

Az élményalapú felsőfokú matematika oktatásában alkalmazott módszerek

Összefoglalás: A felsőoktatási intézmények oktatói egyre több didaktikai eszközt alkalmaznak óráikon, a hallgatók felkészítése során. Előtérbe kerül az élményalapú oktatás mind a számonkérésben mind a tanulás-tanítás folyamatában. A hagyományos előadás+gyakorlat-szemlélet a hallgatóink számára nehezen követhető, ezért is kell matematikaoktatásunkban újszerű eszközöket, szoftvereket használnunk.

Az egyetemre felvételt nyerő és beiratkozó diákok a Z-generáció szülöttei, melynek tagjaira jellemző, hogy figyelmük szétszórt, rövid ideig tudnak koncentrálni. Tapasztalatunk az, hogy néha könnyen „feladják” a matematika tantárgy első féléves teljesítését, melynek egyik kiváltó oka lehet a hiányos készségek kialakulása, vagy akár az absztrakciós szintre lépésekben kialakuló megakadás. Sokszor párosul ez a matematika tanulás iránti félelem, vagy sikertelenség kialakulásával is. Figyelnünk kell a motiváció fenntartására előadásokon, szemináriumokon és az önálló tanulásban is. A monoton, de az ismeretek eszközszintű birtoklása céljából szükséges a gyakoroltatás színesebbé tételének, a motiváció növelésének egy lehetséges módja a gamifikáció. Ennek formái lehetnek didaktikai, fizikai játékok, illetve digitális alkalmazások. **Kulcsszavak:** Matematikaoktatás, gamifikáció, digitális alkalmazások, Möbius.

Abstract: Teachers at higher education institutions are increasingly using didactic tools in their classes to prepare students. Experience-based education is coming to the fore in both assessment and the learning-teaching process. The traditional lecture+practice approach is difficult for our students to follow, which is why we need to use innovative tools and software in our mathematics teaching.

Students who are admitted to and enroll in university are members of Generation Z, who are characterized by scattered attention and short attention spans. Our experience is that they sometimes easily "give up" on completing

* Dunaújvárosi Egyetem, Matematikai és Számítástudományi Tanszék

Email: takacsanna@uniduna.hu
ORCID: 0009-0004-8877-9561

Budapesti Gazdaságtudományi Egyetem, Menedzsment Kar, Folyamatmenedzsment Tanszék
Email: takacs.anna2@uni-bge.hu
ORCID: 0009-0007-1756-5234

the first semester of mathematics, which may be due to incomplete skills or even a blockage in the transition to the level of abstraction. This is often accompanied by a fear of learning mathematics or a sense of failure. We must pay attention to maintaining motivation in lectures, seminars, and independent study. Gamification is one possible way to make practice more colorful and increase motivation, which is necessary for the monotonous but essential task of acquiring knowledge at a practical level. This can take the form of didactic and physical games or digital applications.

Keywords: Mathematics education, gamification, digital applications, Möbius.

Gamifikáció

A gamification kifejezés a game (játék) és a fication (valamilyenné alakítás) szavak összetételével keletkezett és magyar nyelven játékosításnak, illetve gamifikációnak is szokták nevezni.

Az új fogalmat először Nick Pelling definiálta 2002-ben a következőképpen: „elektronikus eszközök játékszerű felhasználói felületekkel való felgyorsítása és élvezhetőbbé tétele”. Ez a meghatározás és jelentése azóta több lépésben fejlődésen ment keresztül és ettől eltérő jelentéssel került be a köztudatba.

Napjainkban Deterding 2011-ben alkotott definícióját idézik és alkalmazzák leggyakrabban, amely szerint a gamification jelentése: „a játéktervezési elemek használata játékon kívüli kontextusban”.

Az oktatásban figyelniük kell arra, hogy a tanítás-tanulás folyamatában hol szeretnénk alkalmazni a játékosítást. Erre alapvetően a tanítási óra menetének megtervezésében, illetve a számonkérésben kerülhet sor (kitűzők, jelvények, pontozás).

Fromann szerint a játékosítás alkalmazása során figyelni kell az alábbiakra:

- Az optimális terhelés (a játékos helyzete ideális: a játék támasztotta kihívások, feladatok tökéletes egyensúlyban vannak a képességeivel, kompetenciáival, valamint a játék adta eszköztárral, mozgástérrel. Flowhatás)
- Az ideális szintézis (Felosztják a Nagy Célt kisebb, hamarabb elérhető célokra, s ezekre építik a lehető legtöbb visszacsatolást, jutalmazó mechanizmust. Ezeket nevezzük szinteknek. Minél több szintre tagolódik a játék, annál több a kis cél, amely biztosítja a gyakori pozitív élményeket).
- Az ideális jutalmazási rendszer (megadja mindazt a pozitív élményt, amit a hétköznapoktól sajnos nem igazán kapunk meg).
- Tanulók orientációja.
- Döntések, választások.

