

MAGYAR FILOZÓFIAI SZEMLE

2023/4 (67. évfolyam)

A Magyar Tudományos Akadémia
Filozófiai Bizottságának folyóirata

Felvilágosodások

Tartalom

Felvilágosodások (<i>Schmal Dániel – Szegedi Nóra</i>)	5
--	---

FÓKUSZ

MOGYORÓDI EMESE: A görög felvilágosodás. Vallás és racionalizáció a preszókratikus filozófiában és a szofisztikában	11
HAMVAS ENDRE ÁDÁM: „Az életbe és fénybe távozom”: a lélek isteni eredetének hermetikus tanítása	38
BOROS GÁBOR: Felvilágosodott szerelmek – a francia felvilágosodás néhány „tudományos” szerelemkoncepciója	58
SZEGEDI NÓRA: A leibnizi-wolffi metafizika kantai kritikája és az autonóm etika kezdetei	83
SZALAI MIKLÓS: Rousseau, a <i>Sturm und Drang</i> és Wieland: Rousseau recepciója az 1770-es évek Németországában	104
FÓRIZS GERGELY: Wieland <i>Herkules választása</i> című kantatója. A felvilágosodás kettős esztétikai kommunikációja	113
KONTLER LÁSZLÓ: A fény árnyalatai – a felvilágosodás és Közép-Európa	123
KOMORJAI LÁSZLÓ: A tudatban rejlő végtelen	135

VARIA

HÉTHELYI MÁTÉ: Enkrateia és phronészisz	155
SZUMMER CSABA: Szubjektum és tapasztalat Husserlnél és Freudnál	186

DOKUMENTUM

KUTROVÁTZ GÁBOR: A csillagászati elméletek mint hipotézisek	201
JOHANNES KEPLER: Védőbeszéd Tycho mellett Ursus ellen (1600)	209
GYENGE ZOLTÁN: A kultúra védelme – a józan ész nevében. Bevezetés Thomas Mann <i>Német beszédéhez</i>	217
THOMAS MANN: Német beszéd – Felhívás az észhez	224

SZEMLE

KUNKLI EMESE: A nő ábrázolása és a női ábrázolás – A nő mint megjelenített és mint megjelenítő	239
ZSIGER ÁDÁM: A forradalom folytatása más eszközökkel?	244
Számunk szerzői	251
Summaries	254

A tudatban rejlő végtelen

A „tudat” a felvilágosodás, illetve az egész újkori gondolkodás kulcsfogalma. Ugyan e képesség nem szűkíthető le a gondolkodásra vagy a megismerésre, mégis sokáig úgy gondoltuk: az utóbbi fakultáscsoport helyezkedik el a tudat centrumában. Éppen ezért a felvilágosodás gondolkodásának még napjainkban is zajló lassú erózióját, a tudatfogalom központi jelentőségébe vetett hit megrendülését elsősorban az előbb említett megismerőképességek helyzetének megváltozása hozta magával.

Az újkor ethozát adó egyik alapmeggyőződés, hogy a gondolkodás képes minden dogmatizmust meghaladni, s hogy ez elsősorban azért lehetséges, mert a tudat e képessége révén meg tudja alapozni önmagát. E meggyőződés fejeződik ki Descartes *cogitójában*, ez jelenik meg és szélesedik ki a kanti autonómia gondolatában, ez kap világtörténelmi dimenziót a szellem hegeli fenomenológiájában és bizonyos értelemben ugyanennek az elképzelésnek a végső alapjait próbálják lefektetni még a fregei és a russelli logícizmus olyan gigantikus, nagy művei is, mint az *Aritmetika alaptörvényei* vagy a *Matematika alapelvei* és a *Principia Mathematica*. Egyrészt tehát kiépül egy önmagának végső alapokat biztosító rendszer, másrészt viszont – ha nem az alapokat, hanem a tudat *kifelé*, a megismert felé forduló „oldalát” vesszük szemügyre, akkor – ezzel párhuzamosan épül ki a tudat intencionalitásának rendszere is. A tudat tehát – az újkorban domináns fogalma szerint – egyrészt önmagát alapozza meg, s így önmagában elégséges, másrészt viszont ugyanilyen lényegi módon képes transzcendenciára, lép túl önmagán és irányul valami másra.

Ha az e fogalom köré kiépült rendszer megrendülését általánosságban és röviden próbáljuk meg jellemezni, akkor azt mondhatjuk: az említett erjedést a tudat mindkét aspektusával kapcsolatban az indította meg, hogy felszínre kerültek autonómiájának korlátai. Az intencionalitás esetében – ebben az írásban csupán ezt a problémakört fogom vizsgálni – az érdeklődés egyre inkább az úgynevezett *nem intencionális* jelenségek felé fordult.

Az erjedés azonban valójában az intencionalitás kiépülésével együtt, azzal párhuzamosan, folyamatosan zajlott. Azok a témák, melyekre a most említett el-

lenáramlat fókuszált, kezdetben az intencionális tudatban nekik megfeleltethető formák korrelátumaiként jelentek meg. A kulcsszó a „másság” és az „idegen-ség” volt, azonban egyre nyilvánvalóbbá vált, hogy bizonyos nem-intencionális elemek még efféle korrelátumként is nehezen vagy egyáltalán nem integrálhatóak a tudat modern fogalmába. Kezdetben úgy tűnt, a nehézségek csupán bizonyos speciális fenoméneket érintenek; olyan különleges témák esetében lépnek csak fel, mint a társszobjektum, a tudattalan, az idegen kultúrák, a módosult tudatállapotok vagy a nem emberi életformák. Az ezekkel kapcsolatos kérdések ugyan gyakran valóban a hagyományos husserli fenomenológiától eltérő elemzéseket kívántak meg, ám látszólag nem érintették a tapasztalat általános alapeseit: a fenomenológia „normálalakját”. Úgy tűnt, itt érvényben maradhatnak a klasszikus belátások.

Az egyik első gondolkodó, aki egy speciális tapasztalatformának, nevezetesen a társszobjektum tapasztalatának megpróbált *univerzális* fenomenológiai jelentőséget tulajdonítani, és e tapasztalatformából kiindulva egy egészen új, etikai megalapozottságú fenomenológiát, illetve metafizikát kiépíteni, Emmanuel Lévinas volt. Érdekes módon azonban a fenomenológia új „normálalakjának” kialakulásakor mégsem a társszobjektumra vonatkozó belátásai váltak alapvető jelentőségűvé, hanem jóval inkább azok, melyek csupán kiindulópontként szolgáltak számára: ezek a tudatban meglévő idegenre *általában* vonatkoztak. Itt az érzetre, az érzet tudatosulására, pontosabban e tudatosulás *időszerkezetére* vonatkozó korai elemzéseire gondolok.¹ Lévinas ezen gondolatai azért válhattak központi jelentőségűvé, mert egy az idegentapasztaltnál jóval általánosabb nem intencionális fenomén, az *újdonság-tapasztalat* elemzésekor is hasznosnak bizonyultak.² A fenomenológia napjainkban is zajló átalakulásának jelszava így végül is nem a korábban felkapott *másság*, hanem sokkal inkább az *újdonság* fogalma lett. Úgy tűnik, az újdonságtapasztalat különféle formáinak elemzései – szemben a másságra vonatkozó elemzésekkel – nem csupán speciális irreguláris fenoméneket tárnak fel, hanem elvezetnek a fenomén fogalmának egy új, általános normálalakjához. A jelen írás fő kérdése, hogy miként is lehet éppen e tapasztalatforma univerzális jelentőségű. Első pillantásra semmiképpen nem mondhatjuk, hogy a tudat- vagy a tapasztalatfolyam *minden eleme új*.

¹ Elsősorban a Lévinas 1998-ban található írásokra.

² Tengelyi László már a Tengelyi 1992-ben megfogalmazza, a Tengelyi 1998-ban pedig még határozottabban kijelenti, hogy az idegentapasztalat etikai viszonyra való lévinasi leszűkítése, vagyis „az etika szinte egyeduralkodói szerepének Lévinas nevével összeforrt elképzelése, olyan elsiectett és csak részben megalapozott általánosításon” alapul, amely nem vet számot az idegentapasztalat etikaitól eltérő formáival: azokkal, amelyek nem a társszobjektum tapasztalatával állnak kapcsolatban (Tengelyi 1998. 167–168).

I. KUMULATÍV-KOMBINATORIKUS ÉS RADIKÁLIS ÚJDONSÁGÉLMÉNYEK

Valójában azonban Husserl időelemzései alapján könnyen úgy tűnhet, hogy már a hagyományos értelemben vett intencionális tudat *egésze* is jellemezhető az újdonságtapasztalat segítségével. Egyrészt a tudatban – éppen saját időszerkezete alapján – akkor is folyamatosan termelődik valami új, ha az, amit tapasztalunk, egy kiterjedt időszakazon át változatlan marad. Ez azonban csupán folyamatos felhalmozódás vagy akkumuláció, ami abból adódik, hogy a retencióban a tudat minden fázisa megőrzi az előző fázisok speciális emlékét, vagyis – ahogyan már Bergson is tömören megfogalmazza – abból, hogy a tudat folyamatosan öregszik.

Másrészt viszont – ha e kumulatív újdonságképződést figyelmen kívül hagyjuk is – a hétköznapi értelemben vett tudatfolyamot még akkor is jellemzi az újdonság egy másik, kombinatorikusnak nevezhető formája: bizonyos értelemben minden nap új tapasztalatokra teszünk szert, hiszen bármikor találkozhatunk és találkozunk is soha nem látott arcokkal, járhatunk ismeretlen környékeken, láthatunk új termékeket a boltokban. Ezek a tapasztalatok azonban *radikális* értelemben mégsem hoznak magukkal semmi újat: csupán már korábban is tapasztalt elemek új kombinációi. Az új fenomenológia által vizsgált, radikálisnak nevezhető újdonságfogalom nem azonos sem a kumulatív, sem a kombinatorikus újdonság fogalmával.

