# A budapesti Pál-völgyi-barlang üreg- és pórustérfogatának modellezése

ALBERT Gáspár

Magyar Állami Földtani Intézet, 1143 Budapest, Stefánia út 14.

Volumetric modelling of cavities and pores in the Pál-völgy Cave, Budapest

## Abstract

The aim of this study was the determination of the respective volumes of the cavities in the Pál-völgy Cave (Budapest) and the confirmation of the post-diagenetic origin of the porosity in the incorporating carbonate rock body. This was done by measuring the size and frequency of the fractures and solution marks in the vicinity of the cave. For this a volumetric and a porosity model of the cave and its environs was constructed. This new method for volumetric cave modelling also solved the problem of processing cave maps from archives and data acquired by quick measurement. This involved producing volumetric data with highly accurate mathematical approaches. Furthermore, the value of this new, mostly theoretical, approach for volumetric cave modelling was reinforced by the porosity model, which was based on field measurements. Through the modelling, an estimation of the probable, but still not explored size of the Pál-völgy Cave was also calculated.

Keywords: cave, volumetric model, tectonic porosity, Buda Hills

## Összefoglalás

A tanulmány célja az üregtérfogat meghatározása a budapesti Pál-völgyi-barlangban és a barlangot befoglaló karbonátos kőzetek porozitásának másodlagos, tehát a kőzetté válás (diagenezis) után való bekövetkezésének igazolása volt a barlang környezetében mérhető repedéshálózat és oldódási jelenségek mennyiségi vizsgálatával. Ehhez megszerkesztésre került a barlangnak és környezetének volumetrikus, illetve porozitás modellje. A volumetrikus modell előállításához kidolgozott új eljárás egyben megoldást nyújt arra a problémára is, hogy miként lehet feldolgozni a régi barlangtérképek és gyors járatfelmérések archív adatait oly módon, hogy abból matematikai módszerekkel jól közelítő adatot kapjunk a barlang térfogatára. A volumetrikus barlangmodellezés új, nagyrészt elméleti megközelítésen alapuló módszerének helyességét a helyszíni vizsgálatokból származó eredmények, a porozitás modell kidolgozásán keresztül igazolták. A modellezéssel a barlang valószínű, de még nem feltárt méretei is becsülhetők .

Tárgyszavak: barlang, volumetrikus modell, tektonikus porozitás, Budai-hegység

## Bevezetés

A digitális technológia előtt arra a kérdésre, hogy mekkora egy barlang térfogata, nehéz volt jó lelkiismerettel, akárcsak közelítő eredményt is mondani. A barlangjáratok volumenének meghatározása nemcsak a barlangászoknak fontos, hanem a felszín alatti vizek és folyékony szénhidrogének állapotának és mennyiségének felmérését végző kutatóknak, vagy a barlang védett klímáját és (esetleg gyógyászati célokra) kihasználható légköbméterét felmérő biológusoknak is. Az alábbiakban bemutatott modellek olyan igényekből fakadtak (l. JUHÁSZ et al. 2007), amelyek az adott területről kimondottan térfogati adatok és azok megbízhatósági paramétereinek meghatározását jelölte meg célként.

A barlangok volumenének felmérése a világon mindenhol igen korai stádiumban van. Ennek oka, hogy a korábbi térképezések elsődleges (és sokáig kizárólagos) célja a tájékozódás elősegítése, és nem a térfogat meghatározása volt. Habár a mérési adatok elegendőek ahhoz, hogy a barlangot járók pontosan tájékozódjanak, ahhoz már nem, hogy a járatok valódi térbeli geometriáját leképezzük. A ma folyó barlangi felmérések közül azonban egyre több célozza meg a barlang modelljének elkészítését és ezt elsősorban a mérési pontok sűrűségének növelésével próbálják megvalósítani (pl. KINCAID 2000, PACHOS 2008). A barlangfelmérések hagyományos (szélesség és magasság meghatározása) módszerét ma már egyre inkább felváltja a részletesebb pontsűrűséget adó sugaras lézeres távmérés, amely a barlangkeresztszelvényeket is megbízható pontossággal adja vissza. Hiba azonban itt is előfordulhat, ha a járat annyira szabálytalan, hogy a lézeres távmérő nem "látja be" a teljes szelvényt. A különböző részletességű sugaras lézeres távméréssel készített felmérés módszereit PACHOS (2008) diplomamunkájában elemezte.

A barlangok térképezését többnyire félig önkéntes barlangász egyesületek végezték (és végzik a mai napig), akik, ha rendelkeznek is modern geodéziai eszközökkel, idővel és erős anyagi háttérrel, nincs kapacitásuk a régebben feltérképezett járatokat újra, a pontos modell előállításához szükséges részletességgel felmérni. További probléma, hogy a Pál-völgyi-barlang, vagy más nagyobb barlangok bejáratától távol eső szakaszait csak több órás gyaloglás, helyenként kúszás, és extrém esetekben akár úszás árán lehet megközelíteni. Ezekben a barlangokban egy ilyen részletes felmérés hetekig, hónapokig is eltarthat. Ez idő alatt gyakorlatilag lent kell élnie a felmérést végző csoportnak, ami amellett, hogy költséges és időigényes, a legkörültekintőbb eljárás mellett is a barlang bizonyos fokú fizikai és biológiai degradációjához vezethet. Ezért olyan módszert kellett kidolgozni, amely eredményeként a kutatás tárgyát képező budapesti Pál-völgyi-barlang térfogatát a már meglévő adatok alapján meg lehet határozni, és nem kell új felmérést végezni

A barlangot befoglaló kőzetek porozitásának megállapításához szintén egy térmodell előállítására volt szükség. A modell célja az volt, hogy a tektonikai mozgásokból és a kőzetek utólagos oldódásából származó, szabad szemmel észlelhető mérettartományba tartozó repedések és üregek térfogati arányát meghatározzuk. A munka elvégzése során kidolgozott modellezési módszerek a szerző doktori értekezésének (ALBERT 2009a) részét képezik, így a cikkben közölt szöveg és ábrák nagy részének eredeti változatát is az értekezés kézirata tartalmazza.

#### A barlangjáratok típusai

A Pál-völgyi-barlang járatai elsősorban a felső-eocén Szépvölgyi Mészkő Formáció kőzeteiből oldódtak ki. A barlang felső szintje néhol átnyúlik a mészkő fedőképződményébe a Budai Márga Formációba (*1. ábra*). A barlang többszintes járatrendszere követi a dél-délkeleti irányban a vízszintestől mintegy 25–30 fokban dőlő mészkő- és márgarétegeket.

A barlangjáratok kialakulásában az ÉK–DNy-i, illetve ÉNy–DK-i csapásvonalú szerkezeti vonalak (vetők, oldalelmozdulások és feltolódások) is nagy szerepet játszottak (pl. WEIN 1977, KRAUSZ 1982, FODOR et al. 1991), ugyanis ezek mentén a feltöredezett kőzeteket a felszín alatti vizek könnyebben feloldhatták, kialakítva ezáltal a barlang üregeit (2. *ábra*). A szerkezeti mozgások több fázisban, a későeocén–kora-miocénben és a késő-miocén–pliocénben zajlottak (FODOR et al. 1994).

A barlang keletkezésével foglalkozó tanulmányok az üregek kialakulásában a hévizes tevékenységet és a hévizek és a karsztvizek keveredésének korrodáló hatását emelik ki (pl. JASKÓ 1936, KOVÁCS & MÜLLER 1980, TAKÁCSNÉ BOLNER et al. 1989), amely a Pleisztocén során fejtette ki leginkább hatását.

A barlangjáratok alakját is leginkább a töréses szerkezetek határozzák meg. Általában 1–5 m széles és 5–25 m magas hasadékszerű képződmények, amelyek alja a kőzetrétegekkel párhuzamosan kiszélesedik és üstszerű oldódási üregekkel tagolt. A lekerekített oldódási formák szorosan egymás mellett találhatók. Helyenként, főképp a szerkezeti vonalak találkozási zónáiban, nagyobb fülkék, üregek, ter-



1. ábra. A Pál-völgyi-barlang elhelyezkedése a környező kőzetekben

A barlangjáratok követik a Szépvölgyi Mészkő Formáció és a Budai Márga Formáció rétegeinek általános dőlését, valamint a törések vonalát (JUHÁSZ et al. 2005 nyomán)

Figure 1. Position of the Pál-völgy Cave in the surrounding rocks

The dip of the cave is controlled by the bedding plain of the two formations (Szépvölgy Limestone Fm and Buda Marl Fm) and the faults (after JUHASZ et al. 2005)



265



 2. ábra. A Pál-völgyi- és a Mátyás-hegyi-barlang térképvázlata a Magyar Karszt- és Barlangkutató Társulat kéziratai alapján A járatok iránya az ÉNy-DK és ÉK-DNy csapású szerkezeti vonalakat követi

Figure 2. Overview map of the Pál-völgy and Mátyás-hegy Caves based on the manuscripts of the Hungarian Karst- and Cave Research Society Directions of the corridors and passages of the cave are controlled by the NW-SE and NE-SW striking fault systems

mek is előfordulhatnak. Ezek a jellegzetességek mind a barlang alsó mészkőszintjeiben, mind a felső márgásabb szintjeiben megtalálhatóak. A járatokban beomlott kőzettömbök is gyakoriak.