A gamifikáció alkalmazása során a játékok rendszeréből átve-
szünk olyan elemeket, amelyek segítségével motiváltabbá tehetjük
diákjainkat, csökkenthetjük a rájuk nehezedő stresszt, valamint se-
gíthetünk nekik, hogy önállóbbá váljanak és részesei legyenek a ta-
nulás során meghozandó döntéseknek.

Nádori a következő elemeket nevezi meg:

- Önállóság.
- Unalom ellenszere.
- Célok.
- Siker és kudarc.
- Azonnali visszajelzés [1].

A felsőoktatásban több egyetem is alkalmazza a gamifikációt. Sőt,
matematika és játék témakörben a Neumann Egyetemen, Kecskemé-
ten konferenciát is szerveztek. Az *Algoritmuskok és adatszerkezetek*
c. tantárgy esetében az ELTE Programtervező informatikus-képzés
reformjába illesztették be a játékosítást, melynek formái a Pontrend-
szer, a Quizlet segédlet bevezetése volt. A Miskolci Egyetemen is fej-
lesztettek ki didaktikai játékokat matematikából a kollégák [2].

Ezek elsősorban ismert társas- és kártyajátékokra alapozva alkot-
ták meg trigonometria- és analízis-oktatás megsegítéséhez. Ezek az
Ékkővadász és Yeti társasjátékok, [3] valamint a LimEszelős, DETER-
minátor kártyapaklik.

Az Ékkővadász az Aranyásók társasjáték inspirációja, míg a Li-
mEszelős és DETERminátor paklik az Uno kártya matematizálásán
alapulnak, a határérték és determináns értékének meghatározásának
begyakorlását segíti.

Az Ékkővadászhoz szoftvert is fejlesztettek [4].

[1] Takács Anna (2023):
Élmény – Gamifikáció – Matematika
oktatás: *Moodle Danubius Noster:
Az Eötvös József Főiskola Tudományos
Folyóirata*, 11., (1.), pp. 49–58.
<https://doi.org/10.55072/DN.2023.1.49>

[2] Szilágyi Szilvia; Körei Attila: Kártya-
játékok a felsőoktatásban : Szisztemati-
kus áttekintés a Miskolci Egyetemen fej-
lesztett matematikai témájú didaktikai
játékokról. In: Ország, Adrienn–Baják,
Szabolcs (Szerk.): II. Csernyák László
Konferencia közleményei, Budapest:
Budapesti Gazdasági Egyetem, pp.
261–273. https://doi.org/10.29180/978-615-6342-90-4_23

[3] Szilágyi Szilvia–Palencsár Enikő
(2024): A JETI kooperatív didaktikai
kártyajáték paklijának finomhangolása.
In: Végh Attila (Szerk.): *Infinum 2024:*
Informatika, Fizika, Matematika Kon-
ferencia. Kecskemét: Neumann János
Egyetem, pp. 34–34.

[4] Szilágyi Szilvia–Körei Attila–Takács
Anna Mária (2024): Digitális vagy nem
digitális? – A játékalapú tanulás meg-
valósításának új lehetőségei In: Végh
Attila (Szerk.): *Infinum 2024:* Informa-
tika, Fizika, Matematika Konferencia.
Kecskemét: Neumann János Egyetem,
pp. 33–33.

[5] Szilágyi Szilvia–Takács Anna Mária–Körei Attila–Török Zsuzsanna (2025): Using Game-Based Learning for Engaging with Determinants in Mathematics Education at the University Level. *Education Sciences*, 15., (10.). <https://doi.org/10.3390/educsci15101329>

[6] <https://skoll.hu/h5p/>

1. ábra. A LimEszelős és DETerminátor paklik



Egy tanulmányban foglalkoztunk a DETerminátor pakli tesztelésével [5]. Használata egyértelműen javította mind a rövid távú mind a hosszú távú memórián alapuló számonkérések eredményeit. A továbbiakban digitális eszköztárunkat mutatjuk be, először az előadáson alkalmazott módszereket, majd a két utolsó, az otthoni gyakorlásra szánt („játékok”), teszteket ismertetjük.