A felhalmozódás és a kombinálódás révén keletkező és gyarapodó folyam időstruktúráit legrészletesebben talán Husserl időtudatra vonatkozó elemzései írják le. Az ezek között a keretek között felbukkanó újdonság mindig egy a múlt által valamiképpen már körvonalazott lehetőséghorizont határain belül marad: nem hoz magával semmi meglepőt; nem megy *eseményszámba*. Sőt e tudatfolyam jellemző struktúráiban az idő mindhárom modalitása valamiképpen egy másik modalitás által előre jelzett. A jövő mindig csak a múlt által meghatározott várakozásokban, a múlt csupán a jelenből lesüllyedő emlékekben, a jelen pedig pusztán a várt jövő beteljesülésében áll, s így végső soron és egy speciális, ám jól meghatározott értelemben ez az idő csupán örvénylik, ám nem telik.

Az új fenomenológia által szem előtt tartott radikális újdonságfogalom azonban éppen azzal jellemezhető, hogy például minden múlt által meghatározott várakozást keresztülhúzva következik be: így válik jelenné. Az efféle események időszerkezetét Lévinas és Merleau-Ponty nyomán – elsősorban Richirhez kapcsolódva – Tengelyi László részletesen elemzi.³

³ Itt elsősorban az *Idő és ősbnyomás* és *Az ősbnyomás és a protenciók betöltődése* c. írásokra gondolok (Tengelyi 2007. 125–156 és 157–176). Az időtudat fenomenológiájának e fejleményeit részletesen ismertetem és bizonyos irányba tovább is gondolom a Komorjai 2021-ben. Itt a radikális újdonság felbukkanásának Tengelyi által elemzett affektív-asszociatív-retroaktív szerkezetéről kimutatom, hogy kiegészítésre szorul, s hogy csak egy speciális értelemben véve *repetitív* tudatként értelmezhető. Ez azt jelenti, hogy az újdonságtapasztalat paradox módon

II. AZ ÚJDONSÁGTAPASZTALAT UNIVERZALITÁSA

Mindezek alapján könnyen úgy tűnhet, az új fenomenológia megfigyelései maguk is csupán korlátozott érvényességgel bírnak. A mozgalomhoz sorolható gondolkodók gyakran olyan jelenségeket elemeznek, mint az alkotás ritkán felbukkanó és kevesek által átélt eseményei, a kreativitás és az ihlet pillanatai. Azok a Merleau-Pontyhoz köthető gondolatmenetek, amelyek a „működő beszéd csodáját”, vagyis például egy találó nyelvi fordulat felbukkanásának eseményét igyekeznek megragadni, ugyan már egy mindenki által átélhető élmény lényegét próbálják meg rögzíteni, azonban a fenomenológia eredeti célkitűzéseihöz képest látszólag még ezek is pusztán partikuláris jelentőséggel bírnak. Ezt a látszatot csak erősíti, hogy a mozgalom egyik alapvető belátása szerint: az újdonságtapasztalatot *eseményyszerűség* jellemezi. Az esemény fogalma természetesen a kései Heidegger gondolkodásából kerül át a mozgalom által használt fogalmak közé. Ahogyan Tengelyi is felhívja rá a figyelmet, a francia fenomenológia „újra meg újra ihletet merít” Heidegger kései filozófiájából. Ugyanakkor azonban éppen ezen a ponton egy „félreismerhetetlen és leküzdhetetlen” szakadék is megnyílik a kortárs törekvések és Heidegger gondolkodása között. Amíg Heidegger *Ereignis* fogalma „olyannyira *egyedi* esemény, hogy semmiképpen sem öltheti különböző fenomének alakját (az *Identität und Differenz* című munka a *tantum singulare* megjelölést alkalmazza rá)”, addig „a kortárs francia fenomenológia nem ismer *tantum singulare* értelmében vett eseményt; azoknak az eseményeknek, amelyeket megkísérel leírni, sokkal inkább a *tantum plurale* karakterét tulajdonítja. [...] Egyenesen azt mondhatjuk, hogy alapirányultságukat tekintve a kortárs francia törekvések az *értelem* – szigorúan többes számban vett – *eseményeinek fenomenológiájára* vonatkoznak.” (Tengelyi 2017. 178–179.) Azt hiszem, az eseményyszerűség éppen e plurális jellege miatt alkalmas arra, hogy az újdonságtapasztalat számunkra releváns értelméhez kiindulópontként szolgáljon, és univerzálissá tágítsa ki azt. Másrészt e jellegzetesség az újdonságtapasztalatnak azt a pillanatszerű jellegét is kifejezi, melyet a rá jellemző sajátos időstruktúra elemzése hoztak felszínre. E két látszólag egymással ellentétes értelmű tény összekapcsolva azt mondhatjuk: az újdonságtapasztalat olyan *eseményszerű pillanatok* formájában jelenik meg a tudatfolyamban, amelyek az egyéb, hétköznapi pillanatokkal összefonódva *az egész folyamat* áthatják. Éppen az esemény- és a szimpla történetyszerű pillanatok eme összefonódása az, amit ebben az írásban közelebbről meg szeretnék világítani.

Első lépésben az eddiginél jobban kitágítom az *újdonságtapasztalat* kifejezés értelmét. Ehhez mindenekelőtt azt kell figyelembe vennünk, hogy nem csupán

nem „első”. Valójában – meglepő módon – általánosságban sincs értelme első tapasztalatokról beszélni. Azt a tágabb filozófiai elképzelést, amelybe egy ilyen paradox, kezdet nélküli tapasztalatfogalom beilleszthető, már részletesen kidolgoztam a Komorjai 2017-ben.

az alkotás vagy a nyelvi invenció, hanem a *tanulás* is az újdonságtapasztalat, illetve a tágabb értelemben vett kreativitás egy sajátos formája: fenomenológiai szempontból e folyamat valójában az alkotás egy változata. Ugyan az efféle tapasztalatok során látszólag csupán egy *már létező* értelemalakzatot sajátítunk csak el, ám ha a fenomenológiára jellemző, egyes szám első személyű perspektívából nézzük, akkor az elsajátított értelem a tanulást megelőzően éppen úgy *nem áll rendelkezésre*, mint az alkotás vagy invenció során felbukkanó új értelem. A tanulás valójában még a legegyszerűbb esetben sem egyszerű információátadás, az oktatás során a tanár az új ismereteket vagy képességeket nem *becsempészi* az oktatótt elméjébe: e folyamat sajátos módon, az oktató által kívülről motivált invenció, és éppen ezért van fenomenológiailag sok tekintetben olyan szerkezete, mint az utóbbinak. Azt pedig már Husserl felismerte, hogy valamikor még a legalapvetőbb képességeket is *el kellett sajátítanunk*.⁴ Éppen ezért függ össze az újdonságtapasztalat mint fenomén a tapasztalatfolyam *minden részletével*, és ez az egyik oka, hogy a tanulással együtt járó tapasztalatforma sajátosságai nem csak bizonyos élménytípusokat jellemeznek: valamiképpen az egész tudatfolyamot áthatják.

A fenoménfogalom új normálalakjának, illetve a radikális újdonság ezzel összefüggő fogalmának értelmezése előtt még egy lépéssel tovább kell mennünk. Valójában nem is csupán annyit mondhatunk, hogy *kialakulásakor* a tapasztalatfolyam minden eleme radikálisan új volt. Az is igaz, hogy a korábban az intencionális tudattal kapcsolatban említett kumulatív-kombinatorikus gyarapodás maga is minden fázisában *feltételezi* a radikális újdonság keletkezését. Kimutatható, hogy a tudat olyan organikus létező, melynek lényegéhez nem pusztán a gyarapodás, hanem a radikális genezis maga is hozzátartozik. A tudat csupán addig az, ami, amíg változása egyben keletkezés – vagy hanyatlás – is. Valójában nincs pusztán kumulatív-kombinatorikus módon változó, vagyis csupán örvénylő tudat: a tudat addig van, amíg vele kapcsolatban a radikális újdonság genezisének legalább a lehetősége fennáll. Minden a tudathoz hasonló organikus létező csak gyarapodóként tudja fenntartani önmagát; pontosabban csak úgy tudja fenntartani magát, ha közben keletkezik: addig van, amíg egy speciális értelemben fejlődik, s amint megszűnik fejlődni, megszűnik tudatként létezni.

A hagyományos, intencionális tudat így látszólag minden fázisában egy olyan jelenséget tételez fel, amely szétfeszíti a rá magára jellemző struktúrákat. A radikális újdonsággal lényegileg jellemezhető új tudatfogalom nem felváltja az újkor tudatfogalmát – melyet kezdetben önmegalapozással és intencionalitással jellemeztem –, hanem annak lehetőségű feltételeként a lehető legszorosabban összefügg vele. E függés ezen felül kölcsönös: ha közelebbről megvizsgáljuk a

⁴ Pl.: „Jó okkal tartják, hogy a dolgok látását a kisgyereknek először is meg kell tanulnia, miként azt is, hogy genetikusan hasonló tanulási folyamat előzi meg a dolgokra vonatkozó összes tudati mód kialakulását.” (Husserl 2000. 93.)

tudatfolyam alakulását, akkor azt kell mondanunk: „éppen úgy nem képzelhető el élmények egy olyan árama, amelyben *nincs semmiféle keletkezés* vagy képződés, mint ahogyan egy olyan sem, amelyben *kizárólag keletkezés zajlik*”.⁵ Sem olyan tudat nem létezik, amely kizárólag kumulatív-kombinatorikus módon változik, sem olyan, amely kizárólag és folyamatosan radikális módon keletkezik. A Husserl által jellemzett, hétköznapi módon lefolyó, alapvetően intencionális tudat és az új fenomenológia által a radikális keletkezés fogalma révén jellemzett – látszólag egymással összeegyeztethetetlen – tudatformák valójában csak egymást kiegészítve, pontosabban csak egymással összefonódva képesek magukat fenn tartani. Az újdonság tapasztalata tehát több szempontból nézve sem csupán egy speciális, az intencionális tudat struktúráival szembeállítható fenomén, hanem az intencionalitáshoz hasonlóan valamiképpen az egész tudatfolyamot áthatja.