A volumetrikus modell előállításakor fontos tényező a járatok keresztmetszetének alakja, illetve a járatszélesség és magasság meghatározásának módszere, mivel a modellezett profilok területe a modell bemenő adataként meghatározott járatszélesség- és magasságadatokból származik. A járatszélességet és magasságot kétféle módon is meg lehet adni: a legnagyobb helyszínen mérhető szélesség- és ma



3. ábra. Bonyolult és egyszerű geometriájú barlangjárat-keresztmetszetek

A bal oldali esetben a modellezett profilterületek átlagosan 1,7-szer nagyobbnak adódtak, mint a térképezett profil területe, míg a jobb oldali esetben ez a szorzó átlagosan 0,6 volt. (ALBERT 2010 alapján módosítva)

Figure 3. Mapped cave passage profiles with complex and simple geometry The area of the modeled profiles in the left (complex) case were averagely 1.7 times bigger than the mapped profile, while in the right (simple) case this value was averagely 0.6. (modified after ALBERT 2010)

gasságértékekkel, illetve a koordinátageometriai számításokkal meghatározható legnagyobb horizontális és vertikális kiterjedéssel. Az, hogy melyik módszer ad megbízhatóbb eredményt, a járat alakjától függ. A modellezett értékek a valódi értékeknél várhatóan kisebbek lesznek, ha a járat alakja egyszerű, és nagyobb (vagy közel azonos) érték adódik, ha a járat alakja bonyolult (3. ábra). Tehát a mérhető adatokkal számolva a bonyolult alakú járatok esetében tévedünk kevesebbet, a számított adatokkal pedig a szabályos járatok esetében járunk jobban.

#### Alkalmazott módszerek

A következőkben a barlangnak és környezetének volumetrikus illetve porozitási modelljének szerkesztési módszerét ismertetjük. A két modellezési módszer a kőzettest különböző léptékű porozitásának mennyiségi meghatározását célozza. A volumetrikus modell a Pál-völgyi-barlang járatainak, azaz a kőzettest makropórusainak térfogatára ad közelítést, míg a porozitási modell a makro- és a szemmel még jól észlelhető mezoporozitást együttesen de elkülöníthető módon vizsgálja. A két módszer között minőségbeli különbség is van. A volumetrikus modell a kvantitatív mérések nagyrészt elméleti megközelítésen alapuló feldolgozásából jön létre, míg a porozitási modell közvetlenül a terepi észlelések mennyiségi adataira épül. Mivel azonban a porozitási modellben a makropórusokat elkülöníthető módon vizsgálhatjuk a két módszer eredményei összevethetők.

A modellek kifejezetten a modellezett objektum térfogatának meghatározását célozzák, míg más célok (pl. a modell valóságközeli megjelenítése) alárendeltebb szerepet kapnak. A porozitási modellben ez hangsúlyosan érvényesül, mivel az üregek térbeli elhelyezkedése — eltekintve a vizsgált terület helyszínétől és kiterjedésétől — a modell elemzésekor egyáltalán nem kap szerepet. A volumetrikus modell szerkesztésekor azonban a járatok térbeli *helyzete* is fontos, valódi alakjuk viszont itt sem.

A volumetrikus modell előállításához kidolgozott új eljárás egyben megoldást nyújt arra a problémára is, hogy miként lehet feldolgozni a régi barlangtérképek és gyors járatfelmérések archív adatait oly módon, hogy abból matematikai módszerekkel jól közelítő adatot kapjunk a barlang térfogatára. Ezek az adatok önmagukban nem nyújtanak kellő információt a barlang járatainak valódi geometriájáról, ezért a modellezés során nem törekedtünk a valósághű virtuális megjelenítésre sem.

# A volumetrikus modell

A barlang volumetrikus modelljének előállítására kidolgozott új módszer azon alapul, hogy a barlang járatait rövid szakaszokra osztjuk, amelyeknek modelljét a járat szélességéből (w) és magasságából (h) elő tudjuk állítani és matematikai módszerekkel az így létrejött járatszakasz-modell, mint geometriai komponens hibáját meg tudjuk becsülni. Az eljárás célja nem egy valósághű virtuális modell előállítása, hanem a járatok térfogatának kiszámítása. Ennek ellenére az alkalmazott eljárás szükségszerűvé tette, hogy létrehozzunk egy virtuális járatrendszert a modellezési környezetben (pl. AutoCAD), amelyet a szoftver lehetőségeit kihasználva elemzés alá vehettünk. táblázatok) éves jelentések kéziratos formában hozzáférhetők a Magyar Karszt- és Barlangkutató Társulat irattárában. Publikált térkép a barlang mintegy negyedéről készült (KÁRPAT 1983; *4. ábra*). Ennek oka, hogy a térkép, csak a kiadásának időpontjában ismert járatokat tünteti fel, azonban az azóta feltárt járatok hossza az akkor ismert járatok összes hosszának a többszöröse (12,8 km).<sup>1</sup>

A barlang feltárását a kutatók a barlangok (és bányák) felmérésekor használt hagyományos geodéziai módszerekkel, mérőszalaggal és függőkompasszal végezték. A Mérési pontok a járatokban 5–6 méterenként helyezkednek el. Egy szakaszhoz két mérési pont tartozik: a bázis és a bemérendő célpont (*I*. táblázat). A mérési jegyzőkönyvek digitális változata, amely tartalmazta a mérési pontok kódját és koordinátáját, a modellezés során hozzáférhető volt.



4. ábra. Részlet a Pál-völgyi-barlang kiadott térképéből (KÁRPAT 1983) Figure 4. Part of the published map of the Pál-völgy Cave (KÁRPAT 1983)

#### A modell adatainak forrása

A Pál-völgyi-barlang járatainak nagy részét a Magyar Karszt és Barlangkutató Társulat barlangász csoportjai térképezték fel. A térképezés dokumentációja csak papíron hozzáférhető, mivel a felmérés több évtizedre nyúlik vissza, és a dokumentumok digitalizálására nem volt még lehetőség. A barlang felméréséről készült dokumentumok (részlettérképek, a megfigyelések szöveges leírásai és mérési A barlang publikált térképének a vetülete nem ismert, de valószínűsíthető, hogy egyszerű párhuzamos (ortogonális) vetítéssel szerkesztették a referenciapontok koordinátáinak vízszintes (x, y) összetevőit felhasználva. A barlang térképét koordináta transzformációval az Egységes Országos Térképrendszer (EOTR) koordinátahálózatához igazítottuk, így lehetővé téve a barlang topográfiai környezetének elemzését is (pl. digitális domborzatmodellel).

A barlangtérkép kiadása óta feltárt szakaszok részlettérképeit hasonló módon (ortogonális vetítéssel) szerkesztették. A térképekről ily módon egyszerűen leolvasható a járatszakaszok szélessége. A járatok keresztmetszetének

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A barlang hossza a jegyzőkönyvekben rögzített pontokra felfűzött egyenes szakaszok összegéből adódott

I. táblázat. Részlet a barlang felmérésekor készült jegyzőkönyv digitális változatából

P (alap)	Pm (mért)	Hossz [m]	Azimut [º]	Dőlés [º]	Jegyzet
0	1	9,4	195,5	34,0	Főbejárat
1	2	8,29	227,8	13,0	
2	3	3,66	195,0	-24,0	Lóczy-terem
3	4	5,90	195,0	-5,0	
4	5	5,90	261,0	14,0	

Table I. Interpretation of the digitalized original records of a cave exploration

(profiljának) rajza azonban csak a publikált térképen jelenik meg, ott is viszonylag elszórtan (4. ábra). Sajnos általánosan elmondható, hogy a járatok keresztmetszetét nem dokumentálták a barlang feltárásának utóbbi évtizedeiben. Ennek következtében a barlang modelljéhez más módon kellett adatokat nyerni. A kidolgozott modellezési módszer adatszükséglete alapján minden észlelési pontpár által meghatározott 5-6 m hosszú járatszakaszhoz egy szélesség és egy magasság adatot kell hozzárendelnünk. A szélesség leolvasása nem, csak a magasság meghatározása okozott nehézségeket. Ehhez a publikált térkép járatkeresztmetszeteit használtuk fel. Azoknak a szakaszoknak az esetében, ahol nem állt rendelkezésre ilyen adat, a feltárást végző barlangászokkal személyesen konzultáltunk. A barlangászok közül csak kevesen ismerik annyira a barlangot, hogy emlékezetből felidézzék a járat magasságát, a távoli szakaszokat pedig csak 2-3 barlangász ismeri. Nekik, mint adatközlőknek jelentős szerepük volt a volumetrikus modell előállításában.

A geodéziai felmérések jegyzőkönyveinek digitális változata tartalmazta a bázis és a bemért pont nevét, a szakasz hosszát valamint az irányszöget (azimutot) és a vízszintestől való dőlés szögét (*I. táblázat*). Az ebből kialakított adatbázisból trigonometriai úton ki tudtuk számítani a referenciapontok koordinátáit. Az adatbázis minden rekordja egy térbeli vektor, aminek hossza és iránya van, továbbá amelyik minden esetben kapcsolódik legalább egy másik vektorhoz is. Ennek megfelelően az adatbázis egésze egy térbeli gráfot alkot, amelynek szakaszai a modellezési eljárás során alapegységnek tekintett járatszakaszokkal azonosak. E gráf tehát felfogható a modell "csontvázának" is, amelyhez a "testet" a szélességi (*w*) és magassági (*h*) adatok feldolgozásával hoztuk létre.