Canva

A Canva egy online tervezőplatform, amellyel könnyedén készíthetünk látványos dizájnt – például plakátokat, prezentációkat, közösségimédia-posztokat, névjegykártyákat, meghívókat és még sok más.

A Canva előnyei:

- *Egyszerű használat* – nem kell hozzá grafikai tudás.
- *Rengeteg sablon* – több ezer előre elkészített dizájnt találunk, amit testre szabhatunk.
- *Böngészőből működik* – nem kell semmit telepíteni.
- *Könnyen testreszabható* – szöveget, képeket, logót, színeket és betűtípusokat is módosíthatunk.

A Canvát legtöbbször előadáson használtuk. Motivációs, figyelemfelkeltő kis félperces videók készültek az egyes témakörökhöz [6].

2. ábra. Canva alkalmazásban készített motiválóvideókból kivágott képek



Kahoot

A Kahoot! egy interaktív kvíz- és tanulási platform, amelyet főleg iskolákban, tréningeken és online csapatjátékokhoz használnak.

Lényege:

- Egy játékos kvíz (vagy teszt), ahol a kérdések megjelennek a képernyőn.
- A résztvevők a saját telefonjukról, táblagépükről vagy számítógépükről válaszolnak.
- A válaszok gyorsasága és pontossága alapján pontokat kapnak, így versenyszerű és szórakoztató a tanulás.

Így működik röviden:

1. A tanár vagy szervező létrehoz egy Kahoot-kvizt a kahoot.com-on.
2. A játékosok csatlakoznak a kahoot.it-en egy PIN-kód segítségével.
3. A kérdések vetítve jelennek meg (például projektoron vagy online meetingben).
4. Mindenki válaszol, és a program valós időben mutatja a rangsort.

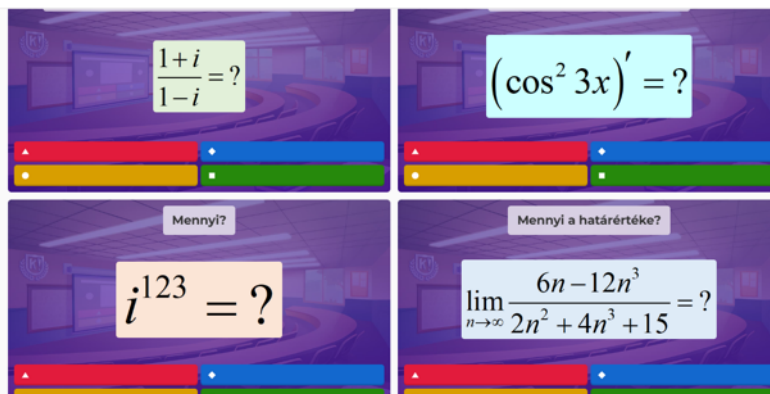
Használható:

- Tanórákon.
- Céges tréningeken.
- Online csapatépítéseken.
- Baráti játékokhoz is.

[7] <https://create.kahoot.it/>

Előadásokon szoktuk használni, a hallgatók Neptun-kóddal jelentkeztek be. Így helyes válaszaikkal előadásponthoz szerezhetek. Célja az előadás látogatottságának megőrzése. Másrészt a kvizekre az új ismeretek átadása után került sor, így az azonnali visszacsatolással láthattuk, hogy mennyire értették meg a tananyagot. Az utóbbi két tanévben használható volt az egyenletszerkesztő a válaszok bevitelére, előtte végig kellett gondolni, hogy mely kérdésekhez lesznek „szép” lineárisan bevitelhető válaszok. Az egyenletszerkesztő a válaszmezőkben nem mindig látható a nagy előadótermekben a kivetítésnél, ezért itt is végig kell gondolni, hogy mely feladatok megoldásai jelennek meg a közönség számára olvashatóan. [7]

3. ábra. Néhány kvíz kérdés a Kahoot alkalmazással kivetítve (a válaszok nem látszanak)



Mentimeter

[8] <https://www.mentimeter.com/>

A Mentimeter (vagy röviden Menti) egy svéd, stockholmi székhelyű vállalat, amely egy névadó alkalmazást fejleszt és tart karban, amellyel valós idejű visszajelzést adó prezentációkat lehet létrehozni. A stockholmi székhelyű Mentimeter alkalmazást a svédországi Johnny Warström és Niklas Ingvar svéd vállalkozók indították el.