Értelemképződés és értelemrögzítés, keletkező és rögzült értelmek e látszólag paradox összefonódása a tudatfolyamban – ez a kialakuló új tudatfogalom központi magja. Ezen összefonódás értelmezése az új fenomenológia centrális problémája, s egyben a modernitást követő gondolkodásmód egyik alappillére is.

III. ÚJDONSÁGTAPASZTALAT ÉS VÉGTELEN

A következőkben az eddig pusztán általánosságban felvázolt elképzelés néhány olyan alapelemét elemzem részletesebben, melyek, azt hiszem, nélkülözhetetlenek az előbb említett összefonódás megértéséhez. Ennek során *pro forma* fel fogom használni az új fenomenológia egy fontos meglátását, ám a tartalmat illetően már el fogok térni tőle. Eredetileg Marc Richir gondolata volt, hogy az értelemképződés, a radikális keletkezés és ezzel együtt a tudat új fogalmát csak a végtelen Cantor által bevezetett, szintén radikálisan új fogalma segítségével tudjuk megérteni. Tengelyi ehhez az elgondoláshoz csatlakozik, és, ha jól értem, újabb elemekkel egészíti ki azt.⁶ Őt kezdettől, tehát már jóval a Richirrel való megismerkedése előtt, több különböző formában is foglalkoztatta a most említett összefonódás jelensége. Elsőként azon a problémán keresztül

⁵ Komorjai 2017. 319. Annak pontos okait, hogy miért is feltételezi egymást kölcsönösen a fent említett kétféle módon változó tudatfolyam, szintén ebben a műben fejtem ki. Röviden: ahogyan egy vonaton ülve a vonat mozgását például csak a kívüli tapasztalt nyugalommal való kontrasztban észleljük, ugyanígy, a fenomenológia tisztán belső nézőpontjából tekintve a kétféle változás mindegyikét csak a másikkal való kontrasztjában érzékelhetjük: a tudatot így mindkét változástípus szükségképpen és egyformán jellemzi.

⁶ Tengelyi elsősorban Richir két írására támaszkodik, melyeket részletesen ismertem is: Richir 1986, 1986b. Lásd Tengelyi 2014. III/B/I rész 439–465. Jelen cikkben nem foglalkozom a Richir–Tengelyi féle elképzelés problémáival. Ehelyett Richir ötletének egy olyan, egészen más irányú továbbgondolására teszek kísérletet, amelynek részleteit Komorjai m.e. második részében fejtem ki, s amely a Komorjai 2017-ben általam kidolgozott elképzelés bizonyos előzményeit tárja fel, s így végső soron meg is alapozza azt.

szembesült vele, hogy az emberre jellemző, a bűntapasztalat során kialakuló személyiségstruktúráján belül miként kapcsolódhatnak össze egymással sorsszerű és eseményszerű elemek. A *sorseseemény* fogalma révén tett először kísérletet arra, hogy a szóban forgó összefonódásról fenomenológiai leírást adjon. Már ekkor is világos volt számára, hogy az eseményszerűség jelensége szétfeszíti az intencionális tudat Husserl által feltárt (idő)szerkezetét. Később, az értelemképződés jelenségében, vagyis az új értelem hirtelen felbukkanó eseményeiben, valamint abban a problémában, hogy e továtűnő események miként integrálódhatnak a már rögzült értelmek rendjébe, csupán az őt mindig is foglalkoztató kérdéskör egy újabb és általánosabb formáját ismerte fel. Nem véletlen tehát, hogy csatlakozott Richirnek ahhoz az ötletéhez is, mely szerint a megoldáshoz vissza kell nyúlnunk Cantor végtelenről szóló elméletéhez. Az így megfogalmazódó gondolat szerint a tudat csak cantori értelemben vett transzfinit végtelen létezőként képes radikális keletkezésre.⁷

E részben magam is a kibontakozó új tudatfogalom és a végtelen kapcsolatára fogok kitérni. Ezt azonban egészen más módon teszem, mint ahogyan Richir és Tengelyi. Tengelyi részletesen ismerteti, hogy Husserl – Cantor kollégájaként – miként érzékeli azonnal a transzfinit végtelen cantori elgondolásának filozófiai jelentőségét, és hogyan próbálja meg az elképzelést saját fenomenológiájában hasznosítani. Azonban nem Husserl az egyetlen, aki rögtön felfigyel Cantor elméletének filozófiai jelentőségére. Russell néhány évvel Cantor halmazelméleti főművének megjelenése után fejezi be a *Principles of Mathematics* című művét, amelynek egyértelműen Cantor elmélete az egyik főszereplője. Én – Richirtől és Tengelyitől eltérően – alapvetően Russellhez kapcsolódva fogom Cantor elméletének két fontos elemét röviden kiemelni, ám a hátralévő gondolatmenetet egy olyan fogalom elemzésével indítom, amelyet másként, tágabban fogok értelmezni, mint Russell. Azt igyekszem megmutatni, hogy a tudat új fogalmát megalapozó radikális genesis jelensége csak a *progresszió* egy új fogalmára támaszkodva értelmezhető, s így elsőként ez a fogalom az, melyet – szintén Cantor bizonyos gondolatainak fényében – újraértelmezek. A végtelen fogalma csak e radikálisan új progresszió-fogalom közvetítésével lesz képes a kibontakozó tudatfogalmat meghatározni.

⁷ Bár ebben a cikkben arra teszek csupán kísérletet, hogy megmutassam, mi a szerepe az általam felvázolt végtelen-fogalomnak a tapasztalatfolyamban zajló, általam „radikálisnak” nevezett genesis folyamatában, ám, amint már korábban is utaltam rá, ennek révén a végtelen valójában a normál tapasztalatfolyamot is átjárja. Ez azt mutatja, hogy az az újkori filozófiában gyakran axiómaként kezelt gondolat, hogy az emberi tudat, illetve tapasztalat alapvetően véges, valójában nem tartható. E gondolat előzményei természetesen Descartes harmadik elmékedéséig nyúlnak vissza, de a végtelen véggel szembeni prioritásának tézise valójában csak a fenomenológiában nyeri el végső formáját. Megmutatható, hogy már egyetlen dolog tapasztalata is csak egy úgynevezett végtelen horizont előtt lehetséges, s hogy e horizont maga is csak a végtelen következőkben feltárandó struktúrája szerint értelmezhető. Ennek részleteit Komorjai 2017 6. fejezetében fejtem ki.

1. Progresszivitás és tapasztalat

Mielőtt a progresszió szóban forgó, speciális változatának alapelemeit megismernénk, érdemes jelezni, hogy e fogalomnak már a hagyományos változata is kapcsolódik mind az újdonság fogalmához, mind a tudat újkorban domináns fel-fogásához. Egyrészt egy progresszió – legalapvetőbb jelentésrétegét tekintve – a *sor* fogalmának egy speciális változata, s egy sornak minden eleme az összes őt megelőzőhöz képest valami *újat* hoz.⁸ A másik összefüggés révén ahhoz a Kant által megfogalmazott gondolathoz csatlakozom, hogy az egész tudat-, illetve a tapasztalatfolyam alapvetően *szukcesszív*, *vagyis progresszív természetű*. Mivel így éppen egy olyan elképzeléshez kapcsolódom, melyet egyébként meg kívánok haladni, érdemes e kanti előzményeket röviden felvázolni.

Kant fogalmazza meg elsőként, hogy a tudat-, illetve a tapasztalatfolyam egésze *szukcesszív szintézis* eredménye. E tézisében két nézet fonódik össze. Egyrészt, hogy a *fogalmi gondolkodás* maga *szukcesszív természetű*, másrészt, hogy e képesség alapjaiban határozza meg az *egész tapasztalatfolyamot*. (A *gondolkodás* kifejezéssel – mivel ez nem egyike a kritikai rendszerben főszerephez jutó képességeknek – az ész által regulált értelemre utalok.) Az említett első nézet ennek megfelelően maga is két részből áll: egyfelől azt mondja ki, hogy az *értelem* fogalmi szintézisei *szukcesszív* jellegűek, másfelől pedig azt, hogy az *észnek* az értelem működését szabályozó, eszmék által vezérelt tevékenysége is ilyen. Kantnál ez abban fejeződik ki, hogy a két képesség eredményeként megjelenő egységek *szukcesszív* jellegűek: az értelem *ítéleteket* alkot, s egy ítélet – egy kantinál kissé modernebb fogalomkészlettel élve – különböző típusú *kifejezések* *szukcessziója*, míg az ész *következtetéseket* von le, melyeket Kant *ítéletek* *szukcessziójaként* fog fel. A fogalmi gondolkodás tehát végső soron minden szinten *szukcesszív*, *vagyis progresszív természetű*.

A *szukcesszív szintézisek* kanti tanának másik alappillére az a meglehetősen spekulatív gondolatment biztosítja, melyet Kant az értelmi fogalmak dedukciójának hív. E gondolatmenet szerint a fogalmi gondolkodás olyan módon fonódik össze az érzékiséggel, hogy az utóbbi formáján, a téren és az időn keresztül – mintegy belülről – *meghatározza* azt. A gondolkodásra jellemző *szukcesszív* jelleg az érzékiség e 'meghatározásán' keresztül jelenik meg a tapasztalatfolyamban.