Az adatfeldolgozás során először a publikált, és a publikálatlan, csak archívumban megtalálható térképi anyag szkennelését és összeillesztését végeztük el. Ezt követően került sor a járatszakaszok magasságának megállapítására, majd a térkép raszteres állományának és a geodéziai adatbázisból létrehozott, elsődleges prioritással értelmezett, tehát nem módosítható adatként tárolt 3D gráfnak az összevetésére. Ez elsősorban a térképeken feltüntetett, számmal azonosított referenciapontok segítségével történt, de helyenként, ahol a referenciapontok megírása hiányzott a térképről, a járatok alakja és a gráf geometriájának hasonlósága alapján igazítottuk a térképeket. Az ebből fakadó bizonytalansági faktort az eljárásba mint valószínűségi változót építettük be. Ezt követően az eredeti adatbázis rekordjaihoz mint a

267

barlangjáratok egyedi szegmenseihez hozzárendeltük a transzformált raszteres térképről leolvasott szélességi, illetve a megállapított magassági adatokat. Valószínű, hogy a térképezett keresztszelvények is

valoszínu, nogy a terképezett keresztszelvények is hordoznak hibát a korabeli felmérési módszer pontatlansága miatt. A hiba mértékét és eloszlását (pl. járatmagasság függvényében) a profilok újramérésével lehetne meghatározni, de a hiba eloszlása feltételezhetően nem lenne homogén, mivel lennének olyan magas szelvények, amelyeket régen is pontosan mértek, Az eloszlás bizonytalanságból fakadóan ezt a hibát nem építettük be az egyenletekbe, mert lehetséges, hogy a korrekcióval az ellenkezőjét érjük el annak, amit szerettünk volna.

#### A térmodell előállítása

Egy járatszakasz térfogatmodelljének előállításához először a szakaszhoz rendelt két adatból (w, h) egy valószínűségi változó (V) segítségével megszerkesztettük a járatszakasz virtuális profilját (5. *ábra*). A profilok szabálytalan négyszögek, amelyek abszolút magassága és szélessége megegyezik a h, illetve a w aktuális járatszakaszhoz rendelt értékével. Ezek a szabálytalan négyszög alakzatok a 3D gráf adott szegmensével párhuzamosan "kihúzva" egy szabálytalan hasábot alkottak, amelyek a modell alapelemeiként szolgáltak. E komplex műveletet a modellezési környezetben (AutoCAD) futtatható kötegelt parancsfájlok segítségével hajtottuk végre, amelyeket az eredeti adatbázis



**5. ábra.** A modellezett és a térképezett járatkeresztmetszet összefüggése és viszonyuk a referenciaponthoz (O), mint a relatív koordinátarendszer kezdőpontjához (ALBERT 2008 alapján)

Összefüggések: w=x<sub>B3</sub>+x<sub>J1</sub>; h=y<sub>A2</sub>+y<sub>F4</sub>

**Figure 5.** Scheme of the generated and the mapped profile of the cave passages, and their relation to the measured reference point (O), as the origin of the relative coordinate system (after ALBERT 2008)

Contexts:  $w=x_{B3}+x_{J1}$ ;  $h=y_{A2}+y_{F4}$ 

rekordjainak adataiból koordinátageometriai számításokkal és Visual Basic 6.0 szkriptekkel hoztunk létre. Az AutoCAD szoftverkörnyezet lehetőségeit kihasználva, mind a járatrendszer szakaszait, mind a befoglaló kőzettest különböző morfológiájú és nagyságú modelljét ún. *szilárdtest* (solid) objektumként alkottuk meg. A kötegelt parancsfájl segítségével létrehoztuk a modelltérben a járatrendszer minden elemének geometriai modelljét az átlag *w* és becsült *h* alapján, majd ugyanebben a környezetben kivontuk az átfedő részeket egymásból.

A modellezés során használt eljárás szerint a szabálytalan négyszög sarokpontjainak (*J1*, *A2*, *B3*, *F4*) koordinátái a mérési bázisponthoz (*O*) viszonyított relatív koordinátarendszerben vannak megadva (5. ábra). E relatív koordinátarendszernek az origója tehát az *O* mérési bázispont. A sarokpontok is e koordinátarendszerben vesznek fel *x* és *y* értékeket, amelyek az eredeti járatszélesség (*w*) és járatmagasság (*h*) függvényeként határozhatók meg az alábbi összefüggések szerint:

$$x_{J1} = \frac{w}{2} \tag{1}$$

$$y_{J1} = y_{A2} + \xi \cdot \frac{h}{2}$$
 (2)

$$x_{B3} = x_{J1} - w = -\frac{w}{2} \tag{3}$$

$$y_{B3} = y_{A2} + \xi \cdot \frac{h}{2} \tag{4}$$

$$x_{F4} = x_{J1} - \xi \cdot w \tag{5}$$

$$y_{F4} = y_{A2} + h \tag{6}$$

$$x_{A2} = x_{J1} - \xi \cdot w \tag{7}$$

Ahol a  $\xi$  egy véletlen valószínűségi együttható, amely egyenletes eloszlású a 0-1 intervallumon belül, továbbá amely minden számításnál egyedi, az előzőtől független értéket vesz fel. Láthatjuk, hogy a fenti egyenletek közül hiányzik az  $y_{A2}$ , aminek kiszámításához bevezettünk egy valószínűségi változót (V), amely normál eloszlású és az aktuális referenciapont magasságát jelöli a barlangjárat aljától számítva. Meghatároztuk, hogy a kiszámítandó (x) határértéknél a V 90% valószínűséggel kisebb értéket vegyen fel (10), abban az esetben, ha a szórás az abszolút magasság (h) 20%-a (9) és a várható érték nulla (8). Azaz feltételeztük, hogy a felmérést végző barlangászok 90%-os valószínűséggel olyan pontokat választottak, amelyeket könnyen elértek, tehát a járat aljzatától a teljes magasság 20%-nál nem voltak magasabban. A számításokban alkalmazott paramétereket a Pál-völgyi-barlang térképezésekor

követett térképezési gyakorlatra alapozva határoztuk meg. Más barlangban a körülmények figyelembevételével lehet a paramétereket módosítani.

$$\mathbf{M}(\mathbf{V}) = m = 0 \tag{8}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{V}) = \mathbf{\sigma} = h \cdot 0.2 \tag{9}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{V} < x) = F(x) = 0.9 \tag{10}$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2 \cdot \sigma^2}} dt$$
(11)

$$y_{A2} = -x \tag{12}$$

Az x határértéket a normál eloszlás inverz függvényével számoltuk, amely az Excel 2003 táblázatkezelő szoftver beépített alkalmazása. Bár ismert, hogy ez a függvény csak néhány tizedes jegyig ad kellő pontosságot, a mi esetünkben ez több volt, mint elegendő. Tekintve, hogy a referenciapont, mint origó a relatív koordinátarendszerében rögzített helyzetű, a kapott határérték negatívját rendeltük az *A2*-es pont y paraméteréhez (12).

A térbeli vektorok, amelyek a háromdimenziós vázmodellt alkotják, irányítottak, mivel a mérés során meghatározták a kezdőpontjukat és a végpontjukat. Ezért az adott szakaszhoz tartozó keretpontok minden esetben ugyanazt a relatív pozíciót veszik fel; J1 a kezdőpontból a vektor haladási irányába nézve a referenciapont jobb oldalán, A2 a referenciapont alatt, B3 a bal oldalán és F4 fölötte helyezkedik el (5. ábra). A járatkeresztmetszetek a valóságban nem izometrikus, hanem magasságuk tekintetében elnyújtott alakúak. Továbbá megfigyelhető volt, hogy a járatok az aljzat közelében szélesebbek, mint a magasabb régiókban. Ennek okán a (2) és (4) egyenletek formuláiban kikötöttük, hogy a J1 és B3 oldalsó keretpontok relatív magassága (y-értéke) nem lehet magasabb az alsó pont relatív mélysége  $(Y_{A2})$  és a teljes magasság (w) felének összegénél.

A modell megbízhatóságát a kiadott barlangtérkép keresztszelvényeinek (56 db) területére vonatkozó adatok, és a modellezés során, ugyanarra a szakaszra előállított mesterséges keresztszelvények területére vonatkozó adatok összehasonlításával ellenőriztük. A két adatsor korrelációs együtthatójának értéke (q) a modellezések alkalmával 0,82–0,86 között változott, ami egyértelműen jelzi, hogy a két adatsor összefügg és feltételezhető, hogy a modellezésből kapott adatok nagyjából 84%-os valószínűséggel valós adatokként értelmezhetőek. Ezt támasztja alá a térképezett és modellezett keresztmetszetek területei közti eltérések összehasonlítása is. Habár a vizsgált 56 helyszínen a kétféle terület eltérése abszolút értékben 25-30% volt, az ebből származó hiba mégis kevesebb, mivel voltak helyek, ahol a modellezett szelvény volt nagyobb a térképezettnél, illetve máshol meg fordítva. A becsült hiba tehát az eltérések relatív mértékével közelíthető, ami konzekvensen 12–14%-nak mutatkozott.

Mivel a barlang térképezésekor csak hagyományos mérőeszközöket, úgymint függőkompasszt és mérőszalagot használtak, a rendelkezésre álló adatok irány- és dőlésszögek és távolságadatok voltak. A bemért referenciapontok koordinátáit szögfüggvények segítségével tudtuk kiszámítani a mérési pont ismert koordinátájából, amelyek az előző mérésben maguk is bemért pontok voltak. Ez egyben azt is jelentette, hogy a barlang járataiban a bejárattól egyre beljebb haladva, szakaszról-szakaszra halmozódnak a mérési hibák. Ezek a hibák legjobban ott figyelhetők meg, ahol a korábban elágazó járatok újra összefutnak a valóságban (hurkok), de a mérési jegyzőkönyv szerint nem. Itt a különböző járatok mérési sora ugyanabban a referenciapontban végződik, de a számított koordinátái a pontnak eltérnek; az eltérés mértéke legjobb esetben 1 m volt, legrosszabb esetben a 15 m-t is meghaladta.