Röviden a *Mentimeter* egy online eszköz, amellyel *interaktív prezentációkat* és *szavazásokat* lehet készíteni.

Röviden így működik:

- A prezentáló *kérdéseket, kvízeket, értékeléseket* vagy *felhőszavazásokat* (word cloud) készít a Mentimeter felületén.
- A közönség a telefonján vagy laptopján keresztül *valós időben válaszolhat* egy kóddal (például menti.com és beírja a kódot).
- Az eredmények *azonnal megjelennek a képernyőn* – látványos grafikonokon vagy szófelhőkben.

Ezért nagyon hasznos:

- Oktatásban (tanárok, egyetemi előadók).
- Céges meetingeken vagy tréningeken.
- Konferenciákon, workshopokon.

Az alkalmazást előadásokon szoktuk használni, amikor lankad a hallgatók figyelme, néha vicces feladat megoldásait interaktív diagramon szavazással jelenítjük meg.

A szófelhő alkalmazás tetszett a legjobban nekünk is nekem is. Fogalmak ismeretére szoktunk rákérdezni előadás végén, nagyon látványos, ahogy változik a prezentáció képe [8].

4. ábra. Mentimeter prezentációk előadásról, végén a szöfelhővel

Melyik nem konvergens?

Melyik sorozat konverge...

DT Edited February 13, 2023

Adja meg $f(x)=\sqrt[3]{x}$ függvény primitív függvénye

Határozatlan integrál-Típ...

DT Edited May 25, 2020

Melyik elsőfajú normáltartomány?

Tartományok

DT Edited February 11, 2025

Mi jut eszedbe a határértékről?

Határérték szerdán

DT Edited February 27, 2020

H5P

A H5P, ami egy nyílt forráskódú, ezáltal ingyenes JavaScript alapú tartalomkezelő keretrendszer. Maga a H5P név a HTML5 Package rövidítése és célja, hogy mindenki számára megkönnyítse az interaktív HTML5-tartalmak létrehozását, megosztását és újrafelhasználását.

A H5P nem egy újabb publikációs rendszer, mint például a WordPress, a Drupal vagy a Moodle – a lényege pont az, hogy ezeken a már meglévő tartalomkezelő rendszereken interaktív tartalmakat tehesünk elérhetővé, mint például:

Prezentációkat, kvízeket, játékokat, interaktív videókat, tanulókártyákat.

A lista hatalmas, a funkciók egytől-egyig ki is próbálhatók. Használatával jelentősen megkönnyíthetjük és élvezetesebbé tehetjük a tanulást, ezáltal dinamikusabbá tehetjük az egész tevékenységet – végül pedig kialakíthatjuk a tanulóknak az örökké tartó fejlődés vágyát. A H5P-nek azonban más előnyei is vannak az interaktivitáson kívül:

- *Hozzáférhetőség*: Mivel a H5P egy nyílt forráskódú eszköz, bárki számára elérhető. Az eszközök és böngészők széles skáláját támogatja, így biztosítva, hogy a tartalom széles közönség számára legyen elérhető.
- *Testreszabhatóság*: A H5P segítségével az oktatók és a tartalomkészítők a tananyagokat a közönségük sajátos igényeihez és preferenciáihoz igazíthatják. Ez a személyre szabott megközelítés fokozza a megértést és a memorizálást.
- *Integráció*: A H5P-tartalmak integrálhatóak a különböző tanulásmenedzsment-rendszerekbe (LMS), weboldalakra és blogokba. Ez a rugalmasság lehetővé teszi a meglévő oktatási infrastruktúrába való zökkenőmentes beágyazást.
- *Együttműködés*: Elősegíti a tartalomkészítők közötti együttműködést, mivel a programmal megoszthatják és újrafelhasználhatják az interaktív tartalmakat. Ez hatékonyabb tartalomkészítési folyamathoz és gazdagabb tanulási élményhez vezethet.
- *Elemzés*: A H5P egyes megoldásai lehetővé teszik a diákok teljesítményének és elkötelezettségének nyomon követését. Ezek az ismeretek felbecsülhetetlen értékűek lehetnek az oktatók számára annak megértésében, hogy a diákok hogyan lépnek kapcsolatba az anyaggal, és hol lehetne javítani rajtuk.
- *Költséghatékonyság*: Nyílt forráskódú platformként a H5P ingyenesen – vagy egyes esetekben olcsóbban – használható, mint a szabadalmaztatott piaci eszközök, így vonzó lehetőség lehet a szűkös költségvetésű oktatók és intézmények számára.
- Ahhoz, hogy a tanulás ne csak hasznos, de szórakoztató tevékenység is legyen, a H5P-hez hasonló eszközök használata erőteljesen ajánlott.
- A H5P tehát lényegében különböző játékos feladatok gyűjtőneve, amelyeket egyszerűen be lehet ágyazni a tananyagba és az oktató feltöltheti a saját tartalmával a sablonokat.