Ugyan Kantot követve magam is úgy vélem, hogy az egész tudat-, illetve tapasztalatfolyam megértéséhez a progresszivitás értelmezése vezet el, elképzelésétől két lényeges ponton mégis eltávolodom. Egyrészt a progresszió egy Kant

⁸ A sor fogalmát Russell 1992. XXIV. fejezete tárgyalja. Russell ugyan különbséget tesz a ciklikus és a nyílt sorok között, ám mivel én csak az utóbbi fogalommal foglalkozom, így sor alatt később csak nyílt sorokat fogok érteni. Ehhez lásd még XXVIII. fejezet, 234–238. Ezekben minden elem különbözik az őt megelőző összes többitől, tehát az általam használt értelemben már egy sorban is minden elem új lesz. Ennek megfelelően a későbbiekben a progressziókat nem pusztán e tulajdonság alapján fogom elkülöníteni a nem-progresszív soroktól.

által még nem ismert, cantori fogalmát fogom használni, másrészt nem gondolom, hogy a progresszivitásnak a folytonos tapasztalatfolyammal való kapcsolatát valamiféle spekulatív dedukció révén kellene megalapozni. A transzcendentális dedukcióval összefüggő kanti képességmetafizikát, az érzékiség értelem által történő meghatározását – Husserlrel egyetértve – elvetem. Úgy hiszem, a progresszivitás azért határozza meg az egész tudatfolyamot, mert – némileg paradox módon – csakis a progresszivitás új, cantori fogalmából kiindulva lehet a tapasztalatfolyamra jellemző *folytonosság* specifikus természetét megérteni. Bár az utóbbi fogalom elemzésére e cikk keretei között már nem tudok kitérni, annyit mégis érdemes megjegyezni, hogy a folytonosság és a progresszivitás számomra lényeges sajátosságát szintén Cantor idevonatkozó művei alapján lehetséges feltárni.⁹ A tudat új fogalmának általam adott jellemzése tehát végső soron a folytonosság fogalmán keresztül kapcsolódik a progresszió, illetve a szukcesszió új, cantori fogalmához.

2. A progresszió 'cantori' fogalma

A most tárgyalt fogalom – a szukcesszió hagyományos, Kant által is használt fogalmával együtt – a sorozat fogalmának egy speciális esete lesz, ami a maga részéről a sor még általánosabb fogalmának a esete. E négy fogalom pontosabb meghatározásához a legtágabb, tehát a sor fogalma felől fogok közelíteni.¹⁰ Rus-

⁹ Cantor igen korán, 1873-ban belátta és 1874-ben publikálta is, hogy a valós számok – általában folytonosnak feltételezett – sokasága nagyobb számosságú, mint a természetes számok végtelen progressziója (Cantor 1932c), azonban a folytonos sokaságok Cantor által felfedezett és általam lényegesnek tartott specifikuma nem az, hogy az elemek számossága egy bizonyos, csak rájuk jellemző végtelen szám (ezt a számot, vagyis a valós számok számosságát Cantor *c*-vel jelöli). Ő – bár ezt nem volt képes bebizonyítani – meg volt győződve, hogy minden sokaság, így a valós számok halmaza is, elrendezhető akár egy olyan sorozatba is, amit én progresszióknak fogok nevezni. Így átrendezve azonban egy *c* számosságú sokaság nem lenne folytonos (nem lenne pl. mindenütt sűrű). Éppen ezért Cantor számára az előbb említett felfedezés után is világos volt, hogy a folytonosság specifikumát nem lehet egy bizonyos számossággal megragadni, vagyis az nem lehet *kardinalis* fogalom: a folytonosság egy speciális elrendezés-típust jelent. Cantor utolsó nagy művében el is jut ehhez az általa Θ -val jelölt rendtípusnak a meghatározásáig (Cantor 1932a. §11). Nem sokkal később, 1907-ben Ernst Zermelo bebizonyította azt is, hogy bizonyos feltevések mellett Cantornak az előbb említett sejtése is igaz: minden halmaz, így a valós számok hagyományos rendezés szerint folytonosnak tekintett sokasága is jól-rendezhető, s így elrendezve, ugyanezek a számok akár egy *progresszió* elemeiként is felfoghatóak. A jól-rendezés és a rendtípus fogalmaira azonnal kitérek.

¹⁰ Már most érdemes tehát szem előtt tartani, hogy a szukcesszív szintézis fogalmára épülő kanti tapasztalat-felfogással nem az lesz a problémám, hogy a tapasztalatfolyamot diszjunkt elemekből állónak képzelem el. Látni fogjuk: ez még az általam kidolgozott végső – folytonosságon alapuló – elgondolásban is így lesz. Kiindulópontként még abban is követni fogom Kant felfogását, hogy a tudatra jellemző szukcessziót én is egy lépésekben előrehaladó folyamatnak tartom. A Cantor munkái által lehetővé tett új gondolati alakzat annak ellenére vezet el a progresszió új fogalmához, hogy e két meggyőződésben egyeznek a Kant által is használt hagyó-

sell elemzéseiben a sorok sajátossága többek között az, hogy egy speciális *reláció* „generálja” őket, melynek egyik fő jellemzője, hogy aszimmetrikus (vagyis ha egy a elem a szóban forgó relációban áll b -vel, akkor b nem áll a relációban a -val).¹¹ Ilyen aszimmetrikus reláció a *kisebb*, az *előbbi*, *korábbi*, de ilyen például az *apja* is. E relációk némelyike a szóban forgó elemek osztályát bizonyos módon *rendezi* is. Az aszimmetria mellett a rendezésként felfogható relációk egy további jellegzetessége, hogy azoknak a sokaságoknak, amelyeken értelmezve vannak, bármely két különböző eleme között így vagy úgy fennállnak.¹² Az előbb említett aszimmetrikus relációk közül a *kisebb*, a *korábbi*, az *előbbi* *rendezik* a megfelelő elemeket: ha például a *korábbi* relációt időpontokra értelmezzük, akkor bármely két különböző időpont közül az egyik korábbi, mint a másik. Ezzel szemben az *apja* reláció ugyan aszimmetrikus, ám nem rendezés, hiszen ha a relációt például egy ember férfiági felmenői között értelmezzük, akkor e sor elemeire nem igaz, hogy bármely kettő közül az egyik apja a másiknak.

Mielőtt továbblépünk a progresszió fogalmának vizsgálatához, a későbbiek szempontjából már most érdemes kitérnünk a rendezés és a rendezett sokaságok két fontos sajátosságára. Az elsőt Russell maga is hangsúlyozza: egy sokasághoz egyetlen rendezés sem tartozik *elvéve hozzá*. „Amikor a rendezés (*order*) meghatározását keressük, akkor a legelső dolog, amit észre kell vennünk, hogy egyetlen halmazhoz sem társítható – a többi kizárásával – csupán egyetlen rendezés. Egy halmaz rendelkezik az összes olyan rendezéssel, amely vele kapcsolatban lehetséges.” (Russell 2000. 29.) Bár bizonyos sokaságokhoz automatikusan társítunk egy sorrendet – például az első hat természetes szám halmazát óhatatlanul a szokásos, e számokon értelmezett rendezés szerint növekvő sorrendben gondoljuk el (1,2,3,4,5,6) – ám ez csak azért van, mert „ez a rendezés annyira ismerős és természetes a számunkra, hogy hajlunk arra: e halmaz esetében ezt tekintjük a rendezésnek; ez azonban hibás gondolat” (i.m. 30). E sorrend semmivel sem inkább tartozik hozzá az említett halmazhoz, mint az, amelyben ugyanezek az elemek csökkenő sorrendben követik egymást (6,5,4,3,2,1), vagy amelyben minden páros szám megelőzi a nála eggyel kisebb páratlant (2,1,4,3,6,5). Éppen így emberek egy adott csoportjához semmivel sem inkább tartozik hozzá a születési idő szerinti elrendezés, mint a magasság, a súly vagy a neveik *abc* sorrendje alapján adódó egyéb rendezések.

mányos progresszió-fogalommal. A különbség természetesen egy a lépésekben előrehaladó sor értelemén belül megnyíló további megkülönböztetésen fog alapulni.

¹¹ Lásd Russell 1992. IV. rész

¹² Bár egy ilyen rövid összefoglalóban nem lesz szükséges a szóban forgó fogalmak pontos definíciójára, ám a relációk utóbbi sajátosságát *trichotómiának* (vagy *összefüggésnek*) szokás nevezni. Az úgynevezett lineáris (erős) rendezések – amelyekről most szó van – további lényeges sajátossága, hogy *transzítívok* és *irreflexívek*. Az utóbbi két tulajdonság – melyekből már következik a fent említett aszimmetria – most nem lesz számunkra érdekes. E fogalmak pontos meghatározását bármely bevezető logika tankönyv tartalmazza.

A másik fontos idekapcsolódó észrevétel, hogy ugyan Russellel együtt úgy fogalmaztam: egy sort egy rendezési reláció *generál*, ezt nem úgy kell értenünk, hogy az elemek a szóban forgó reláció segítségével állíthatók elő, vagy hogy a relációra támaszkodva valamiképpen végig lehet menni a sor elemein. A sort generáló reláció egyszerűen *fennáll* az adott elemek között, függetlenül attól, hogy azokat a megfelelő sorrendben 'állítjuk-e elő', vagy sem. Az utóbbi tényt különösen akkor kell majd szem előtt tartanunk, amikor a következő részben végtelesen sok elemet tartalmazó halmazokon értelmezett különféle rendezésekről lesz szó.¹³ Ezek után visszatérhetünk a progresszió fogalmához.