A járatokat kitöltő kőzettörmelék térfogatával nem számoltunk a volumetrikus modell előállításakor. Ahhoz, hogy beépíthessük ezek értékét a matematikai modellünkbe, a törmelék átlagos térfogatának meghatározását célzó helyszíni méréssorozatra lett volna szükség, amelyet a kutatási program során nem tudtunk megvalósítani.

#### A térmodell vizsgálata

A volumetrikus modellezési módszer kidolgozásának és tesztelésének korai szakaszában, a teljes járatrendszer 25%os feldolgozottsága mellett az előzetes eredmények a barlangüreg feltűnően alacsony arányát (0,23%) jelezték a befoglaló kőzettest teljes térfogatához viszonyítva. Ebben a fázisban a befoglaló kőzettestet a modellezett járatrendszer kiterjedésének megfelelő téglalap alapú derékszögű hasábként értelmeztük (6. ábra), amely a modelltér koordinátarendszerével párhuzamosan helyezkedett el. Irodalmi adatokra (WEBER & BAKKER 1981, PALMER 1995, HEWARD et al. 2000) támaszkodóan felállított munkahipotézisünk alapján a hasonló genetikájú karsztos, barlangüregekkel tagolt kőzettestekben a járatok és üregek aránya átlagosan 1-3%-a a maximális befoglaló térfogatnak. Feltételeztük tehát, hogy az első feldolgozás eredményeként kapott alacsony arány növekedni fog, ha módosítjuk a befoglaló kőzettest modelljének geometriáját. Egyrészt a koordinátarendszerrel párhuzamosan elhelyezkedő (ortogonális) és ezáltal a mészkő- és márgarétegek síkjához igazodó járatrendszer természetes morfológiájához nem igazodó szabályos téglatest helyett egy olyan szabályos testtel modelleztünk, amely ezeknek a szempontoknak jobban megfelel. Ez egy 75 m vastag, DK felé 166° azimut irányba 15 fokkal dőlő szabályos test volt (7. ábra), amelyhez



7. ábra. A járatmodell és a köré szerkesztett szabályos alapú, rétegzés irányába megdöntött 75 m vastagságú hasáb a barlang alaprajza fölé vetítve Figure 7. Model of the cave passages and the incorporating rock body projected above the cave map. The incorporating rock is a 75m thick rectangular prism dipped towards SSE to fit to the general bedding Se. 8. ábra. A járatmodell és a köré szerkesztett szabálytalan alapú, rétegzés irányába megdöntött 75 m vastagságú hasáb a barlang alaprajza fölé vetítve

**Figure 8.** Model of the cave passages and the incorporating rock body projected above the cave map. The incorporating rock is a 75m thick irregular prism compiled tightly around the passages and dipped towards SSE to fit to the general bedding

viszonyítva a modellezett járatok aránya továbbra is a vártnál alacsonyabb maradt. Másrészt a szabályos alakzat helyett megpróbálkoztunk a járatok által elfoglalt térrész szabálytalan vonalát követő térbeli alakzatokkal is ortogonális, illetve kibillentett helyzetben (8. *ábra*). Ez utóbbi megközelítés sem igazolta a munkahipotézisünket (*II. táblázat*). rel csökkenthető annak az esélye, hogy ismeretlen járatok is a modellezett térrészben legyenek. Ezek a kisebb alakzatok szabályos, 50 m élhosszúságú kockák voltak (9. *ábra*) úgy elhelyezve, hogy tartalmazzanak járatokkal sűrűn és ritkán behálózott térrészt is, de követelmény volt, hogy legalább egy barlangjáratott tartalmazzanak. A kisebb kőzettestek elemzésből kapott térfogatarányok átlaga feltételezésünk

II. táblázat. A Pál-völgyi-barlang üregeinek térfogatarányai a térmodell különböző elemzési módszerinek függvényében *Table II. Cavity rates of the Pál-völgy Cave as the function of the analyzing method of the volumetric model* 

Befoglaló kőzet geometriai modellje / Geometric model of the incorporating rock	Λ befoglaló közet modelljének térfogata / Volume of the incorporating rock model (V,) [m <sup>3</sup> ]	Üregek aránya / <i>Rate of cavity</i> (a,) [%]	Járatok térfogata / Volume of the cave passages (V <sub>1</sub> ) [m <sup>5</sup> ]
Teljes kőzettest (ortogonális hasáb) / Total rock			
volume (rectengular prism)	38 078 434,5	0,19	72 694,04
Elforgatott hasáb / Rotated rectangular prism	25 886 250	0,28	72 694,04
Elforgatott szabálytalan test / Rotated irregular			
prism *	13 380 981,4	0,54	72 694,04
50 m él-hosszúságú kocka / Cubic model **	125 000	1,46***	1 826,65

\*A szabálytalan körvonalú test, a járatokat a lehető legkisebb ráhagyással foglalja magába. – The irregular prism is compiled tightly around the passages.

\*\*A 22 db kockamodell átlaga. - Average of 22 cubic model.

\*\*\*A későbbi számításokban a, azaz "etalon" térfogatarányként szerepel. – Applied as an etalon rate of volume a, in the equations.

Felmerült, hogy az elméleti üregtérfogat-értékeket azért nem kapjuk meg a számítások eredményeként, mert a rendelkezésünkre álló adatok csak az eddig ismert de nem a teljes, valóságban létező járatrendszert foglalják magukba. Ezért a teljes rendszert lefedő és magába foglaló kőzettestalakzatok mellett a modellezett barlangjáratokat metsző kisebb kőzettestek statisztikai elemzését is elvégeztük. Mivel a kisebb kőzettestek csak egy-egy járatot és annak közvetlen környezetét foglalják magukba, ezzel a módszerszerint a nem feltérképezett járatokra is vonatkoztatható, ezért a *nem modellezett* járatok mennyiségére és térfogatára vonatkozó számításokban "etalonnak" tekinthető térfogati arányként (a<sub>e</sub>) szerepel (l. II. táblázat utolsó sora).

A kockák orientációja a koordinátarendszerrel párhuzamos volt, de elvi szempontból bármilyen lehetett volna, mivel a barlangrendszert befoglaló márga és mészkőréteg vastagsága mindenképpen meghaladta volna a kocka testátlójának hosszát (86,6 m). A mészkőréteg irodalmi

9. ábra. A Pál-völgyi-barlang 3D modellje a virtuális térben DNy-i irányból, az 50 m él-hosszúságú kockamodellel

Figure 9. 3D model of the Pál-völgy Cave from SW with an 50 m edge-length cube model

forrásból (Császár 1997) ismert hozzávetőleg 100 m-es vastagsága indukálta a blokk méretének megválasztását is, ugyancsak szem előtt tartva a lehetséges orientációk közül azt, mikor a kocka testátlója a rétegzésre merőleges helyzetben van. Az 50 m-es élhosszúságú blokk még kényelmesen belefér, de egy 60 m-es szabályos blokk, 103,9 m-es testátlóval már nem.

A teljes barlangot befoglaló kőzettest modellekkel ellentétben a kis blokkokkal történő modellezés igazolta a munkahipotézisünket (II. táblázat). A kapott eredmények alapján a kőzettestet 0,52–2,82%-ban, átlagosan 1,46%-ban töltötte ki a modellezett járattérfogat.

Az általunk használt munkahipotézis valószínűségeinek kiszámításakor az arányérték jelölésére egy normál eloszlású valószínűségi változót vezettünk be. Megállapítottuk, hogy 66% annak a valószínűsége, hogy a barlangjáratok arányára a befoglaló kőzet térfogatához viszonyítva 1%-nál nagyobb értéket kapjunk, és 91%-os valószínűséggel 3%-nál kisebb ez az arány; munkahipotézisünk tehát 57% valószínűséggel beigazolódott. Fontosabb volt számunkra azonban az, hogy az átlagérték (1,46%) beleesett a meghatározott tartományba. Ez egyben az "etalon" térfogati aránynak ( $a_e$ ) is tekinthető.

#### A porozitási modell

A Pál-völgyi-barlanghoz közeli kutatófúrásokban (Vh–1, L–VIII, Kp–1) végzett vizsgálatok alapján a barlangot alkotó mészkő és mészmárga porozitása átlagosan 5–10%, maximálisan 25% körül van (KLEB et al. 1993 JUHÁSZ et al. 2007), amely a fúrómagból vett minták kőzettani elemzéséből adódott. Mivel a fúrások által harántolt képződmények megegyeznek a Pál-völgyi-barlang járatait magukban foglaló képződményekkel és a kőzeteket ért utólagos hatások is — a földrajzi közelségből adódóan hasonlóak lehettek, ezért hipotézisünk szerint ez az érték vonatkoztatható a barlang melletti kőfejtőben bányászott kőzetre is. A Pál-völgyi-barlang tektonikus vonalak mentén kialakult járatai alapján feltételezhető, hogy a kőzeteket ért utólagos hatás nemcsak a makroszkópos üregrendszert hozta létre, hanem feltételezhetően befolyásolta a kisebb léptékben észlelhető (mezo- és mikro-) porozitást is. Munkahipotézisünk szerint a fúrásokban észlelt porozitás is nagyobbrészt a kőzet utólagos oldódásából és kisebb részben a kőzet eredeti porózus szerkezetéből adódik. A barlangot befoglaló karbonátos kőzetek porozitásának másodlagos, tehát a kőzetté válás (diagenezis) után való bekövetkezését a barlang melletti kőfejtőben mérhető repedéshálózat és oldódási jelenségek mennyiségi vizsgálatával és térbeli modellezésével szándékoztuk igazolni oly módon, hogy a modellezés eredményeként kapott adatot a fúrásokban mérhető porozitásértékekkel összevetettük.