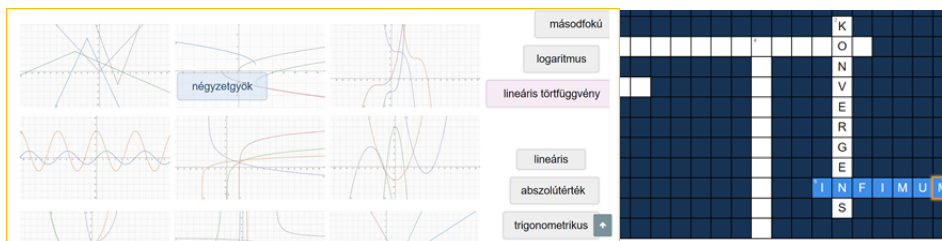
A H5P-tartalmak Moodle-keretrendszerbe is ágyazhatók, használtuk a keresztrejtvényt, szókeresőt, drag and drop, interaktív video, flashcard funkciókat. A keresztrejtvény „mögé” el kell készíteni a fogalomtárat, amely zömmel a definíciók összegyűjtését jelenti.

A keresztrejtvény generálásának ez lesz az alapja. A szókeresőben egy adott témakörben előforduló fogalmakat gyűjtöttünk össze. Amíg keresik, meg is tanulják a fogalmat, ha használni akarják, utána kell nézzenek mit is jelent. A drag and drop-típusban például függvények grafikonjaihoz kellett a nevüket párosítani. Valószínűségi számításban használtuk még: az eloszlásokhoz képeket kerestem, ez volt a hozzárendelés alapja.

[9] <https://skoll.hu/h5p/>

Az interaktív videóban egyszerű számolási kvízfeladat volt a Poisson-eloszlásra. Flashcard-alkalmazással komplex számok műveletei, határérték és derivált, primitívfüggvény-meghatározás volt a feladat. Hátránya lineáris módban kell bevinni a formulákat, emiatt több a tévesztési lehetőség. Ahol csak számértéket kellett beírni, ott nem volt probléma.

5. ábra. Példa drag and drop- és keresztrejtvény-feladattípusokra



A diákok szívesen tanultak ezekkel a „játékokkal”, elmondásuk szerint, volt olyan téma vagy definíció, amit a játékon keresztül értettek meg.

Elsősorban otthoni gyakorlásra szántuk a feladatokat H5P-ben [9].

Möbius

A Möbius egy webalapú teszt és vizsgarendszer, tananyagok készítésére is alkalmas, a DigitalEd kanadai cég forgalmazza. Hátterben a Maple matematikai szoftver dolgozik, biztosítva az egyenletek, formulák matematikai ekvivalenciáját.

ONLINE OKTATÁSI ÉS TANULÁSI PLATFORM FELSŐOKTATÁSI MATEMATIKÁHOZ ÉS STEM-HEZ

A Möbius segít az oktatóknak a matematika és a STEM-tárgyak hatékonyabb tanításában. A kurzusok elkészítésétől és az értékelések generálásától kezdve a tanulók

fejlődésének nyomon követéséig a Möbius leegyszerűsíti a tanítást, miközben interaktív gyakorlást és visszajelzést biztosít a diákoknak, amire szükségük van a sikerhez. A rugalmasságra, skálázhatóságra és elköteleződésre tervezett Möbius minden tanulási környezetben – online, személyesen vagy hibriden – támogatja az intézményeket, az oktatókat és a diákokat [10].


[10] <https://www.digitaled.com/mobius/>

Miért választják az oktatók a Möbiust?