Mivel egy progresszió és a Kant által is használt szukcesszió is sor, így e fogalmak alapjainál is a rendezés, illetve a *rend* fogalma áll. Ezeknek, vagyis a sorozatoknak azonban a többi sossal szemben az a sajátossága, hogy lépésekben halad előre: elemeiket egy a rendezésnél is egyszerűbb, általában *rákövetkezésnek* nevezett reláció kapcsolja egymással össze. Ez abban különbözik a rendezés relációjától, illetve annyiban egyszerűbb egy rendezésnél, hogy egy elemet a szóba jövő elemek közül nem kapcsol össze bármelyik másikkal: minden elemnek csak egyetlen rákövetkezője van.¹⁴ Az *apja* reláció például az egyenes ági férfi felmenők között a rákövetkezés egy esete, a természetes számok sorában pedig minden szám rákövetkezője a nála egyel nagyobb. Elsőként Giuseppe Peano mutatta meg, hogy pontosan milyen feltételeknek kell egy sokaságnak és a rákövetkezés rajta értelmezett relációjának megfelelnie ahhoz, hogy a reláció a sokaságot egy sorozatba rendezze el.¹⁵ Ugyan meglehetősen nyilvánvalónak tűnik, hogy a rákövetkezés így körülhatárolt fogalma egyben egy rendezést is meghatároz, mégis Gottlob Frege volt az első, aki precízen meg tudta mutatni, miként lehet a logika eszközeivel a *rákövetkezés* relációja alapján a szóban forgó elemek egy *rendezését* is definiálni. Kicsit közérthetőbben: ő mutatta meg, miként lehet például az *apja* reláció alapján az *ős* (pontosabban az *egyenes ági férfi felmenő*) relációját definiálni, amely az adott le- (vagy inkább fel-) származási

¹³ Valójában e két tulajdonságot önmagában nem tartom minden további nélkül bármely sokaságra érvényesnek. A már említett kéziratban (Komorjai m.e.) Cantor, illetve Neumann János rendszám fogalmát tárgyalva megmutatom: vannak olyan sokaságok, melyek elemei mintegy „maguktól sorba rendeződnek”, s így egy bizonyos rendezés inkább hozzájuk tartozik, mint bármely másik. Másrészt e sokaságok elemeinek sorrendjét nem tarom a keletkezésüktől teljesen függetlennek, így bizonyos esetekben, önmagában véve a második sajátosságot sem tartom minden megszorítás nélkül érvényesnek. Most azonban a rendszám fogalma nem lesz lényeges számunkra, így e megszorításokra nem térek ki.

¹⁴ Vagyis e reláció – ugyan a rendezéshez hasonlóan aszimmetrikus és irreflexív –, ám nem trichotóm, és nem is tranzitív. Világos, hogy nem minden sor progresszív. Ha például a természetes törtek halmazát tekintjük (vagyis az úgynevezett racionális számokat, amelyek két egész szám hányadosaként állnak elő), akkor ugyan e számokat a szokásos kisebb–nagyobb rendezés egy sorba rendezi, de egy ilyen törtnek nincs rákövetkezője: nincs egyetlen olyan racionális szám sem, amely után a fent említett rendezés szerint közvetlenül egy másik következne. Cantor az ilyen módon elrendezett sokaságokat *mindenütt sűrűnek* nevezi. Lásd Cantor 1932a. 304. E sajátosságról részletesebben egy folytonosságról szóló írásban fogok szólni.

¹⁵ Peano 1967. A szükséges axiómákat ld. §1. 94.

lánc elemeit már *rendezi*.¹⁶ A sorozatokat ennek megfelelően – a többi sorral szemben – úgy határozhatjuk meg, hogy bennük minden elemnek van rákövetkezője. Most nem szükséges a hagyományos értelemben vett progresszió, a szukcesszió vagy sorozat pontos meghatározását megismernünk. Frege munkája nyomán könnyen úgy tűnhet, hogy egy sorozatot a hagyományos felfogás szerint az jellemez, hogy minden eleme előbb-utóbb elérhető egy kezdőeleméből kiindulva, a rákövetkezés relációja révén lépésekben előrehaladva. Ez azonban valójában csak a sorozat kanti változatára igaz, amit én szukcesszióknak fogok nevezni. A hagyományos használatban a most említett három fogalom (sorozat, progresszió, szukcesszió) terjedelme egybeesik.

Cantor egyik alapgondolatából kiindulva azonban megmutatható, hogy a sorozat fogalmának értelme tágabb, s ennek megfelelően én a nem-szukcesszív sorozatokat progresszióknak fogom nevezni. Mindenekelőtt Cantor újítása nyomán fordíthatunk a rákövetkezés és a rendezés előbb említett, hagyományos, Frege által meghatározott viszonyán, s így felfogva, a többi sorhoz hasonlóan, a sorozat meghatározásában is a *rendezés* relációja játssza majd a legalapvetőbb szerepet. Cantor gondolatait követve tehát a *rákövetkezés* relációját lehet a progressziót generáló *rendezés* fogalmára támaszkodva meghatározni, és nem fordítva, ahogyan azt Frege tette.

A most említett fordulatot és ezzel együtt a sorozat fogalmának pontosabb értelmezését Cantornak az az ötlete teszi lehetővé, hogy a rendezés fogalmán belül, *jól-rendezés* néven megkülönbözteti azokat a relációkat, amelyek úgy rendezik el egy sokaság elemeit, hogy a sokaság tetszőleges részhalmazának legyen a rendezés szerint minimális, vagyis legkisebb eleme.¹⁷ A *jól-rendezett* halmazokon egyszerűen értelmezhető a *rákövetkezés* relációja: bármely elem rákövetkezője a nála nagyobb elemek közül a *legkisebb* lesz.¹⁸ Hamarosan látni fogjuk: ha úgy

¹⁶ Frege a *Begriffsschrift* III. részében dolgozza ki „a sorozatok általános elméletének bizonyos részleteit” (Frege 1993). A szóban forgó rendezés definícióját lásd a 27§-ban a 62. oldalon. (A sorozatokról szóló rész a *Begriffsschrift* magyar fordításában csak Ruzsa Imre kiváló összefoglalásában szerepel, lásd Frege 2000. 15–73.)

¹⁷ Cantor a *Beiträge* 12.§-ban másként határozza meg a jól-rendezés fogalmát (Cantor 1932a. 312), ám azonnal bebizonyítja, hogy az általa adott definíció ekvivalens azzal, amit fentebb adtam meg (lásd a 12§ A és B tételét, 1932a. 313).

¹⁸ Így felfogva a progresszió fogalma a helyére kerül, és valóban a *sor* – lineáris rendezés által meghatározott általánosabb – fogalmának speciális eseteként tűnik fel. Ez azzal jár, hogy a szukcesszió, illetve az ezzel hagyományosan ekvivalensnek tekinthető sorozat fogalmának meghatározásában szereplő öt Peano-axióma közül egyet – az úgynevezett indukció érvényességét kimondó axiómát – nem tekintem a sorozat általános fogalmát meghatározó összefüggésnek. (Már Russell figyeljen rá, hogy Peano valójában a szukcesszió, és nem (csupán) a természetes szám fogalmát határozza meg, lásd Russell 1992. 122. Ő természetesen nem az általam használt szukcesszió, hanem a progresszió terminust használja. Ezen a ponton így eltávolodom Russell értelmezésétől, aki magától értetődőnek tekinti, hogy a sorozat fogalmának része az indukció. Én a jól-rendezett sorokat tekintem sorozatnak, s ezeken *értelmezhető* a rákövetkezés következő sajátosságokkal jellemezhető relációja: egy sorozatnak van olyan eleme (ez a kezdőelem), amely nem rákövetkezője semminek; minden tagnak van pontosan egy

definiálunk, hogy minden jól-rendeztet halmaz sorozatot alkot, akkor egyrészt még mindig a sorozat fogalmának intuitív jelentéskörén belül maradunk, másrészt viszont a fogalom a hagyományosnál tágabb körben lesz alkalmazható.

Mivel az új megközelítésében a *rákövetkezés* relációját definiáljuk a sorozatot generáló *rendezés*re hivatkozva, nem pedig fordítva, így azt mondhatjuk: e Cantor elgondolásai alapján megalkotott fogalom is a rendezés fogalmán alapul, s így egy úgynevezett *ordinális* fogalom.¹⁹ Azt kell már csak megértenünk, miért és miként terjeszti ki az új meghatározás a szukcesszió hagyományos értelmét. A különbség a végtelen fogalmának szintén Cantor által meghatározott új értelme alapján lesz megvilágítható: végtelen sorozatok között lesz csak olyan, amely a korábbi fogalom meghatározás szerint nem minősül szukcesszívnek, tehát az általam használt értelemben progresszív lesz. Ez egyrészt lehetővé teszi a radikális újdonság és a keletkezéseseemény struktúrájának, valamint a tudat új fogalmának közelebbi meghatározását, másrészt csak a végtelen e fogalmának vizsgálata során fogjuk azt is megérteni, hogy az új értelemben vett sorozatokra miért is alkalmazható jogosan a „progresszió” kifejezés.

rákövetkezője; és különböző elemek rákövetkezője is különböző. (Itt kezdőelem alatt ekkor érthetjük azt az elemet, amely *kisebb*, mint a sorozat bármely tőle különböző eleme. Ez azért legitím, mert én minden sorozat, s így a progresszió esetében is a sort generáló [jól]rendezés relációját tartom alapvetőnek. A szukcessziók, ezen belül az induktív sorozatok, a progressziók pedig, amint azonnal látni fogjuk, nem ilyenek.)