Amennyiben a modellezésből kapott értékek megfelelnek a kútvizsgálatból származó értékeknek, vagy azoktól csak kis mértékben térnek el, hipotézisünket helytállónak tekinthetjük azzal a kitétellel, hogy a mikro- és makroméretekből származó porozitás együttes jelenségként való értelmezéséből kapott eredményeket csak közelítő és irányadó eredménynek lehet tekinteni.

# A másodlagos porozitást befolyásoló tényezők meghatározása

A másodlagos porozitás meghatározásának első lépéseként a barlang melletti kőfejtő csupasz sziklafalairól fényképeket készítettünk. A fényképek állványon elhelyezett kamerával (Canon Powershot G5), rögzített fókusztávolsággal, egymással 40%-os átfedésben készültek, így összeillesztésük viszonylag torzításmentesen megoldható volt (JUHÁSZ et al. 2007). Az összeillesztés után öt folytonos szelvényt kaptunk (IA, IB, II, IIIA, IIIB) amelyek a kőfejtő három oldalát (a negyedik nyitott) fedték le (*10. ábra*).

Az észlelési területet, és egyben szelvények fotómozaikjait 24 blokkra osztottuk fel, amelyek mindegyike 5–7 m magas és átlagosan 14 m hosszú volt. A felosztás a jellemző földtani bélyegek alapján történt és öt kategóriába

III. táblázat. A különböző porozitású kőzetkategóriák felosztásának kritériumai az előforduló földtani bélyegek alapján és az egyes kategóriák porozitásértékei (JUHÁSZ et al. 2007 nyomán)

Table III. Criteria of the division of different rock categories based on the geological markers, and the porosity values of each category (after JUHASZ et al. 2007)

	Kategóriák / Categories:	1	2	3	4	5
Geological	Rétegződés / Stratification	х	х	х	х	х
	Fejlett repedésrendszer / Well developed fracture pattern	X	X	X	X	X
ek   kers	Oldódási üregek / Solution cavities	-	х	х	х	x
Földtani bélyeg mari	Kürtők / Cupolas	-	-	x	x	x
	Rétegmenti oldódási nyomok / Solution along stratification	-	-	-	x	x
	Nagyobb üregek, barlangok / Caves, larger cavities	-	-	-	-	х
Porozitás arány raszteres képelemzésből / Rate of porosity calculated from raster analysis		2,2%	4,20%	7,60%	10,10%	13,50%



10. ábra. A vizsgált sziklafalak szelvényeinek, a 24 db blokknak, valamint a szabályos rácshálónak a helyzete a Pál-völgyi-barlang kőfejtőjében A háló egyes celláinak élhossza 7 m, hosszanti oldalának iránya 132.1827° (ALBERT 2009a alapján)
Figure 10. Location of the measured sections, the 24 individual blocks and the calculated grid relative to the Pál-völgy Ouarry

Each cell of the grid is a regular cube with 7m edge-length. The direction of the grid is 132.1827° (based on ALBERT 2009a)

sorolta a blokkokat. Az egyes kategóriák a repedések számában, oldódási nyomok előfordulásának gyakoriságában a réteglapon, illetve a repedések mentén, valamint a kürtők és üregek előfordulásának gyakoriságában különböztek egymástól (*III. táblázat*).

A helyszínen észlelt 2 cm átmérőnél szélesebb repedéseket és a 10 cm átmérőnél nagyobb oldási jelenségeket a fotómozaikokon is berajzoltuk. Ez a mérethatár az, amely fölött a fotókon még könnyen azonosíthatók voltak a terepen észlelt földtani objektumok. A fotómozaikra átrajzolt objektumokat raszteres képfeldolgozó programmal (Adobe Photoshop) elemeztük, amelynek célja az objektumok által lefedett terület és a teljes kőzetfelületarányának meghatározása volt.

A raszteres képelemző eljárás két fázisból állt. Először az egyes szelvények (fotómozaikok) méretarányos térképét rajzoltuk meg kvázi-területtartó vetületben. Ennek alapja a fotómozaik volt, amit a lefotózott méterrúdon észlelhető torzulás alapján kiegyenlítettünk. Második lépésben a térképet raszteres képpé alakítottuk át, és a tartalmát úgy redukáltuk, hogy csak a törések és az oldódási jelenségek grafikus tartalma szerepeljen rajta. E folyamat végén egy kéttónusú (fekete-fehér) raszterképet kaptunk, amelyben a sötét pixelek az észlelt földtani tartalmat hordozták. Minél szélesebb volt eredetileg egy repedés, vagy üreg, annál több sötét pixel volt szükséges a megjelenítéséhez. A repedésekkel sűrűn átjárt felületeken a sötét pixelek aránya is nagyobb volt.

A sötét pixelek száma a világosan maradtakéval arányba állítva megadta a felületen észlelt másodlagos porozitást egy adott területen. Végül a különböző kategóriákba sorolt blokktípusokon végzett mérések középértéke alapján meghatároztuk a kategóriákra jellemző porozitásértékeket (III. táblázat).

## A pórustérfogat meghatározása

Annak érdekében, hogy kiszámítsuk a másodlagos porozitás által elfoglalt térfogatot a Pál-völgyi-barlang kőfejtőjének falain meghatározott (2D) értékek alapján, egy szabályos térhálót illesztettünk a kőfejtő virtuális modelljére (10. ábra). A térháló minden eleme (voxelje<sup>2</sup>) egy-egy típust képviselt az 5 megállapított kategória közül. A különböző típusok térbeli eloszlását aszerint modelleztük, hogy a feltérképezett sziklafalakon milyen arányban fordultak elő.

A térháló orientációját a sziklafalak szelvényeinek felülnézeti, ortogonális vetületben ábrázolt vektoraiból számított eredő vektor ( $\underline{E}$ ) iránya adta meg, amely 132.1827°-nak adódott. A három szelvény (I, II. és III.) közül kettőnek (I. és III.) nagyjából az eredő vektor A voxelek izometrikus szabályos térhálómodellben kockákként értelmezhetőek, amelyek méretét úgy határoztuk meg, hogy méterben megadott természetes (pozitív egész) szám legyen. A megfelelő él-hosszúság (U) kiszámításához a blokkoknak az eredő vektorra ( $\underline{E}$ ) vetített hosszúságát (L') használtuk fel (IV. táblázat). A számítás a vetített hosszúságnak (L') a voxel élhosszúságával (U) való osztásából származó eredmény egészre kerekített értékén alapszik.

$$d = \left[ \frac{L'}{U} \right] - \frac{L'}{U}$$
(13)

**4. táblázat.** A kőfejtő három szelvényének egyes kőzetblokkjaihoz tartozó vektor-irányok, abszolút hosszúságuk, valamint az eredő vektorra vetített hosszaik (L')

Table 4.	Vector	r directions,	, absolute	length a	nd projected	length	(L')	) data of	<sup>c</sup> the ol	bserved	blocks	s on the	three	walls	of th	ie Pa	ál-
ölgy Qı	uarry. 1	DNy=South	1-west; ÉN	y=North	west; ÉK=N	orth-eas	st										

Blokk			Azimut	Hossz	Vetített hossz (L')*
száma	Szelvény	Kategória	(")	(m)	(m)
1	I - DNv	1	297.94	5 593	5 421
2	I - DNy	2	300.57	7 729	7 571
3	L - DNy	- 1	288.18	14.539	13.282
4	L - DNv	3	290.09	13.205	12.236
5	L - DNv	3	281.86	14.218	12.273
6	I DNy	4	308,75	18,358	18,325
7	I DNy	5	298,88	16,724	16,275
8	I DNy	3	293,67	37,453	35,514
9	I DNy	5	299,02	18,909	18,412
10	I DNy	3	312,87	7,704	7,704
11	I DNy	3	328,09	8,814	8,476
12	II ÉNy	5	9,73	21,476	18,122
13	II ÉNy	3	68,08	17,281	15,545
14	II ÉNy	2	67,15	15,317	13,885
15	II ÉNy	5	49,38	42,930	42,591
16	III ÉK	5	126,63	20,103	20,009
17	III ÉK	3	103,24	8,804	7,704
18	III ÉK	2	147,47	8,413	8,116
19	III ÉK	4	151,69	6,547	6,171
20	III ÉK	3	150,84	8,211	7,780
21	III ÉK	I	168,20	7,873	6,368
22	III ÉK	4	150,55	6,522	6,189
23	III ÉK	3	137,24	5,631	5,610
24	III ÉK	2	105,86	7,706	6,907

\*Az eredeti vektorok képét a DNy-i és ÉK-i szelvényeken 132.1827° irányú vektorra, az ÉNy-i szelvényen 222.1827° irányú vektorra vetitettűk. – The length of the projection of the original vector on the calculated origin vectors with 132.1827° or 222.1827° (NW wall) azimuth.

irányával párhuzamos ÉNy–DK-i, egynek (II.) pedig DNy–ÉK-i csapása volt. Mivel olyan szabályos térhálót terveztünk előállítani, amelynek egy pontjából kiinduló élek egymásra merőlegesek (tehát *izotróp* térháló modellt), a DNy–ÉK-i csapású szelvény vektorait a számítások során 90°-kal elforgattuk.

<sup>2</sup> A voxel térmodellezésben használt kifejezés angolszász nyelvterületről származik a volume = térfogat és pixel (azaz picture element) = képpont szavak összetételéből.