- *Intelligensebb, hitelesebb értékelés:* Túlléphetünk a statikus tesztelésen. A Möbius lehetővé teszi algoritmikus és dinamikus értékelések létrehozását, amelyek mérik a valódi megértést, miközben gátolják a mechanikus memorizálást.
- *Leegyszerűsített kurzustervezés és -lebonyolítás:* Intuitív szerzői eszközök, modern kérdéstervezők és előre betöltött tananyagok segítségével könnyedén hozhatunk létre és adaptálhatunk kurzusokat az előkészítési idő csökkentése és az anyagok naprakészen tartása érdekében.
- *Zökkenőmentes LMS-integráció:* Könnyedén csatlakozhatunk a vezető LMS-platformokhoz (Moodle, Canvas, Blackboard, Brightspace), hogy technikai bonyodalmak nélkül bővíthessük az oktatást.
- *Gyakorlatias információk a jobb eredményekért:* Az elemzések feltárják, hogy a diákok hol küzdenek nehézségekkel, nyomon követik az elköteleződést, és irányítják az oktatási módosításokat – lehetővé téve az oktatók számára, hogy minden tanuló támogatassanak.

Hogyan támogatja a Möbius a diákokat?

- *Személyre szabott tanulási élmények:* A tanulók saját tempójukban haladnak adaptív gyakorlással és változatos feladatsorokkal, amelyek önbizalmat és elsajátítást építenek.
- *Korlátlan gyakorlás és valós idejű visszajelzés:* Az azonnali visszajelzésnek köszönhetően a diákok a hibákat tanulási lehetőségekké alakíthatják, és gyorsabban elsajátíthatják a szükséges ismereteket.
- *Lenyűgöző, interaktív környezet:* A dinamikus vizualizációk, az interaktív értékelések és a multimédiás eszközök aktívvá és motiválóvá teszik a STEM-tanulást.
- *Megtartás és hosszú távú siker:* A Möbius a tudás, gyakorlás és visszajelzés révén történő megerősítésével segíti a diákokat abban, hogy elkötelezettek maradjanak, megjegyezzék az információkat, és sikeresek legyenek a STEM-alapú tantárgyban.

A Möbiust használtuk otthoni gyakoroltatásra, pontokat gyűjthettek a legalább 80%-os teljesítésekkel. A számonkérést a gyakorolt feladatokból válogattuk össze. Így sikerült a lemorzsolódást 20% körülire csökkenteni. Nehézsége, hogy az oktatóktól sok energiabefektetést igényel eleinte, programozási feladatnak minősül egy véletlengenerálás feladat előállítás, ezért oktatóink képzéseken vettek részt. Ugyanakkor az értékelésben sokat segít, mivel a tesztek javítását a Maple végzi a háttérben. A diákoknak az egyenletszerkesztő használatát kell elsajátítaniuk, de manapság a Casio zsebszámológépeken is így kell beírni a számításait. Az alábbiakban egy kettősintegrál feladatmegoldásáról készült képernyőképet mutatunk be. A Number nevű mezőbe számmal válaszolnak a diákok, míg a képletetes válaszok beírásához a  ikont választva, megnyílik az egyenletszerkesztő panel.

6. ábra. Kettősintegrál-feladat a Möbiusban

Számítsa ki a $f(x; y) = \frac{-6x^2y - 5xy - 9}{x}$ függvény esetén a $T = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 1\}$ tartomány fölötti hasábszerű test térfogatát, vagyis számítsa ki a következő kettős integrál értékét!

$$\int_0^1 \int_1^3 \frac{-6x^2y - 5xy - 9}{x} dx dy = ?$$

- Adja meg az x változó szerinti integráláskor keletkező primitív függvényt!

- Adja meg a Newton-Leibniz-formula alapján az előző eredménybe helyettesítés, vagyis az x változó szerinti első integrálás eredményét!

$$\int_1^3 \frac{-6x^2y - 5xy - 9}{x} dx =$$

- Adja meg az előző eredményfüggvény y változó szerinti integráláskor keletkező primitív függvényt!

- Adja meg a Newton-Leibniz-formula alapján az előző eredménybe helyettesítés, vagyis a kettős integrál eredményét!

$$\int_0^1 \int_1^3 \frac{-6x^2y - 5xy - 9}{x} dx dy =$$

Összegzés

Tanulmányunkban elsősorban az általunk alkalmazott digitális módszerekre, eszközökre fektettük a hangsúlyt. A hallgatóinkra jellemző generációelméleti tulajdonságok ismeretében, hogy az eszközökkel emeljük a tanulás-tanítás folyamatának színvonalát.

Emlékezetesebbé tehetők a szokásos problémák, főleg, ha még személyes narratívákkal egészítjük ki. Az alkalmazások használata nem csak „élvezhetőbbé” tette a matematika tanulást, hanem a lemorzsolódás csökkenését is segítette.

Az oktatókat mentesítette a digitális számonkérés a javítások alól, a diákok kellő mennyiségű gyakorlófeladatot kaptak a véletlengenerált feladatokból.