¹⁹ Annak ellenére, hogy éppen ebben a kérdésben eltértek Russell értelmezéseitől, aki a szám fogalmát nem tekinti *ordinális* fogalomnak, Russell nagyon is tisztában van vele – sőt talán éppen ő az, aki elsőként hangsúlyozza –, hogy Cantor munkái nyomán milyen nagy jelentőségre tesz szert a *rendezés*, vagyis az *ordinalitás* fogalma. Amint írja: „a rend(ezés) (*order*) fogalma egyike azoknak a fogalmaknak, amelyeknek a matematikában hatalmas szerepe van. [...] E tudománynak vannak ugyan olyan részei, amelyek nem függenek a rendezés fogalmától, ám ezek száma elenyésző azon részek számához képest, melyekben e fogalom szerephez jut.” (Russell 2000. 29.) Ha viszont a fenti gondolatmenetnek megfelelően a progresszió fogalmát is a rendezés fogalmára alapozzuk, s ebből kiindulva – Cantort követve – elfogadjuk, hogy a szám fogalma maga is *ordinális* fogalom, akkor akár egy lépéssel tovább is mehetünk: Russell maga is úgy látta, hogy Peano munkája nyomán annak kimutatása, hogy „az aritmetikai fogalmak elégségesek a matematikához”, vagyis „a matematika aritmetizálása eljutott a legvégső tökéletességig” (Russell 2000. 7). Ha azonban a progresszió és a számfogalom valóban *ordinális* természetű, akkor ez a rendezés fogalmának matematikai jelentőségét is tovább növeli annál, mint amit Russell gondol. Ugyan a kardinális és az ordinális szám fogalma logikailag független egymástól, mégis, azt hiszem, filozófiai érvek szólnak amellett, hogy a számfogalom alapvetően nem kardinális, hanem ordinális fogalom, tehát feltételezi a rendezés fogalmát. (Ezeket az érveket részletesen kifejtem [Komorjai m.e.]-ben.) Cantor maga ugyan megadta a kardinális szám fogalmának egy az ordinális- vagy rendszám fogalmától független meghatározását is, azonban – elsősorban a kontinuum számosságával kapcsolatos problémák miatt – a kardinális szám legalapvetőbb meghatározását végül is a *rendszám* fogalmára alapozza. Azt hiszem, éppen ez az alapvetően *ordinális* jellegű szám-, illetve progressziófogalom az, amit a tudat fogalmának megértéséhez is szem előtt kell tartanunk. Richir és Tengelyi elközelítésének korábban már említett problémái is legfőképpen abból adódnak, hogy e rendezéssel kapcsolatos tényeket nem veszik figyelembe: értelmezésük során végig a végtelen *számosság*, vagyis a végtelen *kardinális* szám fogalmára támaszkodnak. Ez egyébként Cantor alapmeggyőződésével is ellentétes. E kérdéskörre az írás végén még visszatérek.

3. Végtelen

Ahhoz, hogy megértsük, az előbb említett fordulat után miért lesz a sorozat fogalma tágabb terjedelmű, Cantor végtelenre vonatkozó egyik legalapvetőbb meglátása vezet el. Ő figyel fel elsőként a végtelen fogalmának egy speciális megkülönböztető jegyére:²⁰ ha véges sok elemet rendezünk el egy sorozatba, akkor az elemeket ugyan sokféleképpen, vagyis többféle *sorrendben* el tudjuk rendezni (n elemet $n!$ féleképpen), ám minden ilyen sorozat ugyanolyan *típusú* lesz. A végtelen sokaságok Cantor által felfedezett legfontosabb megkülönböztető jegye éppen az, hogy ezek nem csupán többféle *sorrendben*, hanem több különböző *típusú* sorba is elrendezhetők. Ennek megértéséhez elsőként természetesen a rendezés típusának, vagyis röviden a *rendtípusnak* a fogalmát kell értelmeznünk.

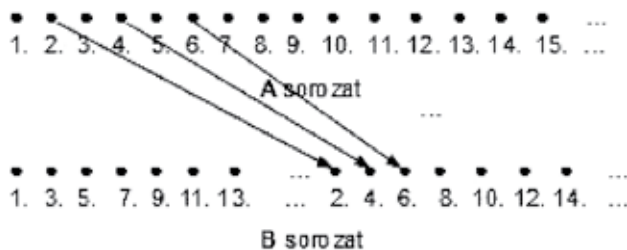
Bár e fogalom bevezetése Cantor egyik legalapvetőbb újítása, érdekes módon ő maga még nem jut el egy egzakt meghatározáshoz: az általa adott definíció az absztrakció pszichológiai képességére hivatkozik.²¹ A pontos meghatározásra nekünk sem lesz szükségünk. A fogalmat elég lesz a *térbeli elrendezés típusával* való analógia révén bevezetni. Ha van néhány elemünk, akkor attól függetlenül, hogy mik azok, a térben különféle formációkban tudjuk őket elrendezni. Például hat almát, hat üveggolyót, de akár hat számjegyet vagy betűt is el tudunk rendezni egy szabályos háromszögalakzatban (legfelül egy, alatta kettő és ez alatt három elemmel), vagy olyan módon, ahogyan egy dobókockán helyezkednek el a hatos szám pöttyei, de akár úgy is, hogy egy vonal mentén egyetlen *sorozatba* rendezzük el őket. Ezek olyan különféle térbeli elrendezés-típusok, melyeknek megfelelően bármely hatelemű halmaz elemei elrendezhetők. Azt ugyan variálhatjuk, hogy egy ilyen elrendezés-típuson belül melyik elem hol legyen, például hogy egy hatelemű betűsorozaton belül melyik betű legyen elől, és azt melyik kövesse, ám ezzel az elrendezés *típusán* nem változtatunk: e típus független a benne szereplő elemek konkrét elrendezésétől. A térbeli elrendezés e típusát szemléletesen úgy kaphatjuk meg, ha elvonatkoztatunk az elrendezés-

²⁰ A végtelennek már Cantor előtt is ismerték egy olyan tulajdonságát, amely alkalmas volt arra, hogy a fogalmat ne a véges tagadásaként fogjuk fel. Eszerint a végtelen sokaságok egy jól meghatározott értelemben ekvivalensek saját maguk egy valódi részével, vagyis pontosan azok a sokaságok végtelenek, amelyek kölcsönösen egyértelműen leképezhetőek egy valódi részükre. A pontos meghatározásra most nem lesz szükségünk. Galilei és Bolzano e sajátosságot, amely ellentmondani látszott Euklidész *Elemi* 8. axiómájának (Euklidész 1983. 47) – mely szerint az egész mindig nagyobb a résznél –, a végtelen valamiféle paradox tulajdonságának tekintették (Galilei 1914. 31–32; Bolzano 1851. §20). E sajátosságot elsőként Richard Dedekind használta fel arra, hogy a végtelen sokaság fogalmát ezt felhasználva *definiálja* (Dedekind 1965. 64).

²¹ Cantor meghatározása a *Beiträge* első részének 7. paragrafusában található. A meghatározás intuitív természetéért nem okoz számára a későbbiekben problémát, mert a rendtípusok azonosságát a *hasonlóság* fogalmára támaszkodva már egzakt módon meghatározza, és a későbbiekben csupán erre a fogalomra támaszkodik (Cantor 1932a. 297–298).

ben szereplő elemek specifikus sajátosságaitól, vagyis ha olyan erősen 'hunyorítunk', hogy a konkrét elemeket már a térbeli helyzetük alapján tudjuk csak megkülönböztetni. Ha tárgyak egy elrendezésére ily módon, a konkrét tartalmuktól elvonatkoztatva nézünk, akkor valamiféle ponthalmaz formájában maga az elrendezés típusa jelenik meg a szemünk előtt. Tárgyak olyan elrendezései, amelyeket így 'hunyorítva' is meg tudunk különböztetni, eltérő térbeli elrendezéstípusokat adnak. Különböző *hosszúságú sorozatok* például mind különböző rendtípusba fognak tartozni, hiszen ezeket akkor is meg tudjuk különböztetni egymástól, ha elvonatkoztatunk a tagok specifikus sajátosságaitól. Ugyan a különböző hosszúságú sorozatok mindegyike *sorozat*, ám mégis különböző elrendezés-típusba tartoznak. A rendtípus absztrakt, nem térbeli fogalmát e térbeli példa analógiájára érdemes intuitív módon megközelíteni: ezek a *sor fogalmán belül* különböző, az előbb körvonalazott értelemben véve absztrakt struktúrákat adnak majd meg. Mindez a következő példák alapján még világosabb lesz.

Cantor tehát arra figyel fel, hogy ha megengedünk végtelen hosszúságú sorokat is, akkor a rendezés típusának korábban említett – véges esetekben érvényes – *sorrendtől* való függetlensége nem áll fenn: végtelen elemből álló sorok több különböző típus szerint is elrendezhetőek. Ha például elsőként végtelen sok, a természetes számok révén megjelölt elemet egy végtelen egyenes mentén állítunk sorba (lásd az alábbi ábrán az **A** sorozatot), majd úgy rendezzük át őket, hogy a páratlan számokkal megjelölt elemeket – az egymás közötti sorrendjüket megtartva – a párossal jelölt elemek után *teszük*²² (lásd az alábbi ábrán a **B** sorozatot), akkor a rendezett elemek szám(osság)a ugyan nem változik, hiszen csak más sorrendbe állítottuk ugyanazokat az elemeket, ám az előbbieknél talán már nyilvánvaló, hogy ekkor egy egészen *más típusú* rendezett sort kapunk, mint amilyen az eredeti volt.



²² E lehetőség értelmezésekor érdemes felidézni azt, amit egy sokaság különféle rendezéseivel kapcsolatban az előző pontban elmondtam: egyrészt: mivel egy adott halmaz elemeivel együtt az elemek összes lehetséges elrendezése is adott, így a B elrendezés éppen úgy hozzátartozik a pontokkal jelölt halmaz elemeihez, mint az A. Másrészt e tényt nem befolyásolja, hogy e rendezés szerint nem tudunk „végigmenni” az elemeken (hiszen a 2-vel jelölt elemhez egy ilyen *előrehaladás* során soha nem jutnánk el), mert minden rendezés egy *reláció*, amely az elemek között még akkor is egyszerűen *fennáll*, tehát *az elemekkel együtt adott*, ha végtelen sok elemről van szó.