Ezt az értéket kivonva a vetített hosszúságnak (L) az élhosszúsággal (U) való osztásából származó nem kerekített értékéből 1 és –1 közé eső számot kaptunk. Egyrészt a kerekített és nem kerekített értékpárok egymásból történő kivonásából származó különbségek abszolút értékére (d) voltunk kíváncsiak, mivel ezek adták meg, hogy az adott élhosszúságú (U) voxel alkalmazása mekkora hibát eredményezne. Másrészt a kerekített értékek megadták, hogy az adott élhosszúság alkalmazásával egy-egy blokkhoz hány voxel rendelhető.



11. ábra. A hiba (d) várható értékének (M) és szórásának (D) számítása 24 kőzetblokk vetített hosszainak és a voxelek különböző élhosszúságának figyelembevételével

Figure 11. Calculation of the mean value (M) and the distribution (D) of the differences derived from the comparison of the projected length of 24 blocks and given cell unit sizes

Az élhosszúságokat 1-től 10 méterig terjedő skálán megadva a számításokat mind a 24 blokkra elvégeztük és meghatároztuk a különböző méter értékekhez tartozó hiba (*d*) szórását (*D*) és várható értékét (*M*). Az eredmények alapján a 7 m élhosszúságú voxel felelt meg leginkább, mivel ebben az esetben mind a szórás, mind a várható érték kedvezően alacsony volt (*11. ábra*); ezért ezt az értéket választottuk ki a térháló éleinek méreteként.

A rácsháló hossza és szélessége a DNy-i illetve az ÉNy-i szelvény blokkjaihoz rendelt voxelek számából adódott. A délnyugati oldalon ez a szám 23 volt, tehát a szabályos térháló hossza 23·7, azaz 161 m-nek adódott. Az északnyugati oldal 4 blokkjához 13 voxel rendelhető, azaz a háló szélessége 91 m. Mivel izometrikus modellel dolgoztunk a voxelek magassága is 7 m volt, ami egyezett a blokkok átlagos magasságaként meghatározott értékkel (5–7 m). A kőfejtőt reprezentáló szabályos térháló modell teljes térfogata (161·91·7) tehát 102 557 m<sup>3</sup>. Az öt különböző porozitási kategóriának a kőfejtő falain megfigyelt eloszlását figyelembe véve meghatároztuk az egyes kategóriák százalékban kifejezhető részarányát (*V. táblázat*). A kategóriák eloszlása minden falon (szelvényen) különböző volt, mivel azonban az 1 és 4 kategória az ÉNy-i falon egyáltalán nem jelent meg, természetes térbeli elhelyezkedésüknek megfelelően nem tudtuk a voxelekhez megbízhatóan hozzárendelni az egyes kategóriákat. Emiatt a kőfejtő térmodelljében a kategóriák szelvényeken megfigyelt összesített arányértékeit (l. V. táblázat utolsó sora) vettük csak figyelembe, és ezekből az adatokból kiindulva a 2D eloszlást a 23·13, azaz 299 szabályos kockából álló 3D rácsra vetítve kiszámítottuk az öt kategóriához rendelhető voxelek számát.

Első lépésben az egyes porozitási kategóriához rendelt voxelek térfogatát számítottuk ki, majd a kapott eredményt megszoroztuk az adott kategóriához tartozó porozitásértékkel, amelyet a raszteres képelemzés során határoztunk meg (*VI. táblázat*).

Az eredmények azt mutatták, hogy a Pál-völgyi-barlang kőfejtőjében a másodlagos porozitás 9,183%. Az eredeti hipotézisünket tehát, miszerint a kútvizsgálatok során megállapított 5–10%-os porozitás nagyrészt a repedések és karsztos oldódások során keletkezett, a modellezés eredménye alátámasztotta.

Kategóriák   Categories:	1	2	3	4	5	Össz. / Total
DNv-i fal blokkiai (db) / Blocks	3	1	11	3	5	23
of the SW wall (pcs.)	_	_		_	_	
(%)	13.043	4.348	47.826	13.043	21.739	100
ÉK-i fal blokkjai (db) / Blocks of	1	2	3	2	3	11
the NE wall (pcs.)						
(%)	9.091	18.182	27.273	18.182	27.273	100
ÉNy-i fal blokkjai (db) / Blocks	0	2	2	0	9	13
of the NW wall (pcs.)						
(%)	0.000	15.385	15.385	0.000	69.231	100
Összes (db)   Total (pcs.)	4	5	16	5	17	47
Összes / Total (%)	8.511	10.638	34.043	10.638	36.170	100

V. táblázat. Különböző porozitási kategóriákba tartozó blokkok eloszlása a kőfejtő dokumentált sziklafalain Table V. Distribution and rates of each type of block category observed on the three main walls of the Pál-völgy Quarry

Kategóriák / Categories:	1	2	3	4	5	Össz. / Total
Voxel [db./ pcs.]	25	32	102	32	108	299
[%]	8.511	10.638	34.043	10.638	36.170	100
Térf. / Volume [m <sup>3</sup> ]	8575	10976	34986	10976	37044	102557
Pórus tf. / Pore volume [m <sup>3</sup> ]	188.65	460.992	2658.936	1108.576	5000.94	9418.094
Pórus tf. / Pore volume [%]*	2.2	4.2	7.6	10.1	13.5	9.183

VI. táblázat. A másodlagos porozitás térfogatának porozitási kategóriánkénti értékei a Pál-völgyi-barlang kőfejtőjének térmodelljében Table VI. Volumes of the secondary porosity of each category of the 3D model of the Pál-völgy Cave Quarry

\*A raszteres képelemzés módszerével meghatározott értékek. – Percentages from the raster image analysis.

A kőfejtő 3D modelljének porozitására vonatkozó számítások során figyelembe kell vennünk, hogy a kőbányászat felhagyását a kőzet üregessége és porozitása okozta elsősorban, így a falakon mért arányok nem feltétlenül voltak érvényesek a kitermelt kőzetre is; a modellezéssel meghatározott másodlagos porozitás valószínűleg alacsonyabb volt a kitermelt térfogatban.

Mivel az 5-ös porozitási kategória magába foglalja a nagyobb üregeket (barlangokat) is, a kategóriához rendelhető porozitásérték (13,5%) jelentős hányadát ezek tehetik ki. A volumetrikus modellezés során meghatározott 1,46% üregtérfogat azonban a befoglaló kőzettest osztatlan egységéhez viszonyított arányt tükrözi. E kőzettest elméletileg a kőfejtőben meghatározott öt kategóriát képviseli. A kétféle modellezésből származó, egymástól független értékekkel ellenőrző számításokat végeztünk, hogy a raszteres képelemzés során megállapított, 4-es és 5-ös porozitási kategóriához tartozó arányok (10,1% és 13,5%) különbsége (3,4%), amely definíciónk szerint a nagyobb üregekhez rendelhető, egyezik-e a volumetrikus modellezés üregtérfogat arányának a kőfejtő rácshálómodelljére vetített értékével.

Ahhoz hogy elkülönítsük az üregek arányát az 5-ös porozitási kategórián belül, először kiszámítottuk az üregek kőfejtőmodell arányát a teljes térfogatán belül  $(102557 \cdot 0,0146 = 1497,332 \text{ m}^3 \pm 194,855 \text{ m}^3)$ , majd megvizsgáltuk az eredményt az 5-ös kategóriához tartozó térfogathoz viszonyítva (1497,332/37044 = 0,04042). A kapott eredmény, a volumetrikus modell 13%-os bizonytalanságával, 4,04% ±0,52%-nak adódott, ami elfogadható mértékben megfelel a raszteres képelemzéssel megállapított értéknek. Ez elsősorban azért jelentős, mert ezáltal a volumetrikus modellezés új, nagyrészt elméleti megközelítésen alapuló módszerét helyszíni vizsgálatokból származó eredményekkel igazoltuk.

## A modellezés eredményei

A volumetrikus modellezés során 2117 járatszakaszt dolgoztunk fel és állítottuk elő a virtuális modelljét a modelltérben, amelyek hossza ( $L_j$ ) 12 177 m volt. A modell alapján a barlang járatainak térfogata ( $V_j$ ) kerekítve 72 700 m<sup>3</sup>, ami közelítőleg a Pál-völgyi-barlang — a Mátyáshegyi-barlangtól elkülönített — ismert járatrendszerének 94%-ára vonatkoztatható érték. A fennmaradó 6%-ot a barlang távoli, kevéssé ismert részein található járatok tették ki, amelyek magasságára a hozzáférhető térképek és jelentések alapján nem tudtunk becslést adni, így a modellbe sem kerültek be.

A statisztikai elemzésből nyert, és irodalmi adatokkal is alátámasztott "etalon" térfogatarányt a korábban ismertetett 13%-os átlagos hibahatár mellett elfogadhatónak tartjuk. A barlang melletti kőfejtőben végzett mérésekből származtatott porozitási modell eredményei szintén alátámasztották a volumetrikus modellezéssel kapott eredményt. Ezek alapján a Pál-völgyi-barlang üregeinek aránya a befoglaló Budai Márga Formáció és Szépvölgyi Mészkő Formáció rétegei által alkotott kőzettestben 0,52–2,82%, átlagosan 1,46 ± 0,19%-ban adható meg. A befoglaló kőzettest teljes, utólagos oldódásból származó porozitása pedig 2,2–13,5%, átlagosan 9,2%.

A barlangot jól ismerő barlangászok elmondása szerint számos olyan része van a barlangnak, ahol a kutatás a beomlott sziklák és az erősen töredezett kőzetek miatt túl veszélyes, vagy annyira szűk rések vannak, hogy a feltárás eddig nem volt lehetséges. Ezek a zónák többnyire a járatrendszer geometriájának kialakulásáért felelős törési síkok találkozásánál helyezkednek el, és a megközelíthetelenségük miatt a barlang térfogata ezeken a részeken jelenleg nem modellezhető.

