a még fejlődő vagy üzletileg ígéretes kontinenseknek kedvez. Ezek és más további módosítások újabb kutatások témái lehetnek.

Véleményünk szerint a FIFA hitelességének fenntartása szempontjából elengedhetetlen egy igazságosabb és átláthatóbb kvótakiosztási módszer alkalmazása. Remélhetően a közeljövőben elmozdulást tapasztalhatunk egy jól meghatározott szabályok által működő rendszer irányába. Nem kell messzire menni a jó példáért: modellként szolgálhatnak az európai labdarúgókupa-sorozatok (UEFA Bajnokok Ligája, UEFA Európa Liga, UEFA Európa Konferencia Liga), ahol a nemzeti szövetségeknek biztosított helyek száma az UEFA országgrangsorától függ (*Csató* [2022]). A FIFA-világranglista közelmúltbeli módosítása (*FIFA* [2018]), amely

kiküszöbölte a korábbi formula fő gyengeségeit (*Cea és szerzőtársai* [2020], *Csató* [2021], *Lasek és szerzőtársai* [2016]), azt mutatja, hogy a FIFA hajlandó korrigálni az általa használt szabályokat.

Hivatkozások

- BRAUN ERIK–GYIMESI ANDRÁS [2021]: Van-e esélyük a feljutó csapatoknak a bennmaradásra? Az európai labdarúgó-bajnokságok összehasonlítása az első osztály előnye alapján. *Közgazdasági Szemle*, 68. évf. 7–8. sz. 863–889. o. <http://doi.org/10.18414/KSZ.2021.7-8.863>.
- BRAUN ERIK–GYIMESI ANDRÁS–MURAI GÁBOR [2022]: A Bajnokok Ligája mérkőzéseinek vonzereje – győzelmi esélyek és központi csapatok. *Statistikai Szemle*, 100. évf. 2. sz. 234–265. o. <https://doi.org/10.20311/stat2022.3.hu0234>.
- CEA, S.–DURÁN, G.–GUAJARDO, M.–SAURÉ, D.–SIEBERT, J.–ZAMORANO, G. [2020]: An analytics approach to the FIFA ranking procedure and the World Cup final draw. *Annals of Operations Research*, Vol. 286. No. 1–2. 119–146. o. <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03261-8>.
- CHATER, M.–ARRONDEL, L.–GAYANT, J.-P.–LASLIER, J.-F. [2021]: Fixing match-fixing: Optimal schedules to promote competitiveness. *European Journal of Operational Research*, Vol. 294. No. 2. 673–683. o. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.02.006>.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2021]: Tournament Design: How Operations Research Can Improve Sports Rules. *Palgrave Pivots in Sports Economics*. Palgrave Macmillan, Cham, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-59844-0>.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2022]: UEFA against the champions? An evaluation of the recent reform of the Champions League qualification. *Journal of Sports Economics*, Vol. 23. No. 8. 991–1016. o. <https://doi.org/10.1177/152700252211074700>.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2023a]: *Paradoxonok a sportversenyek szabályaiban*. Typotex Kiadó, Budapest.
- CSATÓ LÁSZLÓ [2023b]: Quantifying the unfairness of the 2018 FIFA World Cup qualification. *International Journal of Sports Science & Coaching*, Vol. 18. No. 1. 183–196. o. <https://doi.org/10.1177/174795412111073455>.
- CSATÓ LÁSZLÓ–KISS LÁSZLÓ MARCELL–SZÁDOCKI ZSOMBOR [2024]: The allocation of FIFA World Cup slots based on the ranking of confederations. *Műhelytanulmány*, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.19100>.
- DOBRÁNSZKY BLANKA–SZIKLAI BALÁZS RÓBERT [2020]: Az időn múlik? Egyéni teljesítménysportok hatékonyságvizsgálata Monte Carlo szimuláció segítségével. *Sigma*, 51. évf. 4. sz. 383–400. o.
- ELO, A. [1978]: *The Rating of Chess Players, Past and Present*. Arco, New York.
- FIFA [2018]: *Revision of the FIFA/Coca-Cola World Ranking*. FIFA, <https://img.fifa.com/image/upload/edbm045h0udbwkqew35a.pdf>.
- FIFA [2023]: *One Month On: 5 billion engaged with the FIFA World Cup Qatar 2022™*. INSIDEFIFA, január 18. <https://www.fifa.com/tournaments/mens/worldcup/qatar2022/news/one-month-on-5-billion-engaged-with-the-fifa-world-cup-qatar-2022-tm>.
- FŰRÉSZ DIÁNA IVETT–RAPPAI GÁBOR [2018]: Koncentrációs mérőszámok „sportos” szerepkörben. *Statistikai Szemle*, 96. évf. 10. sz. 949–972. o. <https://doi.org/10.20311/stat2018.10.hu0949>.

- GOMES DE PINHO ZANCO, D.–SZCZECINSKI, L.–KUHN, E. V.–SEARA, R. [2024]: Stochastic analysis of the Elo rating algorithm in round-robin tournaments. *Digital Signal Processing*, Vol. 145. 104313. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104313>.
- GUYON, J. [2020]: Risk of collusion: Will groups of 3 ruin the FIFA World Cup? *Journal of Sports Analytics*, Vol. 6. No. 4. 259–279. o. <https://doi.org/10.3233/JSA-200414>.
- KRUMER, A.–MORENO-TERNERO, J. [2023]: The allocation of additional slots for the FIFA World Cup. *Journal of Sports Economics*, Vol. 24. No. 7. 831–850. o. <https://doi.org/10.1177/15270025231160757>.
- LAPRÉ, M. A.–PALAZZOLO, E. M. [2023]: The evolution of seeding systems and the impact of imbalanced groups in FIFA Men's World Cup tournaments 1954–2022. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, Vol. 19. No. 4. 317–332. o. <https://doi.org/10.1515/jqas-2022-0087>.
- LASEK, J.–SZLÁVIK, ZOLTÁN–GAGOLEWSKI, M.–BHULAI, S. [2016]: How to improve a team's position in the FIFA ranking? A simulation study. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 43. No. 7. 1349–1368. o. <https://doi.org/10.1080/02664763.2015.1100593>.
- MANCINI, S.–TRIKI, C.–PIYA, S. [2022]: Optimal selection of touristic packages based on user preferences during sports mega-events. *European Journal of Operational Research*, Vol. 302. No. 3. 819–830. o. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.01.031>.
- PETRÓCZY DÓRA GRÉTA [2021]: Teljesítményalapú pénzfelosztás a Forma–1-ben páros összehasonlításokkal. *Sigma*, 52. évf. 1. sz. 63–76. o.
- STONE, C.–ROD, M. [2016]: Unfair play in World Cup qualification? An analysis of the 1998–2010 FIFA World Cup performances and the bias in the allocation of tournament berths. *Soccer & Society*, Vol. 17. No. 1. 40–57. o. <https://doi.org/10.1080/14660970.2014.891985>.
- SZCZECINSKI, L.–ROATIS, I.-I. [2022]: FIFA ranking: Evaluation and path forward. *Journal of Sports Analytics*, Vol. 8. No. 4. 231–250. o. <https://doi.org/10.3233/jsa-200619>.