Könnyen látható, hogy a két sorozat között akkor is különbséget tudunk tenni, ha az elemeik minden specifikus tulajdonságától elvonatkoztatunk (ezért jelöltem őket pusztá pontokkal) és csak az elrendezésüket, az egymás közötti viszonyukat vesszük tekintetbe, vagyis azt az absztrakt struktúrát, amely szerint el vannak rendezve. Ugyan a két rendtípus megkülönböztetésében a fenti szemléltetés még mindig erősen támaszkodik az ábra térbeli sajátosságaira (a pontok rendezését a számozáson felül a térbeli elhelyezkedésük révén határoztam meg), ám a térbeli elrendezés ebben az esetben nem valamiféle illúziókeltés eszköze: a két rendtípus különbsége könnyen megfogalmazható tisztán a rendezés (tehát a kisebb–nagyobb) terminusaiban is: amíg az új sornak van olyan eleme (például a 2-vel jelölt), amelyet végtelen sok másik előz meg (vagyis végtelen sok *nála kisebb* van), addig az **A** jelű eredeti sorban ilyen elem nincs. Pontosabban: ha a 2-vel jelölt elemet szemügyre vesszük, bármelyik őt megelőző elemet (vagyis bármilyen *nagy* páratlan számmal megjelölt elemet) veszünk is, végtelen sok elem van az utóbbi és a 2-vel megjelölt elem közé *besűrítve*. Éppen ezért egy sorozat ilyen elemét *torlódási pontnak* szokás nevezni.²³ Ezek után nem csupán azt mondhatjuk el, hogy egy sokaság akkor és csak akkor végtelen, ha több különböző *típusú* sorba rendezhető el, hanem azt is, hogy végtelen sokaságok esetében e különböző típusú sorok között lesznek olyanok, amelyekben *vannak torlódási pontok*. Így meghatározva – a rákövetkezés és a sorozat, illetve a progresszió fogalmai után – a végtelen fogalma is rendezésen alapuló, alapvetően *ordinális* fogalomnak bizonyul.

Mielőtt tovább lépnék a radikális genezis és az új értelemben vett progresszió kapcsolatának tárgyalására, vissza kell térnünk a két korábban nyitva hagyott kérdésre: vajon az új meghatározás szerint az efféle, torlódási pontokat tartalmazó végtelen sorok is sorozatokat, s így progressziót alkothatnak-e, és ha igen, akkor miért jogos e furcsa sorokra is éppen ezt a kifejezést alkalmazni.

Nem nehéz belátni, hogy ha **A** sorozat jól-rendezett, vagyis ha az általam bevezetett új értelemben véve sorozat, akkor **B** is az.²⁴ És mivel a természetes számok soráról könnyen látható, hogy az általam megadott értelemben véve egy

²³ A torlódási pont fogalma maga is tisztán *ordinális* fogalom, tehát a *végtelen* fogalma ki-küszöbölhető a fenti kvázi meghatározásból. A végtelen kifejezést tartalmazó meghatározást csak azért alkalmaztam, mert ez talán jobban szemlélteti, miért is mondhatjuk: egy ilyen elem előtt a sor *összetorlódik*. A *tisztán ordinális* meghatározás a következő: egy sor p -vel jelölt eleme pontosan akkor torlódási pont, ha a sor *bármely* p -nél kisebb x eleméhez a sornak van olyan eleme, amelyik x -nél ugyan nagyobb, ám még mindig kisebb, mint p .

²⁴ B sor elemeinek tetszőleges részhalmaza vagy csak páros, vagy csak páratlan számmal jelölt elemekből áll, vagy mindkét fajtából tartalmaz néhányat. Az első két esetben a részhalmaznak nyilvánvalóan van legkisebb eleme, hiszen ezen elemek B-beli rendezése megegyezik az A-beli rendezésükkel, amelyről feltettük, hogy jólrendezi őket. A harmadik esetben, amikor is egy részhalmaz páros és páratlan számmal jelölt elemeket is tartalmaz, ezek közül az összes páratlannal jelölt kisebb az összes párossal jelöltnél, a páratlannal jelöltek B-beli rendezése viszont ismét egyezik ezen elemek A-beli rendezésével, így ezek között ismét lesz legkisebb. Az utóbbi elem egyben az egész szóban forgó részhalmaznak is a legkisebb eleme

sorozat, **A** sorozatot pedig a fenti ábrán a természetes számok sorához hasonlóan rendeztem el,²⁵ így **B** is sorozat. Ezzel beláttuk, hogy az új értelemben véve egy sorozat tartalmazhat *torlódási pontokat* is. Ezzel szemben a hagyományos értelemben vett szukcessziók nyilvánvalóan nem tartalmazhatnak ilyeneket, hiszen világos: egy torlódási pont nem érhető el a kiinduló elemből a rákövetkezés relációja révén, lépésekben előrehaladva. Ennek megfelelően a hagyományos értelemben vett *sorozatokat szukcesszióknak*, a többbit pedig progresszióknak fogom nevezni. Mivel **B** sor a hagyományos, Peano–Frege-féle meghatározás szerint nem szukcesszív, így a most bevezetett szóhasználatban progresszió lesz, az **A** sor viszont már a régi meghatározás szerint is sorozat, s így – szemben **B**-vel – az általam alkalmazott terminológia szerint *szukcesszív*.

Ezek után áttérhetünk a kérdésre, milyen alapon nevezhetjük a torlódási pontokat tartalmazó sorokat sorozatnak? Korábban ezzel kapcsolatban annyit mondtam, hogy minden olyan sort sorozatnak tekintek, amely *lépésekben* halad előre, tehát értelmezhető rajta a rákövetkezés relációja. Most már világosabban látjuk: ez az új értelemben vett sorokra is teljesül: ezekre is áll, hogy *minden elemüknek van rákövetkezője*. A kétféle sor legfőbb különbsége abban rejlik, hogy a progressziókra – azzal együtt, hogy minden elemüknek van rákövetkezője – a fordított összefüggés már nem áll: ezek esetében nem igaz, hogy a kezdőelemükön kívül minden elemük egy másikra következik rá, vagyis hogy minden elemhez van olyan elem, melynek ő a rákövetkezője. A torlódási pontok azzal együtt jelentenek valamiféle – kezdőelemhez hasonló – *új kezdetet*, hogy van előzményük – ennyiben eltérnek a kezdőelemtől. Azt hiszem, éppen a torlódási pontok sajátosságai – például az előbb említett kettős természetük – alapján válik csak lehetségessé, hogy értelmezzük a radikális újdonság, az alkotás, az invenció, vagyis a tudat új fogalmának minden, az új fenomenológia által felfedezett sajátosságát: például az újdonságtapasztalat sajátos időszerkezetét, eseményszerűségét, s az új alkotásoknak és gondolatoknak a tradícióhoz való viszonyát is.²⁶ Amíg az újkori, karteziánus-kanti tudat-, illetve időfelfogás a szuk-

lesz, s ezzel beláttuk, hogy **B** rendezett halmaz is jól-rendezett: tetszőleges részhalmazának van legkisebb eleme, s így az új, „cantori” értelemben progressziót alkot.

²⁵ Most nincs szükség arra, hogy két rendezett halmaz *hasonlóságának fogalmát* pontosan meghatározzam, elég lesz az az intuitív kép is, ami a fenti ábra alapján nyilvánvaló: mivel a természetes számok sorát növekvő sorrendben **A** sor tagjai alá tudtuk írni úgy, hogy minden pontnak megfelelt pontosan egy szám, és fordítva: minden számnak pontosan egy pont, így a számok hagyományos rendezése és **A** pontjainak a képen adott elrendezése hasonló. Ebből adódóan, ha az egyik jól-rendezett, akkor a másik is az. Két rendezés hasonlóságának pontos meghatározását lásd Cantor 1932a. 297.

²⁶ Ezen a ponton természetszerűleg merülhet fel a kérdés, miként használható egy fogalom rögzített és egyes szám harmadik személyű perspektívából, mintegy „kívülről” megismerhető kép, illetve gondolati alakzat a tapasztalati genesis fenomenológiai elemzésében: az utóbbinak éppen azt kellene – a fenomenológiai elemzésekre jellemző egyes szám első személyű perspektívából – leírnia, hogy miként is élünk át egy adott tapasztalatot. Érdeemes megjegyezni, hogy ez minden fenomenológiai elemzés problémája. Bár e nehézséget itt

cesszív végtelen hagyományos, addig az új fenomenológia tudatfogalma a cantori értelemben vett transzfnit végtelen fogalmán alapul. Részletesebb fogalmi elemzésekkel belátható volna, hogy az előbbi a *potenciális*, az utóbbi viszont az *aktuális* végtelen fogalmát ragadja meg.²⁷

Most e sajátosságok közül egyetlenegyre szeretnék csak kitérni. A progresszív cantori fogalma és a torlódási pontokat tartalmazó sorozatok ebből adódó lehetősége, illetve az ezek által megnyitott új értelemalakzat teszi csak érthetővé, miként kapcsolódhat össze egyetlen, progresszívnek nevezhető folyamatban két, egymástól *típusában* lényegileg különböző elem: csupán e fogalmak alapján világítható meg, miként szövődhet össze egymással egyetlen tudatfolyamon belül képződő és már rögzült értelemek folyama.

Az új értelemben vett sorozat, vagyis egy progresszív sor már Cantor önértelmezésében is két egymástól eltérő *típusú* elemet tartalmaz.²⁸ Egy ilyen sorban egyrészt olyan tagok szerepelnek, melyek egy másik elem rákövetkezői, másrészt viszont olyanok – a torlódási pontok –, amelyek nem rákövetkezői semminek. Az utóbbiakat éppen olyan *ugrás* választja el az őket megelőzőektől, mint amilyen a radikális újdonság eseményszerű pillanatait választja el a hagyomá-

terjedelmi okok miatt nem tudom tárgyalni, a Komorjai m.e.-ben a problémára részletesen kitérek. A megoldás a keletkezés speciális esetében abban rejlik, hogy e folyamat valójában „nyomokat” hagy a harmadik személyű perspektívából leírható jelenségeken, s e nyomok elemzése révén utólag is megragadható és leírható. Az említett műben bizonyos nyomok, illetve fenomének (a legegyszerűbb ilyen fenomén a világba ágyazott dolog tapasztalati érteleme) éppen a torlódási pontoknak megfelelő szerkezetet mutatnak fel.