Nagyon valószínűnek tartjuk, hogy ezek a kevéssé feltárt összetöredezett zónák méretükben talán nem, de mennyiségükben jelentős üreget tartalmaznak. Erre utal az is, hogy a teljes barlang területére felállított kőzettestmodellekben (I. a II. táblázat 1–3 sora) az üregek aránya a vártnál jóval kisebb volt, viszont a kis térfogatra számolt statisztikai elemzés a várt értékeket adta (II. táblázat utolsó sora).

A barlang nem modellezett járatainak térfogatára ( $V_i$ ) a teljes befoglaló kőzettest ( $V_t$ ) és a járatok térfogatának százalékban kifejezett arányából ( $a_t$ ), illetve a barlang ismert járatainak és az egyedi járatok nagyságrendjébe tartozó befoglaló kőzettestek térfogatának "etalon" arányából ( $a_e$ ) lehetett következtetni (l. 14. egyenlet). A nem modellezett járatok térfogatából ugyanezen járatok hosszára ( $L_i$ ) is lehet aránypárt felállítani a modellezett járathossz ( $L_j$ ), illetve a nem modellezett ( $V_i$ ) és a modellezett járattérfogat ( $V_i$ ) ismeretében (l. 15. egyenlet).

$$V_i = \frac{\left(a_e - a_i\right) \cdot V_i}{100} \tag{14}$$

$$L_i = L_j \cdot \frac{V_i}{V_j} \tag{15}$$

A modellben nem szereplő járatok nagyságát a teljes modellezett járatrendszert befoglaló minimális kőzettest modellel vizsgáltuk (II. táblázat harmadik sora). Ez a befoglaló test 13 380 981 m<sup>3</sup> térfogatú ( $V_t$ ) volt és a modellezett barlangtérfogat 0,54%-ban ( $a_t$ ) töltötte ki.

A volumetrikus modellezés első fázisában, a teljes kőzettesttel végzett számítások során kapott alacsony üregtérfogat olyan feltételezésekre ad okot, amelyek igazolása a barlang további feltárására ösztönözhet. Ha feltételezzük, hogy az etalonnak tekintett üregtérfogati arány (1,46%) fennáll a teljes befoglaló kőzettestre, akkor a (14) egyenletbe behelyettesítve a megfelelő értékeket, kiderül, hogy a modellezett járattérfogatot csaknem kétszeresen meghaladó (122 845 m<sup>3</sup>) üreg rejlik feltáratlanul a jelenleg ismert járatok közvetlen közelében. A jelenleg ismert 12,8 km hosszú járatrendszer pedig csak a teljes hossz harmada, mivel a (15) egyenlet alapján az ismert járatok közvetlen szomszédságában és a köztes térben 20,6 km járat feltételezhető.

A modellezés és az abból levezethető becslések alapján tehát a Pál-völgyi-barlang teljes térfogata — a Mátyáshegyi-barlang nélkül — közel 200 000 m<sup>3</sup>-re és hossza 33 km körülire tehető. Ez a Mátyás-hegyi-barlang és a Pálvölgyi-kőfejtőből nyíló többi barlang (10. ábra) ismert járataival együtt<sup>3</sup> minimum 44 km hosszú barlangrendszert jelent.

#### Diszkusszió

A barlangok — és különösen a karbonátos kőzettestekben kialakult üregek - térfogatának modellezése évtizedek óta napirenden lévő téma, mivel utóbbiak mélyebb helyzetben potenciális tárolóteret jelentenek. Mindeddig kevés módszer bizonyult elég megbízhatónak, és ezek oka a barlangok esetében elsősorban az adathiány. A barlangok térfogatának meghatározására irányuló kísérletek általában aktív barlangfelmérésekből készült modelleket elemeznek. A felmérés határozott célja ilyenkor a 3D modell előállítása (pl. KINCAID 2000, PACHOS 2008) így több a mérési pont és a modell kellően részletes felbontású. Az adatokat ma már modern geodéziai műszerekkel gyűjtik, ezért a mérési hibák is jóval kisebb szerepet játszanak, mint a mérőszalagos felmérések idejében. Ezzel a módszerrel tehát viszonylag pontos eredmény adódik a térfogatra, de nem alkalmas az archív adatok feldolgozására szemben azzal, amely a cikkben bemutatásra került.

Az üreg- és pórustérfogat modellezési módszerek változatosságát mutatja, hogy míg HEWARD et al. (2000) a fúrómagok tomográfiai vizsgálatával, majd a tomográfiai képek elemzésével, KINCAID (2000) a járatok talpának és főtéjének együttes felületmodellezésével és a felületek közti tér kiszámításával, próbálta meghatározni a térfogatot addig a digitális korszakot megelőzően Jakucs L. illetve Horváth J. saját felméréseik alapján (JAKUCS 1948, HORVÁTH 1965) valódi gipszmakettet készítettek. HORVÁTH (1965) által közölt térfogatszámítások módszerét nem, csak eredményét ismerjük a Szemlő-hegyi-barlangból. A látható porozitás meghatározására általunk használt raszteres képelemzés módszeréhez hasonlóan MANDA & GROSS (2005) is 2D képekből indultak ki a térbeli porozitás megállapításakor. Esetükben a kép egy kis tesztterületről (25 m-es fúrásból) készült optikai lyukfal-televíziós kép volt. Eredményeik, nagy szórással 10-48% közötti porozitásértéket adtak. HEWARD et al. (2000) egy összetett genetikájú hévízzel és meteorikus vizekkel egyaránt oldott, tektonikusan preformált karsztot vizsgáltak, amelyben több fúrásból 0-16,8% porozitást mértek a fúrómagokon. Mindkét eredmény összevethető az általunk meghatározott átlagos porozitással (9,2%), illetve a különböző porozitási kategóriák által meghatározott tartománnyal (2,2–13,5%).

Barlangtérfogat meghatározására egyéb módszerek is léteznek, amelyek azonban már sem a térinformatika, sem a 3D modellezés tárgykörébe nem tartoznak. Ilyen pl. a barlangon belül és kívül végzett légnyomásmérés, illetve a barlang bejáratánál mért légáramlás sebességének mérése alapján végzett térfogatszámítás, ami az egy bejárattal rendelkező barlangok esetében alkalmazható. A világ egyik legnagyobb barlangrendszerének, a Dél-Dakota állam béli Wind Cave és Jewel Cave üregtérfogat arányát is ezzel a módszerrel becsülték meg (CONN 1966). A barlangrendszert befoglaló kőzettest porozitása 10-30%-nak adódott, ami a Pál-völgyi-barlang melletti kőfejtőben végzett porozitásvizsgálat eredményeivel ugyancsak összevethető. Az összevetést itt is indokolja a hasonló genetika, mivel a dél-dakotai barlangrendszer is hévizes eredetű, illetve hévíz és karsztvíz keveredésének oldó hatására alakult ki tektonikus vonalak mentén (BAKALOWICZ et al 1987).

A Pilisben található Sátorkő-pusztai-barlang felmérése és gipsz modelljének elkészítése az egyik első térfogatmodell volt (JAKUCS 1948), amelyhez kapcsolódóan JAKUCS (1984) általános irányelveket is kidolgozott a karsztos üreg tározóterek kísérleti modelljének elkészítéséhez. Ezek a modellek elsősorban szabályos térhálóval (voxel) közelítették az üregek valódi geometriáját. Jelen tanulmányban a porozitási modell kidolgozására ugyancsak szabályos térháló modellt hoztunk létre, azonban ez a modell nem tükrözi a pórusok valódi geometriai elhelyezkedését, inkább azoknak egy nagyobb térrészre (a barlang melletti kőfejtőre) vetített, porozitási kategóriánként összesített értékét adja. A Pál-völgyi-barlang volumetrikus modellje ellenben szabálytalan testek (járatszakaszok) modellezési módszerével jött létre, ahol a barlang járatai valódi térbeli elhelyezkedésüket közelítő (helyzethű) geometriával szerepelnek, de az egyes járatok geometriája nem valósághű. A rendelkezésre álló adatok alapján a Pál-völgyi-barlangról valósághű modell nem hozható létre, és ez valószínűleg a régi barlang felmérések többségére is igaz.

A valósághű megközelítés a mérési adatok sűrítésével oldható meg. Nem mindegy azonban hogy mely adatokat sűrítjük. A járatszakaszok legyenek rövidebbek, vagy a

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A korábbi Környezetvédelmi és Vízügyi Minisztérium Barlangtani és Földtani Osztályának Országos Barlangnyilvántartása szerinti adatok alapján (Országos Barlangnyilvántartás).

278

járatkeresztmetszetek pontosabbak? PACHOS (2008) összehasonlító elemzései rávilágítottak arra, hogy a modell megbízhatóságát elsősorban járatszegmensek keresztmetszetének pontos meghatározásával lehet növelni és nem a rövidítésével. A járatszelvények hálózatával gazdagon átszőtt Szemlő-hegyi-barlang volumetrikus modellezése során szerzett tapasztalatok szintén ezt támasztották alá (ALBERT 2009b). PACHOS (2008) diplomamunkájában részletesen vizsgálta a járatkeresztmetszetek különböző részletességű felmérésének egymáshoz viszonyított relatív hibáját is, és kimutatta, hogy az általa "hagyományos" felmérési típusnak tartott, a szélesség és magasság meghatározásával kapott, keresztmetszetadatok maximálisan 40%kal eltérhetnek a pontosabb sugaras lézeres távméréssel kapott adatoktól. Ezzel az értékkel összevethető az általunk alkalmazott módszer ugyanis a térképezett és modellezett keresztmetszetek területei közti eltérések értéke abszolút értékben 25-30% volt.

#### Következtetések

A Pál-völgyi-barlang volumetrikus modellje alapján először történt kísérlet arra, hogy a barlang járatainak térfogatát egzakt módon meghatározzuk, és megbecsüljük a lehetséges feltáratlan járatok arányát. A modell archív adatokra támaszkodik, amelyek kulcseleme a járatszelvények térképezett keresztmetszete. Mivel a felméréséhez használt hagyományos mérési eszközök (mérőszalag, mérőrúd) a magas, hasadékokat követő barlangjáratok esetében pontatlanok, és ez KÁRPÁT (1983) térképén publikált keresztszelvényekre is vonatkozik, ezek jövőbeni újramérése a modell megbízhatósági adatait pontosítaná. Az alapadatok lehetséges és a módszer számított pontatlanságát szem előtt tartva, a kapott térfogatérték azonban már így is további összehasonlító vizsgálatok alapját képezheti, amelyek a Szemlő-hegyi- és a Molnár János-barlang volumetrikus vizsgálatával megkezdődtek (ALBERT 2009b, ALBERT 2010). E vizsgálatokból következtethető, hogy az egységnyi térfogatra vonatkozó üreg/kőzet arány a barlangok fejlődése során folyamatosan változik, ezért a volumetrikus- és a porozitási modellből származtatott értékek geológiai értelemben csak egy adott időpillanatra (mára) érvényesek.

## Köszönetnyilvánítás

A barlangjáratok modellezését JUHÁSZ Erika a TOTAL Corporate megbízásából a Szalai Grup SL képviseletében rendelte meg, mint projektvezető. A projekt külső tanácsadója Mateu ESTEBAN (Carbonates International Iberia S.L.) volt. Az alkalmazandó modellezési módszerek egy részére Philippe LAPOINTE (TOTAL) vezetett rá ötleteivel és vázlataival. A modellhez szükséges adatokat KISS Attila és a Bekey Imre Gábor barlangkutató csoport barlangászai adták. A porozitási modellhez szükséges terepi méréseket KERCSMÁR Zsolt és MAGYARI Árpád, a járatok adatainak digitalizálását TRESZNÉ SZABÓ Margit végezte. Köszönet illeti a cikk lektorait: KövéR Szilviát és GEIGER Jánost konstruktív tartalmi és formai javaslataikért.

## Irodalom — References

- ALBERT G. 2008: Barlangjáratok kiterjedésének vizsgálata volumetrikus modellezéssel. HUNGEO 2008. Magyar Földtudományi Szakemberek IX. Világtalálkozója, Budapest 20/08/2008–24/08/2008, p. 72.
- ALBERT G. 2009a: Háromdimenziós földtani modellek fejlesztésének és megjelenítésének módszerei térinformatikai szemlélettel. Doktori (Ph.D) értekezés. — Kézirat, ELTE Földtudományi Doktori Iskola, ELTE Informatikai Kar – Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék, Magyar Állami Földtani Intézet, Budapest, 150 p.
- ALBERT G. 2009b: A Szemlő-hegyi-barlang volumetrikus modellezése. Jelentés, Kézirat, ELTE TTK, FFI Általános és Alkalmazott Földtani Tanszék, Budapest, 29 p.
- ALBERT G. 2010: A Molnár János-barlang 2002-előtt ismert járatszakaszainak volumetrikus modellezése. Jelentés, Kézirat, ELTE TTK, FFI Általános és Alkalmazott Földtani Tanszék, Budapest, 29 p.
- BAKALOWICZ, M. J., FORD, D. C., MILLER, T. E., PALMER, A. N. & PALMER, M. V. 1987: Thermal genesis of dissolution caves in the Black Hills, South Dakota. — *Geological Society of America Bulletin* 99, 729–738.
- CONN H. W. 1966: Barometric Wind in Wind and Jewel Caves, South Dakota. *Bulletin of the National Speleological Society* **28/2**, 55–69.
- CSÁSZÁR, G. (ed.) 1997: Basic lithostratigraphic units of Hungary. Magyarország litosztratigráfiai alapegységei. A Magyar Állami Földtani Intézet kiadványa, Budapest 114 p.
- FODOR, L., LEÉL-ŐSSY, SZ. & TARI, G. 1991: En echelon fractures in a dextral shear zone tectonic heritage for a hydrothermal cave (Budapest, Hungary). *Terra Nova* **4**, 165–170.
- FODOR L., MAGYARI Á., FOGARASI A. & PALOTÁS K. 1994: Tertiary tectonics and Late Paleogene sedimentation int he Buda Hills, Hungary. A new interpretation of the Buda Line. — *Földtani Közlöny* 124/2, 129–305.
- HEWARD A. P., CHUENBUNCHOM S., MÄKEL G., MARSLAND D. & SPRING L. 2000: Nang Nuan oil field, B6/27, Gulf of Thailand: karst reservoirs of meteoric or deep-burial origin? *Petroleum Geoscience* 6/1, 15–27.
- HORVÁTH J. 1965: A Szemlő-hegyi-barlang 1961–62. évi felmérése Karszt és Barlang 1965/I, 21–30.

JAKUCS L. 1948: A hévforrásos barlangkeletkezés. — Hidrológiai Közlöny 28/1-4, 1-6.

- JAKUCS L. 1984: A nagylengyeli kőolajtározó, ill. az ahhoz hasonló üregrendszerek hidraulikai szempontból jellemző formái és méretei. Irányelvek a karsztos üregtározó terek kísérleti modelljének elkészítéséhez, és a vele végzendő kísérletek lefolytatási módozataihoz.
   Kézirat, Szakvélemény a Kőolaj- és Földgázbányászati Vállalatnak, Szeged, 31 p.
- JASKÓ S. 1936: A Pálvölgyi-Rózsadombi barlangvidék. Természettudományi Közlemények 68, 243–249.
- JUHÁSZ, E., ALBERT, G., BUDAI, T., KERCSMÁR, ZS., MAGYARI, Á. & NÁDOR, A. 2007: Hydrothermal alteration and karstification of Triassic and Eocene carbonates, Buda Mountains, Central Hungary (TOTAL Corporate – Buda Project.) — Manuscript, Budapest 2007.
- JUHÁSZ E., NÁDOR A., ESTEBAN, M. & BUDAI, T. 2005: Thermal karst field seminar, Buda Mountains, Hungary. Field guide. Manuscript, Geological Institute of Hungary, Budapest.
- KARPAT J. (szerk.) 1983: A Pál-völgyi-barlang M=1:250. Magyarország Barlangtérképei. Magyar Karszt és Barlangkutató Társulat, Budapest.
- KINCAID, T. R. 2000: Mapping and Modeling the Morphology of Underwater Caves in the Taurus Mountains and Antalya Travertine Plateau, Southern Turkey. — Proceedings: Underwater Science and Technology Meeting—SBT2000, December 2–3, 2000. Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 20 p.
- KLEB, B., BENKOVICS, L., DUDKO, A., GÁLOS, M., JUHÁSZ, E., KERTÉSZ, P., KORPÁS, L., MAREK, I., NÁDOR, A. & TÖRÖK, Á. 1993: Complex geological investigations and drillings in the surroundings of Rózsadomb. Geological, petrophysical, tectonic and palaeokarst analysis and evaluation. Phare 134/2. project report. — *Manuscript*, Department of Engineering Geology, Budapest Technical University.
- Kovács J. & Müller P. 1980: A Budai-hegyek hévizes tevékenységének kialakulása és nyomai. Karszt és Barlang 1982/II, 93–98.

KRAUSZ S. 1982: A Budai-hegység hévizes barlangjainak fejlődéstörténete. — Karszt és Barlang 1982/I, 29–34.

- MANDA, A. K. & GROSS, M. R. 2005: Identifying and characterizing solution conduits in karst aquifers through geospatial (GIS) analysis of porosity from borehole imagery: An example from the Biscayne aquifer, South Florida (USA). — Elsevier, Advances in Water Resources 29 (2006), 383–396
- Országos barlangnyilvántartás: http://www.termeszetvedelem.hu/index.php?pg=caves
- PACHOS A. 2008: An Empirical Study of Cave Passage Dimensions Using Augmented Radial and Longitudinal Survey Data. Msc Thesis, Manuscript, University of Akron, USA http://etd.ohiolink.edu/view.cgi?acc\_num=akron1221760340
- PALMER A. N. 1995: Geochemical models for the origin of macroscopic solution porosity in carbonate rocks. In: BUDD, D. A., SALLER, A. H. & HARRIS, P. M. (eds) Unconformities and Porosity in Carbonate strata. — American Association of Pettoleum Geologists Memoir 63, 77–101.

TAKÁCSNÉ BOLNER K., ESZTERHÁS I., JUHÁSZ M. & KRAUSZ S. 1989: The caves of Hungary. — Karszt és Barlang special issue, 17–30.

WEBER K. J. & BAKKER M. 1981. Fracture and vuggy porosity. — In: Society of Petroleum Enginers Annual Technical Conference, San Antonio, Texas (Oct. 5–7, 1981), http://www.onepetro.org/mslib/servlet/onepetropreview?id=00010332&soc=SPE

WEIN GY. 1977: A Budai-hegység tektonikája. — Magyar Állami Földtani Intézet alkalmi kiadványa, Budapest 76 p.

Kézirat beérkezett: 2010. 02. 19.