²⁷ E következmény belátása jóval komplexebb feladat, mint gondolnánk. Először is úgy tűnhet, hogy Cantor munkái után a potenciális végtelen fogalma kiüresedik. E fogalmat Cantor maga sem tekintette a végtelen egy változatának. Elemzése szerint a potenciális végtelen a matematikában nyert pontos értelmet, ám e pontosítás révén világossá vált, hogy „elsősorban változó, tehát vagy minden határon túl növekedő, vagy tetszőlegesen kicsinyre lecsökkenthető, ám mindig *véges* mennyiséget jelent”. Éppen ezért Cantor e végtelent „*nem-tulajdonképpen-értelmben-vett-végtelennek*” hívja (Cantor 1932b. 165). Elsőként tehát e fogalomnak kell valamiféle új értelmet tulajdonítani. Másrészt viszont az is igaz, hogy Cantor gondolatai az aktuális végtelen fogalmának nem nyújtanak semmiféle igazolást: egyszerűen feltételezik azt, hogy van ilyen sokaság. Annyit mutatnak csak, hogy ha feltételezzük a legegyszerűbb aktuálisan végtelen sokaság létezését, akkor többféle, típusában és számasságában is különböző végtelen sokaság létét is el kell fogadnunk. A *Welt und Unendlichkeit*ban Tengelyi egyik tévedése éppen abban áll, hogy úgy véli: Cantor elgondolásaiban megtalálhatjuk az aktuális végtelen létének valamiféle igazolását. Tudomásom szerint csupán két olyan, tisztán fogalmi alapon álló kísérlet van, amely megpróbálja *igazolni* az aktuális végtelen létezését: az egyik Dedekindé, a másik Fregéé, ám, hasonló okok miatt, később mindkettő tarthatatlannak bizonyult. Paradox módon éppen Tengelyi említett művében találunk egy olyan eredeti – ám husserli alapokon álló – gondolatmenetet, amely Cantor vizsgálódásainak fényében az aktuális végtelen létezésének egy *fenomenológiailag megalapozott* igazolását nyújtja. Mindezeket a problémákat részletesen végigelemzem Komorjai m.e.-ben.

²⁸ Cantor ráadásul e két különböző típusú elemmel a keletkezés két külön elvét (*Erzeugungsprinzip*) is összekapcsolja. Már a *Grundlagen*ben beszél „a keletkezés két olyan elvéről, amelyek segítségével az újonnan meghatározott végtelen számokat definiálni lehet” (Cantor 1932b. 166).

nyos történések sorától.²⁹ A progresszió új értelmére támaszkodva tehát minde-
nekelőtt azt érthetjük meg, *miként fonódhat össze* egyetlen sorozaton belül ug-
rásként értelmezhető, eseményszerű és hagyományos értelemben egymás után
sorjázó pillanatok sora.³⁰ E lehetőség nélkül, azt hiszem, nincs radikális genezis.
Ugyanakkor e gondolati alakzat arra az aszimmetriára is rávilágít, ami külső né-
zőpontból e folyamatra rátekintve az újdonság előzményei és következményei
között áll fenn: bár egy radikálisan új tapasztalat maga az előzményeiből levezet-
hetetlen, ám amint megjelent és beilleszkedett a már rögzült értelem sorába,
a benne összesűrűsödő értelem egy éppen olyan „tradíció” (szukcesszió) révén
bontakozik ki, mint amelynek az őt megelőző „elemek” voltak a tagjai.³¹

IRODALOM

- Bolzano, Bernard 1851. *Paradoxien des Unendlichen*. Leipzig, C. H. Reclam sen.
Cantor, Georg 1932. *Gesammelte Abhandlungen*. Ernst Zermelo (szerk.). Berlin, Springer Verlag.
Cantor, Georg 1932a. Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. In Cantor 1932.
282–356.
Cantor, Georg 1932b. Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre. In Cantor 1932.
165–204.

²⁹ Az ugrás jelenségét közelebbről elemeztem az *Idő és folytonosság* 8. fejezetének 3.,
Cirkularitás és folytonosság c. alrészében (Komorjai 2014. 293–320). A jelenséghez ott a nem-
differenciálható függvények egy speciális változata révén közelítettem, de világos, hogy an-
nak a megközelítésnek az alapjainál is a torlódási pont fogalma áll.

³⁰ Azt hiszem, bármely olyan elgondolás, amely Richir gondolatai nyomán igyekszik meg-
ragadni az értelemképződés folyamatát, a következő hibába esik: abból az alapvetően helyes
megállapításból kiindulva, hogy a szukcesszió hagyományos felfogására alapozva nem tudjuk
e struktúrát megfelelően leírni, arra következtet, hogy az *egyáltalán nem írható le* valamiféle
lineárisan rendezett sokaság segítségével. Lásd pl. Szabó Zsigmond elemzését az „abszolút
idő elutasításával” kapcsolatban, és az ebből ott adódó „elágaztatott struktúrát” (Szabó 2005.
82). Hasonló következtetésekre jut Tengelyi is a keletkezés idejét, elsősorban Richir a „jövő,
ami soha nem lesz jelen” fordulatát elemelve. Ld. különösen az *Értelemképződés és sorsese-
emény időszerkezete és A továbbképződő értelem ideje* c. alfejezeteit (Tengelyi 1998 200–203,
204–209). Különösen Szabó esetében világos, hogy e téves következtetés egyszerűen abból
adódik, hogy az általam most felvázolt, a sor – tehát a lineárisan rendezett sokaság – fogalmán
belül megvonható további megkülönböztetéseket a szerző nem ismeri, illetve összemossa
egymással, valamint abból, hogy a folytonos sokaságok Cantor által feltárt természetét éppen
az előbbieket miatt figyelmen kívül hagyja. Ezek pontos ismeretében világos, hogy a keletke-
zés minden olyan sajátossága, amelyekből az említett szerzők a keletkezés „nem-lineáris”,
vagy „minden szabályt nélkülöző” természetére következtetnek, valójában éppen bizonyos
lineárisan rendezett sokaságok meglehetősen szabályos struktúrája alapján világítható csak
meg. E kritika részleteit ismét csak *A keletkezésről* c. művemben fejtem ki.

³¹ Ez az írás csupán egy hosszabb tanulmány első fele. A második részben nem csupán azt
tárgyalom, hogy a tapasztalati genezis mely egyéb vonásai válnak a progresszió új értelmezése
révén (és a végtelen fogalmának bevonásával) értelmezhetővé, hanem azt is, hogy miként
lehet a most vázolt, *diszkrét* elemek egymásutánjára alapozó modell megvilágító erejű a tap-
asztalatfolyam alapvetően *folytonos* természetére vonatkozóan. Ez valójában nem más, mint
a Kant által transzcendentális dedukciónak nevezett feladat fenomenológiai formája.

- Cantor, Georg 1932c. Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen. In Cantor 1932. 115–118.
- Dedekind, Richard 1965. *Was sind und was sollen die Zahlen*. Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Eulidész 1983. *Elemek*. Ford. Mayer Gyula. Budapest, Gondolat.
- Frege, Gottlob 1993. *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. Ignacio Angelelli (szerk.), Hildesheim-Zürich – New York, Georg Olms Verlag.
- Frege, Gottlob 2000. Fogalomírás. In Gottlob Frege *Logikai Vizsgálódások*. Budapest, Osiris. 15–73.
- Galilei, Galileo 1914. *Two New Sciences*. New York, MacMillan.
- Husserl, Edmund 2000. *Kartezianus elmékedések*. Ford. Mezei Balázs. Budapest, Atlantisz.
- Komorjai László 2017. *Idő és folytonosság*. Budapest, L'Harmattan.
- Komorjai László 2021. Az idő komplexitása. In Szigeti Attila és Ungvári Zrínyi Imre (szerk.) *Komplexitás a természetben és a társadalomban*. Kolozsvár, Pro Philosophia Egyetemi Műhely Kiadó. 93–112.
- Komorjai László m.c. *A keletkezésről*. Megjelenés előtt.
- Lévinas, Emmanuel 1998. *Discovering Existence with Husserl*. Ford. R. A. Cohen – M. B. Smith. Evanston – Illinois, Northwestern University Press.
- Peano, Giuseppe 1967. The principles of Arithmetic, Presented by a New Method. In Jean van Heijenoort (szerk.) *From Frege to Gödel, A Source Book in Mathematical Logic 1879–1931*. Cambridge – Massachusetts – London, Harvard University Press. 83–97.
- Richir, Marc 1986a. Une antinomie quasi-kantienne dans la fondation cantorienne de la théorie des ensembles. *Études phénoménologiques*. 3. 83–115.
- Richir, Marc 1986b. De l'illusion transzendentale dans le théorie cantorienne des ensembles. In *Annales de l'Institut de Philosophie de l'Université Libre de Bruxelles*. Bruxelles, Éditions de l'Université de Bruxelles. 93–118.
- Russell, Bertrand 1992. *Principles of Mathematics*. London, Routledge.
- Russell, Bertrand 2000. *Introduction to Mathematical Philosophy*. London – New York, Routledge.
- Szabó Zsigmond 2005. *A keletkezés ontológiája*. Budapest, L'Harmattan.
- Tengelyi László 1992. *A bűn mint sorseseemény*. Budapest, Atlantisz.
- Tengelyi László 1998. *Élettörténet és sorseseemény*. Budapest, Atlantisz.
- Tengelyi László 2007. *Tapasztalat és kifejezés*. Budapest, Atlantisz.
- Tengelyi László 2014. *Welt und Unendlichkeit*. Freiburg – München, Karl Alber Verlag.
- Tengelyi László 2017. *Óstények és világvázlatok*. Budapest, Atlantisz.